Ad. Wernickes

Lehrbuch der Mechanik

in elementarer Darstellung

mit Anwendungen und Übungen aus den

Gebieten der Physik und Technik

Zweiter Teil

Flüssigkeiten und Gase

Ad. Wernickes

Lehrbuch der Mechanik

in elementarer Darstellung

mit Anwendungen und Übungen aus den

Gebieten der Physik und Technik

In zwei Teilen

Zweiter Teil

Flüssigkeiten und Gase

Von

Richard Vater

Dozent an der Königlichen Technischen Hochschule zu Aachen

Dritte völlig umgearbeitete Auflage

Mit 284 eingedruckten Abbildungen

Braunschweig

Druck und Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn

1900

Vorrede zur zweiten Auflage.

Bei der Umarbeitung des zweiten Theiles meiner Mechanik habe ich die Bedürfnisse der reorganisirten Gewerbeschulen besonders im Auge gehabt. Es kam mir darauf an, neben der eigentlichen Theorie die nothwendigsten Ausgangspunkte für die in der Maschinenlehre zur Behandlung kommenden Maschinen zu geben, ähnlich wie die Festigkeitslehre im ersten Theile für die Berechnung der Maschinentheile die Grundlage bildet. Hieraus erklärt sich die Aufnahme der Kraft- und verschiedener Arbeits-Maschinen in den auf die einzelnen Capitel folgenden Uebungen, sowie die gesonderte Betrachtung der atmosphärischen Luft und des Wasserdampfes, wozu die Grundbegriffe der mechanischen Wärme-Theorie herangezogen werden mußten. Die Behandlung, welche eine elementare ist, geht in dem theoretischen Theile des Buches von der Flüssigkeit im allgemeinsten Sinne aus, und bringt dann die erhaltenen Resultate auf tropfbar-flüssige und luftförmige Körper in Anwendung.

Der diesem Theile beigegebene Anhang, die Elemente der Graphostatik enthaltend, ist auf besonderen Wunsch einiger Freunde des Buches hinzugefügt worden. Obgleich derselbe eine bessere Stelle zu Ende des ersten Theiles gefunden hätte, bin ich doch gern auf diese Wünsche eingegangen, weil dadurch das Buch auch in Bezug auf diese erst in den letzten Jahren in Anwendung gekommene Behandlung der Mechanik, als Leitfaden für den Unterricht benutzt werden kann.

Eine Vergleichung mit der ersten Auflage wird, abgesehen von der Umrechnung nach dem neuen Maß und Gewicht, mannigfache Verbesserungen, Vereinfachungen und Vermehrungen zeigen und den Fachgenossen den Beweis liefern, daß ich mir Mühe gegeben habe, das

Buch auf die Höhe der heutigen Wissenschaft zu bringen. Von größeren Werken sind für meine Zwecke benutzt worden:

Redtenbacher, Wasserräder, Rittinger, Ventilatoren, Weisbach, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, Werner, Turbinen, Kreiselpumpen und Ventilatoren, Zeuner, mechanische Wärmetheorie, Zeuner, Locomotiv-Blaserohr, der von Grashof bearbeitete Anhang zu Redtenbacher's Resultaten für den Maschinenbau, und Bauschinger, die graphische Statik.

Die Verlagsbuchhandlung hat sich die sorgfältige Ausstattung des Buches besonders angelegen sein lassen. Die meisten Figuren sind neu gestochen, einige derselben aus anderen in demselben Verlage erschienenen Werken benutzt worden.

Indem ich hiermit die mir gestellte Aufgabe, ein Lehrbuch der Mechanik in elementarer Darstellung für den Schulgebrauch zu verfassen, als erledigt ansehe, hoffe ich durch die vorliegende Bearbeitung zur Belebung des Unterrichtes in der Mechanik beigetragen zu haben.

Gleiwitz, im Mai 1873.

Ad. Wernicke.

Vorwort zur dritten Auflage.

Bei der Neubearbeitung des zweiten Teiles von Wernickes Mechanik habe ich im Einverständnisse mit dem Sohne des Verstorbenen, Herrn Professor Dr. Alex. Wernicke, Braunschweig, welcher gleichzeitig den ersten Teil in vierter Auflage neu bearbeitet, die bisher als Übungen bezeichneten Teile der einzelnen Kapitel nochmals geteilt in Anwendungen und Übungen, wobei ich unter Übungen nur alle Übungsbeispiele zusammenfaßte.

Die jeweiligen ersten Teile der einzelnen Kapitel, die theoretischen Abhandlungen, sind im großen und ganzen ungeändert geblieben, ich habe mich nur bemüht, die Ausdrucksweise und, wo es möglich war, auch die ganze Darstellungsweise zu vereinfachen.

Fast durchgängig neu bearbeitet wurden dagegen die von mir als Anwendungen bezeichneten Abschnitte. Die Heißluftmaschinen habe ich nur in stark gekürzter Form beibehalten und dafür eine kurze Beschreibung der Gas-, Benzin- und Petroleummaschinen hinzugefügt.

Die Hinweise auf den ersten Teil sind allgemein gehalten, weil sie sich sowohl auf dessen vergriffene dritte Auflage als auf dessen in Bearbeitung befindliche vierte Auflage beziehen sollen.

Den verschiedenen von mir im Text namhaft gemachten Maschinenfabriken, welche mir zum Zwecke der Herstellung von Abbildungen eine große Zahl von Zeichnungen in freundlichster Weise zur Verfügung stellten, sei an dieser Stelle besonders gedankt. Ebenso bin ich zu großem Danke verpflichtet verschiedenen meiner Herren Fachgenossen, welche mich mit wertvollen Ratschlägen unterstützt haben, sowie Herrn Ingenieur Rudolph Barkow in Hannover, seinerzeit Assistent an der hiesigen technischen Hochschule, welcher mir bei der Durchsicht der Korrekturbogen in zuvorkommendster Weise behülflich war.

Aachen, im Januar 1900.

R. Vater.

Inhalt.

Seite
Einleitung 1

Mechanik flüssiger Körper.

Erstes Kapitel (S. 3 bis 130).

Allgemeine Gesetze über das Gleichgewicht und den Druck von Flüssigkeiten.

§ 1. Bedingungen des Gleichgewichtes 3
§ 2. Fortpflanzung des Druckes 3
§ 3. Hauptgesetz der Fortpflanzung des Druckes 4
§ 4. Berücksichtigung des Eigengewichtes 6
§ 5. Verallgemeinerung 9
§ 6. Bodendruck. Kommunizierende Röhren 10
§ 7. Atmosphärendruck 13
§ 8. Normaldruck einer unzusammendrückbaren Flüssigkeit (Wasser) für eine gegen den Horizont geneigte Ebene 14
§ 9. Angriffspunkt des hydrostatischen Druckes 15
§ 10. Druck der Flüssigkeit gegen eine krumme Gefäßwand 16
§ 11. Barometrische Höhenmessung 18
§ 12. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac 19
§ 13. Kalorie. Specifische Wärme 21
§ 14. Das mechanische Wärmeäquivalent 23
§ 15. Adiabatische Zustandsänderung 25
§ 16. Verhalten des Wasserdampfes 26
§ 17. Die Dichtigkeit des Wasserdampfes 29
§ 18. Gesamtwärme, Flüssigkeitswärme, Verdampfungswärme 29
§ 19. Die Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe 34
Anwendungen.
1. Form der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 37
2. Erddruck 39
3. Hydraulische Presse 48
4. Luftpumpe 52
5. Taucherglocke 55

Seite
6. Manometer 55
7. Größe der Arbeitsleistung bei isothermischer Zustandsänderung . . 60
8. Isothermen der Dämpfe. Kritische Temperaturen 62
9. Größe der Arbeitsleistung bei adiabatischer Zustandsänderung . . 64
10. Luftthermometer zum Messen hoher Temperaturen 64
11. Die Brennstoffe 66
12. Der umkehrbare Kreisprozeß 70
13. Thermischer Wirkungsgrad. Mechanischer Wirkungsgrad 72
14. Carnotscher Kreisprozeß 73
15. Wärmekraftmaschinen 75
16. Geschlossene Heißluftmaschinen 77
17. Feuerluftmaschinen 80
18. Gasmaschinen 81
19. Petroleum- und Benzinmotoren 91
20. Der Dieselmotor 94
21. Dampfmaschinen 95
Übungen . . . . 113—130

Zweites Kapitel (S. 131 bis 159).

Vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten mit eingetauchten Körpern.

§ 20. Auftrieb 131
§ 21. Wahres und scheinbares Gewicht 132
§ 22. Schwimmen 133
§ 23. Schwimmachse. Schwimmebene. Schwimmlage 134
§ 24. Gleichgewicht bei verschiedenen Schwimmlagen 135
§ 25. Metacentrum 137
Anwendungen.
1. Hydrostatische Wage 140
2. Senkwagen 142
3. Die Skalenaräometer 143
4. Schwimmlagen eines Prismas 145
Übungen . . . . 153—159

Drittes Kapitel (S. 160 bis 273).

Über den Ausfluß der Flüssigkeiten aus Gefäßen und Röhren.

§ 26. Grundgleichungen 160

A. Ausfluß einer tropfbaren Flüssigkeit, insbesondere des Wassers.

§ 27. Allgemeine Ausflußgleichung. Kontraktionskoeffizient 162
§ 28. Ausfluß aus einer Bodenöffnung. Hydraulischer Druck 163
§ 29. Ausfluß aus einer Seitenwand 165
§ 30. Größe der Erfahrungskoeffizienten φ, r und μ 167
§ 31. Ausfluß bei abnehmender Druckhöhe 167

B. Ausfluß der Gase, insbesondere der atmosphärischen Luft.

§ 32. Grundgleichung 169
§ 33. Erster Fall. Annahme konstanten specifischen Gewichtes 169

Seite
§ 34. Zweiter Fall. Annahme konstanter Temperatur 170
§ 35. Dritter Fall. Wärme weder zugeführt noch abgeführt 172
§ 36. Ausströmendes Luftvolumen. Koeffizienten 173

C. Ausfluß des gesättigten Wasserdampfes.

§ 37. Ausflußgeschwindigkeit 173
§ 38. Ausflußvolumen 175
§ 39. Widerstände in Rohrleitungen 176
§ 40. Bewegung des Wassers in Röhren 177
§ 41. Bewegung luftförmiger Körper in Röhren 184
§ 42. Saugstrahlpumpen 186
Anwendungen.
1. Wassersäulenmaschinen 189
2. Kolbenpumpen 200
3. Gebläse 221
4. Saugstrahlpumpen 230
5. Das Wassertrommelgebläse 233
6. Dampfstrahlpumpen (Injektoren) 236
7. Schornsteine 243
8. Kesselheizflächen 247
9. Sicherheitsventile 250
Übungen . . . . 255—273

Viertes Kapitel (S. 274 bis 366).

Von der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.

§ 43. Erklärungen und Bezeichnungen 274
§ 44. Ausgangsgleichung 275
§ 45. Grundgleichungen 276
§ 46. Zweckmäßigste Kanalquerschnitte 277
§ 47. Geschwindigkeitsänderung bei Steigen des Wasserstandes 279
§ 48. Erfahrungswerte für die Anlage von Kanälen 280
§ 49. Aufstauung des Wassers durch Wehre. Erklärungen 281
§ 50. Überfallwehre 282
§ 51. Grundwehre 284
§ 52. Schleusenwehre 285
§ 53. Stauweite unter Annahme einer bestimmten Staukurve 288
§ 54. Berechnung der Stauweite ohne Annahme einer bestimmten Staukurve . 291
§ 55. Stoß des fließenden Wassers gegen einen Widerstand 292
§ 56. Folgerungen 294
§ 57. Größte durch den Wasserstoß zu erzielende Arbeit 296
§ 58. Zeichnerische Ermittelung des Stoßverlustes 296
Anwendungen.
1. Wasserräder 299
2. Turbinen 317
3. Centrifugalpumpen 337
4. Ventilatoren 344
5. Arbeitsfähigkeit des Windes 351
6. Windmühlen 353
7. Segelschiffe 356
Übungen . . . . 359—366

Sachregister . . . . 367—373

Bei der Bearbeitung der dritten Auflage wurden folgende Werke benutzt:

1. Weisbach-Herrmann, Ingenieur- und Maschinen-Mechanik.
2. Musil, Die Motoren für Gewerbe und Industrie.
3. Scholl, Führer des Maschinisten.
4. Müller, Grundriß der Physik.
5. Reuleaux, Konstrukteur.

   Die bisher genannten Werke sämtlich im Verlage von Friedr. Vieweg u. Sohn in Braunschweig.

6. Zeuner, Technische Thermodynamik.
7. Grashof, Theoretische Maschinenlehre.
8. von Reiche, Anlage und Betrieb der Dampfkessel.
9. Lieckfeld, Der Gasmotor.
10. Lieckfeld, Petroleum- und Benzinmotoren.
11. Henne, Wasserräder und Turbinen.
12. Hartmann-Knoke, Die Pumpen.
13. von Hoyer, Maschinenkunde.
14. Franzius-Lincke, Handbuch der Ingenieurwissenschaften.

Einleitung.

Eine Flüssigkeit ist eine Verbindung von einer zahlreichen Menge materieller Punkte (Atome), welche in so geringen Abständen nebeneinander gelagert sind, daß das Ganze als stetige Masse angesehen werden darf, wobei die einzelnen Flüssigkeitsatome die Eigenschaft besitzen, sich nebeneinander nach jeder beliebigen Richtung, ohne jegliche Reibung zu bewegen. Der innere Zusammenhang zwischen den Flüssigkeitsteilchen ist hiernach so gering, daß jede noch so kleine Kraft ein Verschieben der einzelnen Teilchen bewirken kann. Infolge dieses geringen Zusammenhanges lassen sich die Flüssigkeiten nach jeder beliebigen Richtung auf leichte Weise zerteilen, sie haben keine bestimmte Form und nehmen die Gestalt der Gefäße an, durch welche sie eingeschlossen werden. Die Flüssigkeiten zerfallen in tropfbare und gasförmige. Der hauptsächlichste Unterschied beider besteht darin, daß sich zwischen den einzelnen Atomen der tropfbaren Flüssigkeiten noch eine gewisse Anziehungskraft zeigt, wodurch sich unter gewissen Verhältnissen kleine zusammenhängende sphärische Körper, Tropfen genannt, bilden können; die Atome der gasförmigen Körper stoßen sich dagegen ab, so daß sie ins Feinste zerfließen, sobald der Druck, dem sie ausgesetzt sind, aufgehoben wird. Die tropfbaren Flüssigkeiten heißen auch unzusammendrückbar, unelastisch, weil man lange Zeit der Meinung war, es sei unmöglich, ihr Volumen durch Druck zu verringern. Obgleich man jetzt eine andere Ansicht gewonnen, so ist doch die Zusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten so gering, daß wir sie ganz vernachlässigen dürfen. Die tropfbaren Flüssigkeiten besitzen hiernach, den elastischen Flüssigkeiten gegenüber, trotz ihrer Formlosigkeit, wenigstens ein bestimmtes Volumen, solange wir von der Zusammendrückbarkeit absehen.

Die gasförmigen Flüssigkeiten teilt man gewöhnlich in Gase und Dämpfe. Sind sie bei gewöhnlicher Temperatur und atmosphärischem Drucke luftförmig, so nennt man sie Gase, entstehen sie durch Erwärmung flüssiger Körper, so nennt man sie Dämpfe.

Die Gase und Dämpfe sind vollkommen durchsichtig, und erst in dem Augenblicke, wenn ein Dampf in den tropfbaren Zustand übergeführt wird, bilden sich sichtbare Körper, die man Dunst, Nebel, Wolken 2c. zu nennen pflegt. Jedes Flüssigkeitsatom ist der Schwerkraft unterworfen, hat also ein

gewisses Gewicht, das sich durch das Produkt aus Volumen in das specifische Gewicht der Flüssigkeit messen läßt oder welches durch das Produkt aus Masse in die Beschleunigung der Schwere bestimmt ist. Für die tropfbaren Flüssigkeiten wird man bei Annahme der Unzusammendrückbarkeit eine constante Dichtigkeit zulassen können, bei den elastischen Flüssigkeiten wird sich dagegen die Dichtigkeit mit dem Drucke, der auf die Flüssigkeit ausgeübt ist, ändern, da durch den Druck eine Volumenverminderung, eine Verdichtung, eintritt. Infolge des Gewichtes der Flüssigkeitsatome drücken die oberen Flüssigkeitsteilchen auf die darunter befindlichen, so daß ein Flüssigkeitsteilchen um so mehr Druck auszuhalten hat, je größer die Anzahl von Flüssigkeitsatomen ist, welche sich senkrecht darüber befinden.

In dem Folgenden soll die Mechanik der tropfbaren zugleich mit der der gasförmigen Flüssigkeiten behandelt werden, und zwar fangen wir auch hier wieder mit der Lehre vom Gleichgewicht, mit der Statik der Flüssigkeiten, an, wozu wir also nach der Einleitung des ersten Teiles Hydrostatik und Aerostatik rechnen. Für die tropfbaren Flüssigkeiten dient dabei das Wasser, für die elastischen die Luft als Repräsentant, da sich für die übrigen Flüssigkeiten die erhaltenen Resultate bei Benutzung der zugehörigen specifischen Gewichte leicht umändern lassen.

Mechanik flüssiger Körper.

Erstes Kapitel.

Allgemeine Gesetze über das Gleichgewicht und den Druck von Flüssigkeiten.

1. Bedingungen des Gleichgewichtes. Die Gesetze über das Gleichgewicht sind für alle Körper dieselben und hängen nicht von dem größeren oder geringeren Zusammenhange der Körperteilchen ab, die Bedingungen des Gleichgewichtes für ein flüssiges System von materiellen Punkten sind deshalb genau dieselben, die wir im ersten Kapitel der Statik fester Körper gefunden.

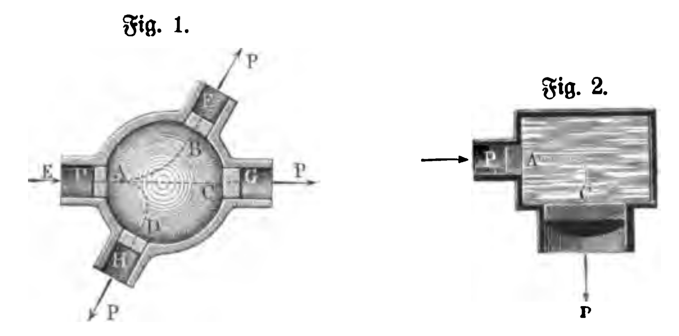
Denken wir nämlich eine Flüssigkeit, gleichviel ob tropfbar oder elastisch, unter der Einwirkung von Kräften im Gleichgewicht, so kann dasselbe dadurch in keiner Weise gestört werden, daß wir die flüssige Masse mit einem Male *fest werden lassen*, d. h. die Bedingungen des Gleichgewichtes für den flüssigen Zustand genügen dem plötzlich fest gewordenen, oder umgekehrt, die für feste Körper entwickelten Gleichgewichtsbedingungen sind auf flüssige vollkommen in Anwendung zu bringen.

Sind zwei Körper miteinander in Berührung und sind ihre Oberflächen *vollkommen glatt*, so heben sich nur die zu den Oberflächen normal gerichteten Kräfte auf, und die Körper entwickeln nur nach diesen Richtungen einen Widerstand, der stets gleich dem ausgeübten Drucke ist. Die Flüssigkeitsatome sollen sich der Erklärung gemäß ohne jegliche Reibung nebeneinander bewegen können, sie sind also als Körper mit vollkommen glatten Oberflächen aufzufassen, die nur die *normal zu ihrer* Oberfläche wirksamen Drucke aufzuheben vermögen, wobei der Widerstand jedesmal gleich dem ausgeübten Drucke ist.

2. Fortpflanzung des Druckes. Der hauptsächlichste Unterschied zwischen festen und flüssigen Körpern liegt in der Fortpflanzung eines gegen den

Körper ausgeübten Druckes. Während bei den festen Körpern der Druck sich nur nach der einen Richtung fortpflanzt, überträgt sich derselbe in einer Flüssigkeit von dem Punkte der Einwirkung nach allen Richtungen, auf alle Flüssigkeitsatome in derselben Größe. Dies Gesetz kann man als Erfahrungsresultat auffassen, oder es läßt sich dasselbe leicht auf Grund der oben hingestellten Erklärung der Flüssigkeiten wie folgt nachweisen. Die einzelnen Flüssigkeitsatome können sich unter der Annahme des vollkommenen Gleichgewichtes vollständig frei bewegen, sie besitzen vollkommene Beweglichkeit. Erleiden nun einzelne Atome einen Druck, so haben diese das Bestreben, der angeregten Bewegung Folge zu leisten; der ausgeübte Druck wird aber durch einen gleich großen Widerstand der umgebenden Flüssigkeitsatome aufgehoben, welche dadurch denselben Druck erleiden, ihrerseits in Bewegung zu kommen suchen und auf dieselbe Weise den Druck auf die umgebenden Flüssigkeitsatome übertragen, so daß sich die angeregte Bewegung durch die ganze Flüssigkeit fortpflanzt, d. h. jedes einzelne Flüssigkeitsatom erleidet denselben Druck. Die Fortpflanzung des Druckes geschieht plötzlich, so lange die Masse vollkommen flüssig ist; die Übertragung des gleich großen Druckes auf alle Flüssigkeitsatome findet jedoch, sobald der Gleichgewichtszustand hergestellt ist, bei jeder Flüssigkeit, unabhängig von der größeren oder geringeren Verschiebbarkeit statt. Hieraus folgt unmittelbar, daß die Wände des Gefäßes, welches die flüssige Masse enthält, in jedem Punkte ebenfalls denselben normalen Druck auszuhalten haben, den irgend ein Flüssigkeitsatom erleidet.

3. **Hauptgesetz der Fortpflanzung des Druckes.** Die beistehende Figur 1 stelle ein Gefäß, welches irgend eine Flüssigkeit enthält, vor; A, B, C, D seien festschließende Kolben von gleichem Flächeninhalte, in derselben Höhe über dem horizontalen Fußboden. Die Masse sei im



Gleichgewicht und mittels des Kolbens A werde ein Druck P gegen die Flüssigkeit ausgeübt. Nach dem allgemeinen Gesetze über die Fortpflanzung des Druckes müssen die Kolben B, C und D denselben Druck von innen nach außen erleiden, so daß die Bewegung derselben nur dann gehindert und der Gleichgewichtszustand nur dann wieder hergestellt werden kann, wenn man auf jeden dieser Kolben von außen nach innen denselben Druck P einwirken läßt.

Haben die beiden Kolben A und C (Fig. 2) dagegen ungleichen Flächeninhalt f und f_1 und ist $f_1 = nf$, so ist auch der darauf ausgeübte Druck P_1 das $n$fache des Druckes P, oder es muß zur Erhaltung des Gleichgewichtes ein Druck $P_1 = nP$ von außen nach innen gegen den Kolben C wirken, d. h. die gegen einzelne Teile der Gefäßwand ausgeübten Drucke verhalten sich wie die Inhalte der gedrückten Flächen:

$$P : P_1 = f : f_1.$$

Dieses Gesetz, auf jede beliebige Flüssigkeit anwendbar, entspricht bei unzusammendrückbaren Flüssigkeiten dem in Teil I besprochenen Principe der virtuellen Geschwindigkeiten.

Es bezeichnen $f_1, f_2, f_3 \ldots$ die Inhalte der Kolbenflächen, p den Druck auf die Flächeneinheit (Quadratcentimeter, Quadratmeter...) und $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 \ldots$ die virtuellen Geschwindigkeiten der Angriffspunkte der Kräfte gleich mit Rücksicht auf die Zeichen, so muß, da durch die Bewegung eine Zusammendrückung nicht stattfinden soll:

$$f_1\sigma_1 + f_2\sigma_2 + f_3\sigma_3 + \cdots = 0$$

sein. Die Multiplikation mit p läßt die Gleichung bestehen, daher ist auch:

$$f_1 p\sigma_1 + f_2 p\sigma_2 + f_3 p\sigma_3 + \cdots = 0,$$

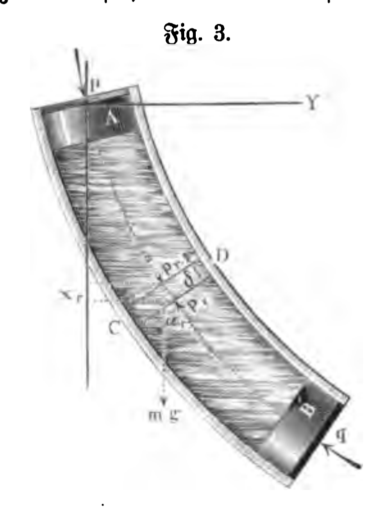
d. h. für den Gleichgewichtszustand ist die algebraische Summe der virtuellen Momente gleich Null.

Auf diesem Hauptgesetze der Fortpflanzung des Druckes durch Flüssigkeiten beruhen vielfache Konstruktionen in der Praxis, die täglich in Anwendung sind. Die Sicherheitsventile bei Dampfkesseln und hydraulischen Pressen wirken nur deshalb in der Weise, weil, wenn an irgend einer Stelle der Druck eine solche Größe erreicht, daß ein Zersprengen des Gefäßes die Folge sein könnte, derselbe Druck in demselben Augenblicke das Ventil aufheben wird, welches sich erst dann wieder schließt, wenn im Inneren des Gefäßes ein der Belastung des Ventils entsprechender Druck an allen Punkten hergestellt ist. Hieraus folgt unmittelbar, daß es ganz gleichgültig ist, an welcher Stelle des Dampfkessels oder der Zuleitungsröhre bei der hydraulischen Presse das Sicherheitsventil angebracht wird, die Größe desselben ist dagegen durch den nicht zu überschreitenden Druck vollkommen bestimmt. Bei Blasebälgen ist es völlig unwesentlich, an welcher Stelle die Öffnung für die Röhre angebracht wird, welche die Luft in das Feuer führt; von Bedeutung ist allein die Größe der Öffnung, da von dieser die Größe des Winddruckes abhängt.

Die gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes durch die Flüssigkeit geschieht nur dann in der angegebenen Weise, wenn die einzelnen Flüssigkeitsatome nicht noch außerdem durch Kräfte in Anspruch genommen sind, wenn also vor allen Dingen die einzelnen Flüssigkeitsteilchen ohne Gewicht wären. Das angeführte Gesetz wird daher nur bei Vernachlässigung des eigenen Gewichtes auf alle Flüssigkeiten vollkommene Anwendung finden, in der Wirklichkeit wird es durch das Gewicht der Flüssigkeitsatome einigermaßen geändert.

4. Berücksichtigung des Eigengewichtes. Die Fig. 3 stellt eine Röhre von sehr kleinem konstantem Querschnitt f vor, deren Achse eine beliebige krumme Linie sein mag. Die Röhre ist mit einer Flüssigkeit gefüllt, deren Atome durch die Schwerkraft angegriffen werden, und außerdem wirken gegen die festschließenden Kolben A und B an beiden Enden der Röhre zwei Kräfte, deren Druck auf die Flächeneinheit p und q Kilogramme betragen mag. Wir nehmen die durch den Angriffspunkt p gelegte Horizontalebene als ZY-Ebene, die X-Achse in senkrechter Richtung durch denselben Punkt mit dem positiven Teile nach unten gerichtet, und bestimmen für die aufeinander folgenden Punkte der Röhrenachse die Gleichgewichtsbedingungen. Eine Flüssigkeitsscheibe von sehr geringer Dicke kann sich bei den gemachten Voraussetzungen durch die Röhre nur in der Weise bewegen, daß ihr Schwerpunkt dabei die Achse der Röhre beschreibt. Es ist eine solche Bewegung deshalb als eine Bewegung auf vorgeschriebener Kurve anzusehen, wobei durch die Tangentialkräfte allein die Bewegung erhalten wird. Für den verlangten Gleichgewichtszustand müssen sich daher die Tangentialkräfte an jedem Punkte der Röhrenachse aufheben.

Fig. 3.



Es sei CD eine solche Flüssigkeitsscheibe von der Stärke δ und dem Gewichte mg. Für die angenommene Lage seien p_{r-1} und p_r die normal zur Oberfläche der Scheibe CD auf die Flächeneinheit wirksamen Drucke. Die für die angenommene Lage der Scheibe CD zur Röhrenachse konstruierte Tangente bilde mit der X-Achse den Winkel α_r. Das Gewicht mg, in Richtung der X-Achse wirksam, wird in eine Tangential- und Normalkomponente zerlegt. Die Gleichgewichtsbedingung für die angenommene Lage ist deshalb, da p_{r-1} und p_r bereits nach tangentialer Richtung wirksam sind,

$$fp_{r-1} + mg\cos\alpha_r - fp_r = 0.$$

Wenn die Flüssigkeitsscheibe sich auf der Röhrenachse um den Bogen δ fortbewegt, so erhält man die Projektion von δ auf die X-Achse, wenn man δ mit dem Cosinus des Winkels multipliziert, den die Tangente zur Röhrenachse an der betreffenden Stelle mit der X-Achse bildet.

Nennen wir diese Projektion x_r, so ist also

$$\delta\cos\alpha_r = x_r$$

oder

$$\cos\alpha_r = \frac{x_r}{\delta}.$$

Tragen wir diesen Wert für $\cos\alpha_r$ in die obige Gleichgewichtsbedingung ein und setzen außerdem statt des Gewichtes mg das Produkt aus Volumen $f\delta$ in das specifische Gewicht γ der Flüssigkeit, so entsteht:

$$f p_{r-1} + f \delta \gamma \frac{x_r}{\delta} - f p_r = 0.$$

$$p_r = p_{r-1} + \gamma x_r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Aus dieser Gleichung erfährt man den Druck p_r auf die Flächeneinheit für einen beliebigen Punkt der Flüssigkeitssäule, solange das Gleichgewicht nicht gestört ist. Führen wir dies für die einzelnen Flüssigkeitsscheiben zwischen den beiden Kolben A und B durch, so erhalten wir folgende Gleichungen, aus denen sich der Druck p_r an irgend einer Stelle vollkommen bestimmen läßt, wenn die Dichtigkeit γ der Flüssigkeit entweder konstant oder ihr Änderungsgesetz bekannt ist.

Es ist für eine konstante Dichtigkeit

$$\begin{aligned} p_r &= p_{r-1} + \gamma x_r, \\ p_{r-1} &= p_{r-2} + \gamma x_{r-1} \text{ u. s. w. bis} \\ &\vdots \\ p_3 &= p_2 + \gamma x_3, \\ p_2 &= p_1 + \gamma x_2, \\ p_1 &= p + \gamma x_1. \end{aligned}$$

Hieraus erhalten wir:

$$p_r = p + \gamma (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots x_r).$$

Für die letzte Flüssigkeitsscheibe, die mit dem Kolben B unmittelbar in Berührung steht, ist $p_r = q$, daher ist für diese Flüssigkeitsscheibe

$$q = p + \gamma (x_1 + x_2 + x_3 + \cdots),$$

worin wir noch statt der Summe $x_1 + x_2 + \cdots$ der Projektionen die senkrechte Entfernung x der ersten und letzten Flüssigkeitsscheibe setzen wollen:

$$q = p + \gamma x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Liegt anderseits eine elastische Flüssigkeit vor, die also das Bestreben hat, sich auszudehnen, so haben wir unter dem ausgeübten Drucke p_r zugleich die Kraft zu verstehen, welche durch dieses Ausdehnungsbestreben bewirkt wird. Diese Kraft bei einer elastischen Flüssigkeit, die Spannkraft oder Spannung genannt, äußert sich bei jeder Dichtigkeit der Flüssigkeit, wodurch sie sich hauptsächlich von der Elasticität der festen Körper unterscheidet. Diesem Ausdehnungsbestreben wirkt die Schwerkraft in den einzelnen Punkten der Flüssigkeit entgegen.

Die Dichtigkeit ist bei einer elastischen Flüssigkeit nicht konstant, sie ändert sich vielmehr gleichzeitig mit der Temperatur und dem Druck. Sehen wir vorläufig von der Änderung durch die Temperatur ab, nehmen wir dieselbe also durch die ganze Flüssigkeit als konstant an, so läßt sich für Gase und ungesättigte Dämpfe das Gesetz von Mariotte zur Bestimmung der Dichtigkeit in Anwendung bringen. Bezeichnen wir mit p und p_1 die specifischen Spannungen, d. h. die Drucke auf die Flächeneinheit, mit v und v_1 die Volumina der Gewichtseinheit, die sogenannten specifischen Volumina, so drückt sich das Mariotte'sche Gesetz durch die Gleichung aus:

$$p v = p_1 v_1 = const. = c \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

oder

$$p : p_1 = v_1 : v$$

in Worten: **Bei gleicher Temperatur verhalten sich die Spannungen umgekehrt wie die Volumina.**

Berücksichtigen wir ferner, daß wir die Dichtigkeit durch das specifische Gewicht γ, d. i. das Gewicht der Volumeneinheit, messen, so ist $v\gamma = v_1\gamma_1 = 1$ oder $v = \frac{1}{\gamma}$, und deshalb können wir das Mariotte'sche Gesetz auch durch die Gleichung

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma_1} = const. = c \quad \text{oder} \quad \frac{p}{p_1} = \frac{\gamma}{\gamma_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

wiedergeben, d. h. die Spannungen verhalten sich wie die Dichtigkeiten. Für ein und dieselbe Flüssigkeit ist hiernach das Produkt pv oder der Quotient $\frac{p}{\gamma} = c$ konstant. Für atmosphärische Luft fand Regnault beim mittleren Atmosphärendruck, d. h. für $p = 10\,334$ kg pro Quadratmeter, das Gewicht γ eines Kubikmeters gleich 1,29318 kg, woraus sich für Luft dieser konstante Wert $c = 7991{,}2$ ergiebt.

Wegen $\frac{p}{c} = \gamma$ können wir demnach in der allgemeinen Gleichung (1) mit Zugrundelegung des Mariotte'schen Gesetzes $\gamma = p_{r-1} : c$ setzen und erhalten dadurch

$$p_r = p_{r-1}\left(1 + \frac{x_r}{c}\right).$$

Bestimmen wir in gleicher Weise die Drucke für die einzelnen Flüssigkeitsscheiben, von der Scheibe CD bis zu dem oberen Kolben, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} p_r &= p_{r-1}\left(1 + \frac{x_r}{c}\right) \\ p_{r-1} &= p_{r-2}\left(1 + \frac{x_{r-1}}{c}\right) \text{ u. s. w. bis} \\ &\vdots \\ p_2 &= p_1\left(1 + \frac{x_2}{c}\right) \\ p_1 &= p\left(1 + \frac{x_1}{c}\right). \end{aligned}$$

Werden aus diesen Gleichungen die Drucke p_1 bis p_{r-1} eliminirt, so entsteht

$$p_r = p\left(1 + \frac{x_1}{c}\right)\left(1 + \frac{x_2}{c}\right)\left(1 + \frac{x_3}{c}\right)\cdots\left(1 + \frac{x_r}{c}\right),$$

worin wir $x_1 = x_2 = x_3 = \cdots x_r$ setzen können, da dadurch sehr kleine Abschnitte auf der X-Achse bezeichnet wurden. Das obige Resultat erhält dadurch die Form

$$p_r = p\left(1 + \frac{x_1}{c}\right)^r$$

oder, wenn wir bis zum Kolben B herabgehen und von A bis B, n solcher Schichten annehmen:

$$q = p\left(1 + \frac{x_1}{c}\right)^n.$$

Bezeichnen wir auch hier die senkrechte Entfernung der untersuchten Flüssigkeitsscheibe von dem oberen Kolben mit x, so können wir $x_1 = \frac{x}{n}$ setzen, unter n eine unendlich große Zahl verstanden, und erhalten demnach

$$q = p\left(1 + \frac{x:c}{n}\right)^n.$$

Es ist aber $lim\left[\left(1 + \frac{z}{n}\right)^n\right]$ für die Annahme, daß n eine bis ins Unendliche wachsende Zahl vorstellt, gleich e^z, unter e die Basis der natürlichen Logarithmen verstanden, und deshalb der Druck q gegen den unteren Kolben

$$q = p e^{\frac{x}{c}} \quad \text{. . . . . (5)}$$

Die Dichtigkeit γ an der betreffenden Stelle finden wir dem Gesetze von Mariotte $q:\gamma = c$ gemäß

$$\gamma = \frac{p}{c} e^{\frac{x}{c}} \quad \text{. . . . . (6)}$$

Sind die einzelnen Flüssigkeitsatome noch von anderen Kräften angegriffen, so ist in ganz ähnlicher Weise die Gleichgewichtsbedingung für eine beliebig gewählte Flüssigkeitsscheibe aufzustellen und daraus die Bestimmung des letzten Druckes q mit Hülfe der höheren Analysis vorzunehmen.

5. **Verallgemeinerung.** Wir haben hiernach sowohl für die nicht zusammendrückbaren als auch für die elastischen Flüssigkeiten den auf die Einheit ausgeübten Druck q bestimmt, der zur Herstellung des Gleichgewichtes in der vorgelegten sehr dünnen Röhre gegen den Kolben B ausgeübt werden muß. Ersetzen wir diesen Kolben durch eine feste Wand, so wird q in gleicher Weise den auf die Flächeneinheit ausgeübten Druck gegen dieselbe ausdrücken.

Es ist hierbei noch zu bemerken, daß die Achse der Röhre eine beliebige krumme Linie war, und daß sich der Druck q ganz unabhängig von der Form dieser krummen Linie bestimmt hat.

Übertragen wir jetzt das Gesagte auf ein beliebiges Gefäß von beliebiger Größe, das mit einer beliebigen Flüssigkeit angefüllt ist, welche unter der Einwirkung der Kräfte p, q und der Schwerkraft im Gleichgewichte sein soll. Das Gleichgewicht wird nicht gestört werden, wenn wir die ganze Flüssigkeitsmasse plötzlich fest werden lassen, mit Ausnahme einer sehr feinen Röhre von beliebiger Form zwischen den Punkten A und B. Das Gleichgewicht in derselben besteht aber nach § 4, wenn für jeden beliebigen Punkt C der Röhrenachse die Gleichung (1)

$$p_r = p_{r-1} + \gamma x_r$$

stattfindet.

Zwischen den Punkten A und B kann man aber eine unzählige Masse feiner Kanäle von beliebiger Form denken, und bei dem vorhandenen Gleich-

gewichte muß für jeden Punkt eines solchen Kanals die angeführte Gleichung ihre Gültigkeit behalten. Anderseits kann man die beiden Punkte A und B in der Flüssigkeit beliebig wählen und jedesmal für einen dazwischen gedachten feinen Kanal die Richtigkeit der Gleichung für jeden Punkt nachweisen. Hieraus folgt unmittelbar, die Gleichung

$$p_r = p_{r-1} + \gamma x_r$$

muß für jeden beliebigen Punkt einer Flüssigkeit bestehen, wenn dieselbe unter der Einwirkung der angegebenen Kräfte im Gleichgewichte sein soll, d. h. die obige Gleichung liefert die Gleichgewichtsbedingung für eine beliebige Flüssigkeit. Der auf die Flächeneinheit ausgeübte Druck q aber ist, je nachdem wir es mit einer unzusammendrückbaren oder elastischen Flüssigkeit zu thun haben,

$$q = p + \gamma x$$

$$q = pe^{\frac{x}{c}},$$

worin x die senkrechte Entfernung des untersuchten Punktes von dem Angriffspunkte der Kraft p bezeichnet.

Folgerungen. 1. Soll der Druck auf die Flächeneinheit durch die ganze Flüssigkeit derselbe sein, d. h. soll $p_r = p_{r-1}$ sein, so ist dies nur möglich, wenn in der obigen Grundformel (1) $\gamma = 0$ ist, d. h. wenn die Flüssigkeitsatome kein Gewicht haben.

2. Der Druck q ändert sich allein mit der senkrechten Entfernung x, es werden daher alle Punkte derselben Horizontalebene, unabhängig von der Form des Gefäßes, denselben Druck auszuhalten haben.

3. Diejenigen Punkte einer Flüssigkeit, welche denselben Druck erleiden, bilden in ihrer Aufeinanderfolge die sogenannte Niveaufläche. Für unsere bisherige Annahme, daß die einzelnen Flüssigkeitsatome allein von der Schwerkraft angegriffen werden, sind die Niveauflächen in der Flüssigkeit Horizontalebenen. Nehmen wir jedoch eine Flüssigkeit von sehr großer Ausdehnung, für welche die Richtung der Schwerkraft in den einzelnen Punkten nicht mehr parallel zu denken ist, wobei vielmehr die Schwerkraft als eine vom Mittelpunkte der Erde aus wirksame Centralkraft aufzufassen ist, so sind auch die Niveauflächen nicht mehr Horizontalebenen, sondern Kugelflächen, da nur diejenigen Punkte durch die Schwerkraft gleiche Anziehung (Druck) erleiden, die sich in gleicher Entfernung von dem Mittelpunkte der Erde befinden. In beiden Fällen ist die Richtung der Schwerkraft zu den Elementen der Niveauflächen normal, woraus allgemein geschlossen werden kann: wenn noch andere Kräfte außer der Schwerkraft die einzelnen Flüssigkeitsatome angreifen, so muß die Mittelkraft der auf die Flüssigkeitsatome wirksamen Kräfte zu den Elementen der Niveauflächen normal gerichtet sein.

6. **Bodendruck. Kommunizierende Röhren.** Wir wollen jetzt eine unzusammendrückbare Flüssigkeit von durchgehends gleicher Dichtigkeit näher in Betracht ziehen, wenn die Flüssigkeit in einem Gefäße von beliebiger Form enthalten ist.

Die Niveauflächen im Inneren der Flüssigkeit sind Horizontalebenen, die freie Oberfläche muß ebenfalls eine Niveaufläche, also eine Horizontalebene sein. Der Druck auf die Flächeneinheit in jedem Punkte der Flüssigkeit oder in jedem Punkte der festen Wandung ist, wenn wir die obigen Bezeichnungen beibehalten, nach Formel 2, S. 7:

$$q = p + \gamma x,$$

sodaß die Flüssigkeit hiernach im Gleichgewichte ist, solange die Gefäßwände vermöge ihrer Festigkeit diesem Drucke Widerstand zu leisten vermögen. Ist das Gefäß an seiner obersten Stelle offen, also auch nicht durch einen beweglichen Kolben geschlossen, so ist deshalb der konstante Druck p doch nicht Null, sondern es repräsentiert p dann den von der atmosphärischen Luft herrührenden Druck auf die Flächeneinheit. Hiernach besteht die auf jeden Punkt der Flüssigkeit oder Gefäßwandung ausgeübte Pressung:

1. aus dem Atmosphärendrucke p, der sich durch die Flüssigkeitsmasse in unveränderter Weise fortpflanzt;
2. aus dem durch das Gewicht der Flüssigkeitsteilchen hervorgerufenen Drucke, der für die einzelnen Punkte der Flüssigkeitsmasse verschieden ist und mit der Entfernung x des Punktes von der freien Oberfläche wächst.

Für die einzelnen Punkte derselben Horizontalebene ist der Gesamtdruck natürlich immer derselbe. Man nennt die Tiefe x eines Flüssigkeitsteilchens unter der freien Oberfläche (Wasserspiegel) die Druckhöhe und bezeichnet sie gewöhnlich mit h. Hiernach ist der Druck einer Flüssigkeit gegen einen horizontalen Boden oder gegen einen horizontalen Teil der Gefäßwand, dessen Inhalt durch f bezeichnet werden mag:

$$\left.\begin{array}{l} fq = fp + fh\gamma \quad \text{oder} \\ fq = fh\gamma \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

wenn man von dem Atmosphärendrucke absieht, d. h. der Druck gegen eine horizontale Fläche ist gleich dem Gewichte einer über ihr stehenden Flüssigkeitssäule fh. Der horizontale Boden bei den verschiedenartigen Gefäßen (Fig. 4) wird also denselben Druck auszuhalten haben, wenn nur der Boden denselben Flächeninhalt hat und überall dieselbe Druckhöhe vorhanden ist. Ebenso ist der Druck, welchen der horizontale Teil BC des Gefäßes (Fig. 5) auszuhalten hat, gleich dem Gewichte $fh\gamma$ einer darüber stehenden Flüssigkeitssäule, deren Höhe $h = BH$ ist und deren Grundebene mit BC denselben Flächeninhalt f hat.

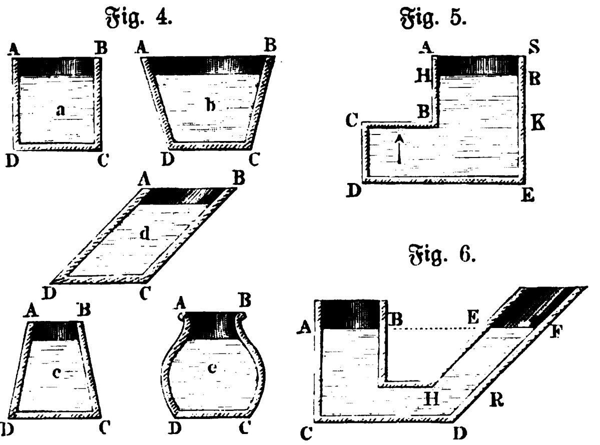


Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

Mit dem Druck, welchen der Boden eines solchen Gefäßes auszuhalten hat, ist nun aber nicht zu verwechseln der Druck, welchen das mit einer Flüssigkeit gefüllte Gefäß auf eine Unterlage ausübt. Nehmen wir an, die Füllung der Gefäße in Fig. 4 bestehe aus Wasser, die Bodenfläche der einzelnen Gefäße betrage je 1 qm, die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden betrage 0,8 m, so ist der Druck, welchen der Boden der Gefäße a bis e auszuhalten hat, wie oben bewiesen, $= fh\gamma = 1 \,.\, 0{,}8 \,.\, 1000 = 800$ kg.

Denken wir uns dagegen die mit Wasser gefüllten Gefäße einzeln etwa auf eine Wagschale gesetzt und denken wir uns die Gefäße selbst als gewichtslos, so finden wir, daß der Druck, den die einzelnen Gefäße auf die Wagschale ausüben, durchaus nicht derselbe ist. Er ist vielmehr immer gleich dem Gewichte des in den Gefäßen enthaltenen Wassers.

Daß die beiden Drucke nicht dieselben sind, liegt eben daran, daß z. B. in Fig. 4 c ein Teil des auf den Boden ausgeübten Druckes durch den nach oben gerichteten Druck auf die schrägen Flächen AD und BC wieder aufgehoben wird. (Vgl. § 10 letzter Absatz.)

Diese Resultate bleiben richtig, welche Form das vorgelegte Gefäß haben mag, sie sind daher auch dann in Anwendung zu bringen, wenn die freie Oberfläche aus mehreren getrennten Teilen besteht. Diese verschiedenen Teile der freien Oberfläche müssen in derselben Horizontalebene liegen und für die Punkte einer und derselben Horizontalebene muß der Gesamtdruck auf die Flächeneinheit immer derselbe sein. Hiernach steht eine Flüssigkeit in kommunizierenden Röhren (Fig. 6 a. v. S.) gleich hoch, d. h. die Spiegel AB und EF liegen in derselben Horizontalebene.

Fig. 7.

Befinden sich in demselben Gefäße mehrere tropfbare Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit, und findet unter ihnen keine gegenseitige chemische Einwirkung statt, so werden sich die Flüssigkeiten unter Annahme des vollständigen Gleichgewichtes nach ihrer größeren Dichtigkeit unter einander stellen, so daß die specifisch leichteste die oberste Lage einnimmt. Die einzelnen Flüssigkeiten werden sich durch Horizontalebenen trennen, deren Punkte dieselbe Dichtigkeit haben. Die freie Oberfläche, von der leichtesten Flüssigkeit gebildet, wird ebenfalls eine Horizontalebene sein müssen. Um den Druck q für die Flächeneinheit an einer beliebigen Stelle der flüssigen Masse zu bestimmen, seien die Dichtigkeiten der darüber stehenden Flüssigkeiten $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \ldots$, die Stärken der Flüssigkeitslagen in senkrechter Richtung gemessen seien $x_1, x_2, x_3 \ldots$, und p bezeichne wieder den Atmosphärendruck auf die Flächeneinheit. Für diese Annahmen ist

$$q = p + \gamma_1 x_1 + \gamma_2 x_2 + \gamma_3 x_3 + \cdots$$

Denken wir weiter in eine kommunizierende Röhre (Fig. 7), welche eine Flüssigkeit von der Dichtigkeit γ_1 enthält, eine zweite Flüssigkeit von geringerer Dichtigkeit γ_2 gegossen, so muß immer noch der Druck auf die Flächeneinheit für die einzelnen Punkte derselben Horizontalebene derselbe sein, wenn das

Gleichgewicht fortbestehen soll. Hieraus folgt aber, daß die Höhe BF der leichteren Flüssigkeit über der die beiden Flüssigkeiten trennenden Horizontalebene AB größer sein muß, als die Höhe AE der schweren Flüssigkeit über derselben Horizontalebene. Bezeichnen wir AE mit h_1 und BF mit h_2, so ist

$$q = p + \gamma_1 h_1 = p + \gamma_2 h_2$$

oder

$$\gamma_1 h_1 = \gamma_2 h_2$$
$$h_1 : h_2 = \gamma_2 : \gamma_1,$$

d. h. für den Gleichgewichtszustand zweier Flüssigkeiten von verschiedener Dichtigkeit verhalten sich die Höhen der Flüssigkeitssäulen in kommunizierenden Röhren über der sie trennenden Horizontalebene umgekehrt wie die Dichtigkeiten.

7. **Atmosphärendruck.** Liegt ein Teil der Flüssigkeit, der von der Gefäßwand AB (Fig. 8) begrenzt ist, höher als die freie Oberfläche MM, so wird die horizontale Wand AB auf die Flächeneinheit einen Druck q erleiden, dessen Wert im allgemeinen geringer als der Atmosphärendruck ist und den wir erhalten, wenn wir in der obigen allgemeinen Formel 2:

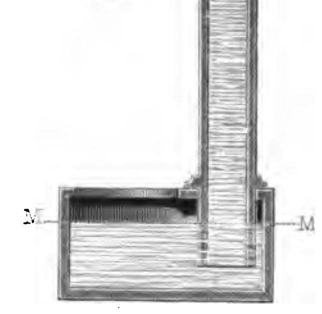
$$q = p + \gamma x,$$

statt $+ x$, $- x$ setzen. Es ist für diesen Fall

$$q = p - \gamma x,$$

unter x die senkrechte Entfernung der freien Oberfläche MM von dem horizontalen Teile AB verstanden.

Fig. 8.



Wenn q gleich Null wird, so hält die über MM bis AB stehende Flüssigkeitssäule dem Atmosphärendrucke das Gleichgewicht, und es giebt die letzte Gleichung ein Mittel, die Größe des Luftdruckes, sowie die Höhe x zu berechnen, auf welche sich die verschiedenen Flüssigkeiten in einem vollkommen leeren Raume erheben, wenn die atmosphärische Luft auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit drücken kann. Aus

$$0 = p - \gamma x$$

folgt

$$\left. \begin{aligned} p &= \gamma x \text{ und} \\ x &= \frac{p}{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Der Druck der Luft wird durch Barometer gemessen, indem man aus der beobachteten Steighöhe (x) der verwendeten Flüssigkeit und aus ihrem specifischen Gewichte nach der ersten der beiden letzten Gleichungen den Druck auf die Flächeneinheit berechnet.

Für einen mittleren Zustand der Atmosphäre, an Orten, die ungefähr im Niveau des Meeres liegen, beträgt die Steighöhe für Quecksilber 760 mm. Nehmen wir das specifische Gewicht des Quecksilbers zu 13,597, so läßt

sich der Luftdruck in kg pro qm Fläche aus der obigen Gleichung leicht berechnen.

Aus $\gamma = 13597$ und $x = 0{,}760$ folgt

$$p = \gamma . x = 13597 . 0{,}760 = 10334 \text{ kg}.$$

Es läßt sich nun auch die Höhe x einer Wassersäule berechnen, deren Gewicht den Atmosphärendruck angiebt:

$$x = \frac{10334}{1000} = 10{,}334 \text{ m*}).$$

Es ist in der Mechanik gebräuchlich, den mittleren Atmosphärendruck als Einheit zu benutzen und andere hydrostatische Drucke darauf zu beziehen, die hiernach also in Atmosphärendrucken oder schlechtweg in Atmosphären angegeben werden. Ist der ausgeübte Druck gleich a Atm., und bezeichnen wir die zum Gleichgewicht dieses Druckes notwendige Wasserhöhe in m mit h, die bezügliche Quecksilberhöhe in mm mit h_1, so haben wir

$$\text{den Druck} \left\{\begin{array}{ll} p & = 10334\,a \text{ kg} \\ h & = 10{,}334\,a \text{ m Wassersäule} \\ h_1 & = 760\,a \text{ mm Quecksilbersäule} \end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

8. **Normaldruck einer unzusammendrückbaren Flüssigkeit (Wasser) für eine gegen den Horizont geneigte Ebene.** Wir denken die gegen den Horizont geneigte Gefäßwand vom Inhalte f aus sehr kleinen Flächenelementen f_1, f_2, f_3 ... bestehend, für welche das Gesetz in Bezug auf eine horizontal liegende Wandung in Anwendung gebracht werden darf. Die zugehörigen Druckhöhen seien h_1, h_2, h_3 ... Wenden wir das in § 6 entwickelte Gesetz auf die einzelnen Flächenelemente an, so haben wir es mit parallelen Kräften $f_1 q_1$, $f_2 q_2$ ... zu thun, deren Resultante R nach Tl. I. in der algebraischen Summe gegeben ist:

$$\Sigma f_1 q_1 = R = p \Sigma f_1 + \gamma \Sigma f_1 h_1.$$

Nun ist aber Σf_1 nichts anderes als der Flächeninhalt f der gedrückten Fläche, also

$$\Sigma f_1 = f;$$

$\Sigma f_1 h_1$ ist das statische Moment derselben Fläche in Bezug auf die Ebene des Wasserspiegels, also

$$\Sigma f_1 h_1 = f . h,$$

wenn man mit h den Schwerpunktsabstand der gedrückten Fläche von dem Wasserspiegel bezeichnet. Tragen wir diese Werte ein, so erhalten wir:

$$R = pf + fh\gamma,$$

oder

$$R = fh\gamma,$$

wenn von dem Atmosphärendrucke abgesehen wird.

*) In der Praxis pflegt man unter dem Drucke von 1 atm den Druck von 1 kg für den qcm (sogen. neue atm) zu verstehen. Die Höhe der Wassersäule, deren Gewicht den Atmosphärendruck angiebt, beträgt dann gerade $\frac{10000}{1000} = 10$ m.

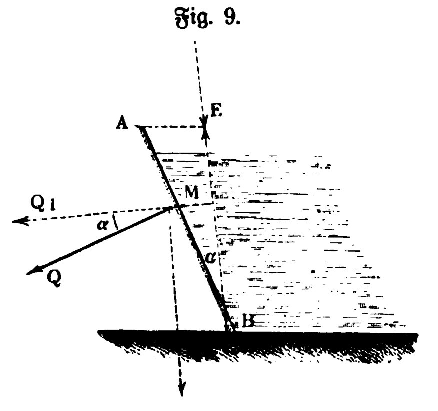
Nennt man hier ebenfalls h die Druckhöhe, so gilt für ebene Flächen des Gefäßes ganz allgemein:

Der hydrostatische Druck ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die zur Grundebene die gedrückte Fläche und zur Höhe die Druckhöhe der Fläche hat.

Es ist sehr oft von Wichtigkeit, für eine beliebige ebene Seitenwand den Druck nach einer bestimmten Richtung zu ermitteln.

Es stelle AB (Fig. 9) eine gegen den Horizont geneigte ebene Seitenwand vor, deren Flächeninhalt f und deren Druckhöhe h sein mag. Es ist der Druck Q_1 zu berechnen, der mit dem Normaldrucke Q den Winkel α bildet.

Fig. 9.



Wir zerlegen zu dem Ende den im Mittelpunkte M wirksamen Druck Q in die verlangte Richtung und normal zu derselben, so ist:

$$Q_1 = Q \cos \alpha$$

oder, da $Q = f h \gamma$:

$$Q_1 = f h \gamma \cos \alpha.$$

Denken wir die Wand AB auf eine Ebene BE projiziert, die normal zu Q_1 gerichtet ist und bezeichnen wir die Projektion der Fläche f mit f_1, so ist:

$$f_1 = f \cos \alpha \quad \text{und daher} \quad Q_1 = f_1 h \gamma,$$

d. h. der Druck, den eine Flüssigkeit gegen eine ebene Seitenwand nach einer **beliebigen** Richtung ausübt, ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, die zur Höhe die Druckhöhe der Fläche und zur Grundebene die Projektion der Fläche auf einer zur Druckrichtung normalen Ebene hat.

Die am häufigsten zur Anwendung kommenden Drucke sind die nach horizontaler und vertikaler Richtung. Für den Horizontaldruck ist also nach der letzten Regel die Vertikalprojektion und für den Vertikaldruck die Horizontalprojektion in Rechnung zu bringen.

9. **Angriffspunkt des hydrostatischen Druckes.** Der Angriffspunkt dieses hydrostatischen Druckes in der gedrückten Fläche, d. h. der Mittelpunkt der parallelen Kräfte, heißt hier Mittelpunkt des Druckes.

War die gedrückte Fläche horizontal, so erleidet jeder Punkt denselben Druck, und der Mittelpunkt des Druckes muß daher mit dem Schwerpunkte der gedrückten Fläche zusammenfallen.

Um für eine gegen den Horizont geneigte Ebene als Gefäßwand den Mittelpunkt des Druckes zu bestimmen, nehmen wir die Durchschnittslinie der gedrückten Ebene mit der freien Flüssigkeitsoberfläche als X-Achse, eine zu derselben normal gerichtete, in der Gefäßwand liegende Linie als Y-Achse, geben die einzelnen Punkte der gedrückten Fläche durch ihre Koordinaten $x_1 y_1$,

$x_2 y_2 \ldots$, und bestimmen die Koordinaten x und y des Mittelpunktes der parallelen Kräfte, wie in Teil I angegeben ist.

Es ist allgemein

$$x = \frac{\Sigma P_1 x_1}{\Sigma P_1} \text{ und } y = \frac{\Sigma P_1 y_1}{\Sigma P_1}.$$

Für den vorliegenden Fall ist statt der Kräfte P_1, P_2, $P_3 \ldots f_1 h_1 \gamma$, $f_2 h_2 \gamma$, $f_3 h_3 \gamma \ldots$ zu setzen, weshalb sich nach Wegheben des konstanten Faktors γ folgende Werte für x und y ergeben:

$$x = \frac{\Sigma f_1 h_1 x_1}{\Sigma f_1 h_1}$$

$$y = \frac{\Sigma f_1 h_1 y_1}{\Sigma f_1 h_1}.$$

Ist die gedrückte Ebene unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigt, so ist

$$y_1 \sin\alpha = h_1, \quad y_2 \sin\alpha = h_2 \ldots,$$

und nach Einsetzung dieser Werte erhalten wir, wenn der konstante Faktor $\sin\alpha$ gehoben wird:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{\Sigma f_1 x_1 y_1}{\Sigma f_1 y_1} \\ y &= \frac{\Sigma f_1 y_1^2}{\Sigma f_1 y_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (10)$$

als Koordinaten des Druckmittelpunktes. Es bezeichnet in dem Ausdrucke für y, $\Sigma f_1 y_1^2$ das **Trägheitsmoment** der gedrückten Fläche für die in der freien Oberfläche liegende X-Achse, und $\Sigma f_1 y_1$ das **statische Moment** der Gefäßwand für dieselbe Achse.

Das Trägheitsmoment läßt sich für jeden vorliegenden Fall aus den Angaben in dem Kapitel über die Festigkeit berechnen, das statische Moment ist durch die Gesetze des Schwerpunktes bestimmt. Der Wert für x wird oft ohne Berechnung durch eine einfache Überlegung zu finden sein. So wird z. B. immer $x = 0$ sein, wenn die gedrückte Fläche eine symmetrische Figur ist und die Mittellinie der Fläche als Y-Achse gewählt wird. (Vgl. Übung 15.)

Der Mittelpunkt des Druckes fällt der Lage nach mit dem Schwingungsmittelpunkte und dem Stoßmittelpunkte zusammen, wenn man die angenommene X-Achse als Drehungsachse und die gedrückte Fläche als schwingenden oder gestoßenen Körper ansieht.

10. Druck der Flüssigkeit gegen eine krumme Gefäßwand. Die Normaldrucke gegen die einzelnen Punkte der Fläche finden sich nach der hergeleiteten Grundgleichung 2:

$$q = p + \gamma x,$$

oder, wenn wir von dem Luftdrucke absehen, durch

$$q = \gamma x.$$

Diese Normaldrucke wirken im Raume nach beliebigen Richtungen, so daß ihre Vereinigung zu einer **einzigen** Resultante im allgemeinen unmöglich ist.

Aus dem Grunde suchen wir den Druck der Flüssigkeit nach horizontaler und vertikaler Richtung zu bestimmen.

Die freie Flüssigkeitsoberfläche sei die ZY=Ebene, die X=Achse liegt also in senkrechter Richtung. Wir nehmen in der ZY=Ebene irgendwo den Koordinatenanfangspunkt, ziehen durch diesen die drei Achsen. Die einzelnen Punkte der Gefäßwand vom Querschnitte ω geben wir durch die Koordinaten x_1, y_1, z_1; $x_2, y_2, z_2 \ldots$; und die Richtung der Kräfte durch die Winkel $\alpha_1, \beta_1, \delta_1$; $\alpha_2, \beta_2, \delta_2 \ldots$, und zerlegen die Normaldrucke $\omega \gamma x_1$, $\omega \gamma x_2 \ldots$ nach Richtung der drei Achsen. Hierdurch reduzieren sich die sämtlichen Normaldrucke auf drei Kräfte, die den drei Achsen parallel wirken, die sich also durch algebraische Addition vereinigen lassen. Wir erhalten hiernach:

$\Sigma \gamma x_1 \omega \cos \alpha_1$ als Druck parallel der X=Achse,
$\Sigma \gamma x_1 \omega \cos \beta_1$ als Druck parallel der Y=Achse,
$\Sigma \gamma x_1 \omega \cos \delta_1$ als Druck parallel der Z=Achse.

Betrachten wir den Druck auf die ganze Gefäßwand unter der Annahme des vorhandenen Gleichgewichtes, so kann in keiner Horizontalebene nach irgend einer Richtung ein überwiegender Druck bestehen, da dieser das Gleichgewicht sogleich stören müßte. Zwei in derselben Horizontalebene sich gerade gegenüberliegende Elemente der Gefäßwand müssen also gleich stark gedrückt werden, oder die darauf ausgeübten Drucke müssen einander aufheben. Hieraus folgt: die algebraische Summe der Komponenten in Richtung der Y= und Z=Achse ist gleich Null.

Handelt es sich um den Horizontaldruck für einen Teil der Gefäßwand, so ist dessen Größe in Richtung der Achsen ebenfalls durch die Ausdrücke

$$\Sigma \gamma x_1 \omega \cos \beta_1 \quad \text{und} \quad \Sigma \gamma x_1 \omega \cos \delta_1$$

gegeben. Der Winkel β, den die Normale des Flächenelementes mit der Y=Achse bildet, ist aber zugleich der Neigungswinkel des Flächenelementes zur XZ=Ebene, $\omega \cos \beta_1$ stellt daher die Projektion des Elementes auf der XZ=Ebene vor. Ebenso ist $\omega \cos \delta_1$ die Projektion des Flächenelementes auf der XY=Ebene.

Allgemein ist hiernach der Horizontaldruck auf ein Flächenelement abhängig von der Projektion des Elementes auf eine Vertikalebene, die senkrecht zur Richtung des Druckes steht.

Bei Anwendung der Schwerpunktsgesetze sind deshalb die Ausdrücke

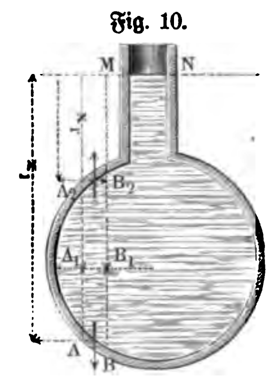
$$\Sigma x_1 \omega \cos \beta_1 \quad \text{oder} \quad \Sigma x_1 \omega \cos \delta_1$$

gleich dem Produkte aus der Projektion der gedrückten Fläche auf einer zur Druckrichtung senkrechten (Vertikal=) Ebene, und der Entfernung des Schwerpunktes der **Projektion** von der freien Flüssigkeitsoberfläche.

Der nach irgend einer Richtung wirksame horizontale Druck ist daher für einen beliebig großen Teil der Gefäßwand gleich $fh\gamma$, gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, deren Grundebene f die Projektion der gedrückten Fläche auf einer zur Druckrichtung senkrechten Vertikalebene und deren Höhe h die Druckhöhe **dieser Projektion** ist.

Als resultierender Druck aus den Normaldrucken bleiben hiernach für den Gleichgewichtszustand nur die Komponenten parallel der X-Achse übrig. In dem Ausdrucke $\Sigma \gamma x_1 \omega \cos\alpha_1$ ist $\omega \cos\alpha_1$ die Projektion eines Elementes AB (Fig. 10) der Gefäßwand auf eine Horizontalebene, und $x_1 \omega \cos\alpha_1$ giebt das Volumen des über dem Elemente ω stehenden Flüssigkeitsprismas an, von dem $\omega \cos\alpha_1$ den normalen Querschnitt, $A_1 B_1$ und x_1 die Entfernung des Elementes ω bis zur freien Oberfläche MN bezeichnet. Es ist demnach $\gamma x_1 \omega \cos\alpha_1$ das Gewicht der über dem Elemente ω stehenden Flüssigkeitssäule. Ebenso ist der Druck in Richtung der X-Achse für ein Element $A_2 B_2$, das senkrecht über dem ersten in der Entfernung x_r von der freien Oberfläche liegt, gleich dem Gewichte der darüber stehenden Flüssigkeitssäule. Beide Drucke wirken nach entgegengesetzter Richtung, der resultierende Druck ist deshalb gleich der Differenz der beiden Flüssigkeitssäulen, d. h. gleich dem Gewichte der zwischen AB und $A_2 B_2$ befindlichen Flüssigkeit; der gesamte abwärtswirkende Vertikaldruck $\Sigma \gamma x_1 \omega \cos\alpha_1$ ist hiernach gleich dem Gewichte der eingeschlossenen Flüssigkeit.

Fig. 10.



11. Barometrische Höhenmessung. Für den Gleichgewichtszustand einer elastischen Flüssigkeit haben wir in § 4 (S. 9) die Gleichung $q = p e^{\frac{x}{c}}$ gefunden, worin p und q die Drucke für die Flächeneinheit zweier Ebenen bezeichnen, die sich in der senkrechten Entfernung x von einander befinden. Mit Hülfe dieser Gleichung ist man im Stande, die Entfernung x zweier Horizontalebenen zu bestimmen, in welchen auf die Flächeneinheit die Drucke p und q ausgeübt werden. Diese Drucke lassen sich für die atmosphärische Luft mittels des Barometers, wie in § 7 gezeigt worden ist, durch Beobachtung finden, weshalb das Barometer mit Anwendung der obigen Formel zu Höhenmessungen benutzt werden kann. Wir logarithmieren die obige Gleichung, so entsteht, da $\frac{1}{\log e} = 2{,}3026$ ist,

$$x = 2{,}3026 c . \log \frac{q}{p},$$

worin auch statt der Drucke q und p die entsprechenden Quecksilber- oder Wasserhöhen des benutzten Barometers gesetzt werden können (vgl. Übung 35).

Nehmen wir nicht die Horizontalebene, in welcher der konstante Druck p, sondern die, in welcher der konstante Druck q stattfindet, als die ZY-Ebene an, so ist in der Formel $-x$ statt $+x$ zu setzen. Wir erhalten dann den Druck:

$$q = p e^{-\frac{x}{c}},$$

und da $\frac{q}{c} = \gamma$, die Dichtigkeit:

$$\gamma = \frac{p}{c} e^{-\frac{x}{c}},$$

die Höhe:

$$x = 2{,}3026\, c \,.\, log \frac{p}{q}.$$

Aus der letzten Gleichung läßt sich berechnen, wie groß die Höhe x einer elastischen Flüssigkeit sein muß, damit die obersten Schichten gar keinen Druck auszuhalten haben, oder gar keine Expansivkraft besitzen. Setzen wir zu dem Ende in der obigen Gleichung statt p Null, so wird $log \frac{p}{q} = log\, 0 = -\infty$, d. h. die Höhe einer solchen Flüssigkeitssäule müßte unendlich groß werden oder da sich mit der Verminderung der Expansivkraft zugleich die Dichtigkeit vermindert, so daß beide zu gleicher Zeit Null werden, so läßt sich aus diesem Ergebnisse schließen, daß sich die Höhe einer elastischen Flüssigkeit nicht angeben läßt. Elastische Flüssigkeiten haben daher vermöge ihrer Expansivkraft keine freie Oberfläche, wie die tropfbaren Flüssigkeiten, sondern können nur in vollkommen geschlossenen Gefäßen aufbewahrt werden. Es folgt weiter hieraus, daß sich der Druck der unbegrenzten Atmosphäre mit Hülfe der abgeleiteten Formel nicht berechnen läßt, sondern daß man eine Säule einer tropfbaren Flüssigkeit in Anwendung bringen muß, um dem Atmosphärendrucke das Gleichgewicht zu halten, d. h. den Atmosphärendruck zu messen. Für die atmosphärische Luft dient, wie schon angegeben, hierzu das Barometer, für andere elastische Flüssigkeiten benutzt man Manometer und Ventile.

Fig. 11.

12. Das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac. Das Gesetz von Mariotte, daß bei gleichen Temperaturen sich die Spannungen eines Gases umgekehrt verhalten wie die Volumina, läßt sich durch folgendes Verfahren bildlich vor Augen führen. Denkt man die specifischen Volumina v auf der X-Achse eines rechtwinkeligen Koordinatensystems (Fig. 11) als Abscissen und die zugehörigen Spannungen als Ordinaten abgetragen, so bilden deren Endpunkte die Kurve $ABCD$, welche das Gesetz darstellt, nach welchem die Spannungen beim Wachstum der specifischen Volumina abnehmen. Die krumme Linie heißt die isothermische Kurve der Gase, oder genauer gesagt der Gase, die man früher zu den „permanenten" zählte, da es lange Zeit unmöglich schien, sie in den flüssigen Zustand überzuführen.

Hat ein Gas die Spannung p, das Volumen v und die Temperatur t und wird es auf irgend eine Weise auf die Spannung p_1, das Volumen v_1, die Temperatur t_1 gebracht, so sagt man, das Gas hat eine Zustandsänderung erlitten, es ist von dem Zustand p, v, t in den Zustand p_1, v_1, t_1 übergeführt worden.

Unter Verwendung dieser Bezeichnung werden wir nun sagen können, die Kurve $ABCD$ stellt eine isothermische Zustandsänderung dar, das heißt eine Zustandsänderung, bei welcher die Temperatur konstant bleibt. Das Gas ist von dem Zustand p, v, t in den Zustand p_1, v_1, t übergeführt worden.

Ein zweites nach Gay-Lussac benanntes Gesetz bestimmt die Volumenveränderung einer elastischen Flüssigkeit unter Voraussetzung einer konstanten Spannung und zwar ist nach diesem Gesetze die Volumenänderung der Temperaturzunahme proportional. Für atmosphärische Luft ist die Verhältniszahl oder der Ausdehnungskoeffizient, der die Volumenzunahme für eine Temperaturerhöhung von 1° C. angiebt:

$$\alpha = 0{,}003\,663 = \frac{1}{273},$$

welcher Wert auch für andere elastische Flüssigkeiten als annähernd richtig gelten kann.

Es seien die specifischen Volumina der elastischen Flüssigkeit bei 0°, t_1^0 und t_2^0 gleich v_0, v_1, v_2, die entsprechenden Dichtigkeiten gleich $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$, die betreffenden Spannungen gleich p_0, p_1, p_2, dann ist nach dem Gesetze von Mariotte:

$$p_0 v_0 = p_1 v_1 = p_2 v_2$$

oder

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1},$$

und nach dem Gesetze von Gay-Lussac

$$v_1 = v_0\,(1 + \alpha t_1), \quad v_2 = v_0\,(1 + \alpha t_2)$$

oder

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \alpha t_1}{1 + \alpha t_2} = \frac{\frac{1}{\alpha} + t_1}{\frac{1}{\alpha} + t_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2},$$

wofür wir schreiben wollen

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

Dabei bedeuten T_1 und T_2 die sogen. absoluten Temperaturen, d. h. Temperaturen gemessen von dem sogen. absoluten Nullpunkt, welcher 273° C. unter dem Gefrierpunkte des Wassers liegt.

Das Gesetz von Gay-Lussac heißt also in Worten: Bei gleicher Spannung verhalten sich die Volumina wie die absoluten Temperaturen.

Werden beide Gesetze mit einander verbunden, so erhalten wir die Beziehungen zwischen p, v, t bei einer elastischen Flüssigkeit, in der sich Spannung und Temperatur gleichzeitig ändern. Dieses vereinigte, das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz genannt stellt sich durch die folgende Doppelproportion dar:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \begin{cases} \frac{T_1}{T_2} \\ \frac{p_2}{p_1} \end{cases} = \frac{V_1}{V_2},$$

unter V_1 und V_2 die Volumina derselben Luftmasse von gleichem aber beliebigem Gewichte verstanden, d. h. aber:

$$\frac{p_1 v_1}{T_1} = \frac{p_2 v_2}{T_2},$$

woraus sich erkennen läßt, daß für eine bestimmte elastische Flüssigkeit der Wert $\frac{pv}{T}$ eine konstante Größe ist. Bezeichnen wir diese Größe allgemein mit R, so spricht sich das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz durch eine der beiden folgenden Gleichungen aus

$$pv = RT = \frac{p}{\gamma} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

Für atmosphärische Luft fand Regnault bei $t = 0^0$ und beim mittleren Atmosphärendruck von 760 mm Quecksilbersäule, also für den Druck $p = 10\,334$ kg pro qm, das Gewicht von einem cbm Luft, d. i. der Wert $\gamma = 1{,}29\,318$ kg. Bei Benutzung dieser Größen ergiebt sich für atmosphärische Luft $R = 29{,}272$.

Die folgende Zusammenstellung giebt die Versuchsresultate Regnaults für diejenigen chemisch einfachen Gase, die man früher zu den permanenten zählte.

	Werte von γ	Werte von R
Atmosphärische Luft	1,29318	29,272
Stickstoff	1,25616	30,134
Sauerstoff	1,42980	26,475
Wasserstoff	0,08957	422,612

Wollen wir die Gleichgewichtsbedingung für eine begrenzte Lufmasse bestimmen, die sich in senkrechter Richtung x m in die Höhe erstreckt und bei der sich die Temperatur ändert, so ist in der Grundgleichung 1 (S. 7):

$$p_r = p_{r-1} + \gamma x_r,$$

für γ der durch Formel (11) bestimmte Wert einzutragen, es ist also

$$\gamma = \frac{p_{r-1}}{RT}$$

zu setzen und dann ebenso wie in § 4 zu verfahren. Das Ergebnis der Rechnung liefert

$$\left. \begin{aligned} q &= p\, e^{\frac{x}{RT}} \text{ und} \\ x &= RT ln \frac{q}{p} \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

13. Kalorie. Specifische Wärme. Die Wärmemenge, welche notwendig ist, 1 kg Wasser von 0° auf 1° C. zu erwärmen, wird als Einheit bei der

Bestimmung anderer Wärmemengen benutzt und mit Wärmeeinheit oder Kalorie bezeichnet. Bei anderen Körpern als Wasser wird für dieselbe Temperaturerhöhung eine größere oder kleinere Wärmemenge notwendig sein, und man nennt diese Wärmemenge die specifische Wärme des Körpers, genauer gesagt, die specifische Wärme des Körpers bei gleichem Gewichte, wir wollen sie mit c bezeichnen. Die Zahl wird nämlich eine andere werden, wenn man nicht gleiche Gewichte, sondern gleiche Volumina mit einander vergleicht, und man hat deshalb auch noch die specifische Wärme der Körper bei gleichem Volumen in Betracht zu ziehen. Bezeichnen wir das Gewicht von einem cbm des Körpers mit γ_1, das Gewicht von einem cbm Wasser aber mit γ, so ist die Wärmemenge um γ_1 kg des Körpers um 1° zu erwärmen $= c\gamma_1$, und diejenige, welche γ kg Wasser um 1° zu erwärmen vermag, $= 1 . \gamma$. Die beiden Ausdrücke sind zugleich die Wärmemengen, welche 1 cbm des Körpers resp. des Wassers um 1° erwärmen; das Verhältnis dieser beiden Wärmemengen, welches mit ω bezeichnet werden mag, ist daher

$$\omega = \frac{c . \gamma_1}{1 . \gamma} = \frac{\gamma_1}{\gamma} . c,$$

und das ist die specifische Wärme bei gleichem Volumen. Dieselbe ist also gleich der specifischen Wärme c bei gleichem Gewichte, multipliziert mit dem Quotienten $\frac{\gamma_1}{\gamma}$, d. h. mit dem specifischen Gewichte des Körpers bezogen auf Wasser. Bezeichnen wir dieses specifische Gewicht mit ε, so ist allgemein

$$\omega = \varepsilon c \qquad (13)$$

Da man nur in ganz seltenen Fällen mit der specifischen Wärme ω bei gleichem Volumen rechnet und diese specifische Wärme sehr leicht aus der anderen c abzuleiten ist, so soll in der Folge unter specifischer Wärme immer die specifische Wärme bei gleichem Gewichte verstanden werden.

Bei den luftförmigen Körpern ist die specifische Wärme nicht unter allen Umständen konstant, sie ist vielmehr von dem Zustande abhängig, in dem sich die Luftmasse während der Erwärmung befindet. Fand die Erwärmung unter konstantem Druck statt, so wollen wir die specifische Wärme mit c_p bezeichnen, wurde dagegen das Volumen konstant erhalten, so sei die specifische Wärme c_v. Hat nämlich eine Luftmasse unter Überwindung eines äußeren unveränderlichen Druckes ein größeres Volumen angenommen und dabei eine Temperaturerhöhung von t_1^0 erfahren, so wird diese Luftmasse, wenn wir sie jetzt auf ihr ursprüngliches Volumen zusammendrücken, eine weitere Temperaturerhöhung um t_2^0 erfahren, ohne daß man notwendig hat, von neuem Wärme zuzuführen. Dieselbe Wärmemenge, welche die Temperatur dieser Luftmasse um t_1^0 zu erhöhen im Stande ist, wenn eine Ausdehnung bei unverändertem Drucke gestattet ist, wenn also die Luftmasse äußere Arbeit verrichtet, wird eine Temperaturerhöhung von $t_1 + t_2$ Graden hervorbringen, wenn keine Ausdehnung stattfinden kann. Es ist demnach für dieselbe Temperaturerhöhung im ersten Falle der Luftmasse eine größere Wärmemenge als im letzteren Falle zuzuführen, oder die specifische Wärme bei konstantem Drucke muß größer sein als die bei konstantem Volumen.

Die ersten zuverlässigen Versuche über die specifische Wärme verdanken wir Regnault, und zwar ist von demselben die specifische Wärme bei konstantem Drucke für verschiedene Gase bestimmt worden, während die specifische Wärme bei konstantem Volumen sich bis jetzt durch Versuche nicht hat finden lassen. In der folgenden Tabelle sind wieder für die Gase, die man früher als permanente Gase bezeichnete, die specifischen Gewichte bezogen auf Wasser, also $\varepsilon = \frac{\gamma_1}{\gamma}$ und die specifische Wärme bei konstantem Druck c_p zusammengestellt. Multipliziert man die zusammengehörigen Werte der beiden Spalten, so erhält man die specifische Wärme des betreffenden Gases unter konstantem Druck bei gleichem Volumen, also ω_p.

	ε	c_p	ω_p
Atmosphärische Luft.	0,00129318	0,23751	0,00030714
Stickstoff	0,00125616	0,24380	0,00030625
Sauerstoff	0,00142980	0,21751	0,00031099
Wasserstoff	0,00008957	3,40900	0,00030533

Wenn sich nun auch, wie schon oben angegeben, die specifische Wärme bei konstantem Volumen, c_v, nicht durch Versuche bestimmen läßt, so kann man sie doch z. B. für atmosphärische Luft indirekt berechnen, da sich das Verhältnis zwischen c_p und c_v auf verschiedene Weise ermitteln läßt. Als den zuverlässigsten Wert für $\frac{c_p}{c_v} = \varkappa$ nimmt man jetzt 1,410, woraus sich die specifische Wärme c_v bei konstantem Volumen für Luft zu 0,16844 ergiebt. In den meisten Fällen läßt sich dieser Wert $\varkappa = 1,410$ für sämtliche oben aufgeführten Gase benutzen.

14. Das mechanische Wärmeäquivalent. Eine Luftmasse, welche unter Überwindung eines äußeren konstanten Druckes erwärmt wird, verrichtet eine äußere Arbeit und es verschwindet dabei ein Teil der zugeführten Wärme. Es sind demnach Arbeit und Wärme gleichwertig oder äquivalent, und es ist der Arbeitswert der Wärmeeinheit oder kurz das mechanische Wärmeäquivalent zu entwickeln.

Es sei 1 cbm Luft von 0° unter dem normalen Drucke von p kg pro qm und dem specifischen Gewicht von γ kg gegeben. Die Luft werde bei demselben Volumen um 1° erwärmt, so ist die dazu nötige Wärmemenge $= \gamma c_v$, und die Spannung p_1 der Luft bestimmt sich nach dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac. Nach diesem Gesetze ist nämlich $\frac{pv}{T} = \frac{p_1 v_1}{T_1}$, und da nach unserer Voraussetzung $v = v_1$ ist, $T = 273^0$, $T_1 = 274^0$, so ist:

$$p_1 = p\,\frac{T_1}{T} = p\,\frac{274}{273}.$$

Könnte man jetzt den Raum, in welchem sich der Kubikmeter Luft befindet, mit einem vollkommen luftleeren Raume von $\frac{1}{273}$ cbm Inhalt in Verbindung bringen, so würde, da sich die Luft ohne äußere Arbeit zu verrichten ausdehnt, die Temperatur von 1° erhalten bleiben, und es würde dem Gesetze von Mariotte zufolge p_2, der Druck pro qm, wieder zu p kg geworden sein; denn aus $p_1 v_1 = p_2 v_2$ folgt:

$$\begin{aligned} p_2 &= p_1 \frac{v_1}{v_2} = \left(p \frac{274}{273}\right) \cdot \frac{1}{\left(\frac{274}{273}\right)} \\ &= p. \end{aligned}$$

Wir hätten demnach erhalten $\left(1 + \frac{1}{273}\right)$ cbm Luft, deren Temperatur 1°, deren Spannung p kg ist und wozu wir die Wärmemenge γc_v verbraucht haben.

Es sei jetzt anderseits 1 cbm Luft von 0° unter dem normalen Drucke von p kg pro qm mit dem specifischen Gewichte von γ kg gegeben, und während der Luftmasse unter Überwindung desselben Druckes eine Ausdehnung gestattet ist, möge dieselbe um 1° erwärmt werden. Es ist hierbei die größere Wärmemenge γc_p zugeführt worden, und dennoch hat man wie bei dem ersten Falle $\left(1 + \frac{1}{273}\right)$ cbm Luft erhalten, deren Temperatur 1° und deren Spannung p kg pro qm ist. Im letzten Falle ist aber äußere Arbeit verrichtet worden, und zwar ist der Druck p um $\frac{1}{273}$ m fortgeschoben worden, wenn wir den Querschnitt des Luftbehälters zu 1 qm annehmen. Die von der Luftmasse verrichtete Arbeitsgröße ist deshalb $p \frac{1}{273}$ mkg. Die beiden Luftmengen waren zu Anfang gleich, und sind es auch im Endzustande, daraus läßt sich schließen, daß die überschüssige Wärmemenge $\gamma (c_p - c_v)$ die oben angegebene Arbeit verrichtet hat. Bezeichnet man das „mechanische Wärmeäquivalent", d. i. also diejenige Arbeitsgröße in Kilogrammmetern, welche die Wärmeeinheit zu erzeugen vermag, mit $\frac{1}{A}$, so erhalten wir die Gleichung

$$\frac{1}{A} \gamma (c_p - c_v) = p \frac{1}{273}$$

$$c_p - c_v = \frac{p}{\gamma} \frac{1}{273} \cdot A.$$

Nach Formel 11 können wir aber $\frac{p}{\gamma} \frac{1}{273} = R$ setzen und wir haben deshalb:

$$c_p - c_v = AR \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Bei Benutzung der für atmosphärische Luft angegebenen Werte, nämlich $R = 29{,}272$; $c_p = 0{,}23751$; $c_v = 0{,}16844$, findet sich das mechanische Wärmeäquivalent

$$\frac{1}{A} = 423{,}80 \text{ oder rund } = 424 \text{ mkg}.$$

Der reciproke Wert A heißt der **Wärmewert der Arbeitseinheit**, d. h. 1 mkg kann 1 kg Wasser von 0° um $\frac{1}{424}$ Grad C. erwärmen. Allgemein haben wir hiernach:

Durch Multiplikation der Wärmeeinheiten Q mit $\frac{1}{A}$ erhält man die entsprechende Arbeit L in Kilogrammmetern und durch Multiplikation einer Arbeitsgröße L in Kilogrammmetern mit A entstehen die entsprechenden Wärmeeinheiten Q:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{A}\,Q &= L \\ A\,L &= Q \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

15. Adiabatische Zustandsänderung. Dehnt sich ein Gas unter Verrichtung einer äußeren Arbeit aus, ohne daß demselben von außen Wärme zugeführt wird, so kann die äußere Arbeit nur auf Kosten der Temperatur (Schwingungsarbeit) geleistet werden. Mit der Abnahme der Temperatur sinkt aber auch die Spannung. Die Spannung nimmt also sowohl infolge der Volumenvergrößerung, als auch infolge der Temperaturveränderung ab. Drückt man umgekehrt ein Gas zusammen, ohne demselben zugleich Wärme zu entziehen, so wird die äußere Arbeit sich als Temperaturerhöhung bemerkbar machen, die innere oder Schwingungsarbeit wird sich hierbei vergrößern und die Spannung muß infolge der Raumverminderung und der Temperaturerhöhung zunehmen. Die Beziehung zwischen der Spannung p und dem specifischen Volumen v kann hiernach nicht durch das Gesetz von Mariotte wiedergegeben werden, vielmehr ist das von Poisson zuerst aufgestellte Gesetz in Anwendung zu bringen:

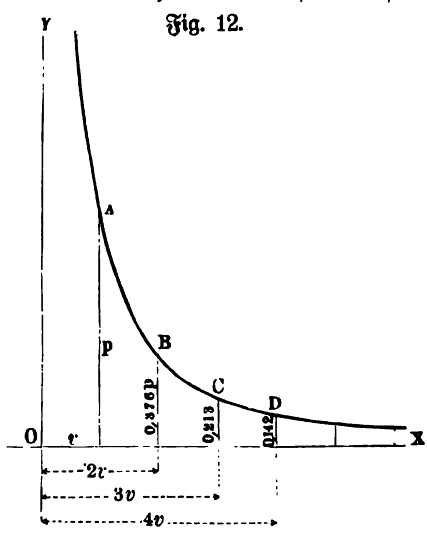


Fig. 12.

$$p\,v^{\varkappa} = p_1 v_1^{\varkappa} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

worin $\varkappa$ das in § 13 bestimmte Verhältnis zwischen der specifischen Wärme bei konstantem Druck und das bei konstantem Volumen bezeichnet.

Durch Verbindung von Formel 16 mit Formel 11 (S. 21) ergiebt sich noch

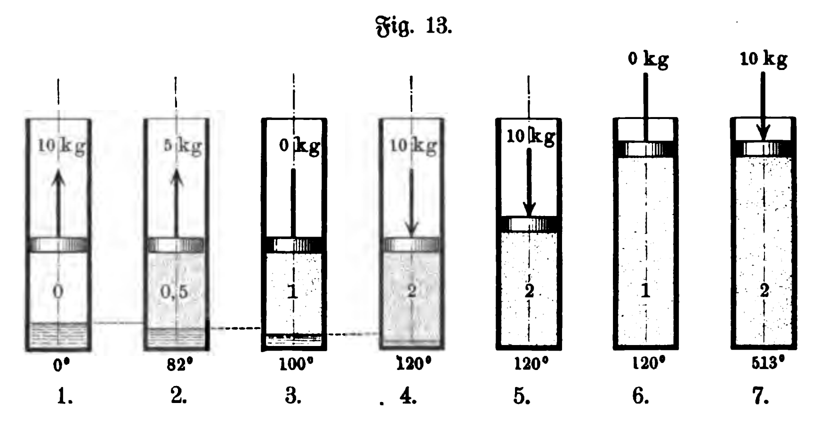
$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Denkt man die specifischen Volumina v auf der X-Achse eines rechtwinkeligen Koordinatensystems als Abscissen, die aus Gleichung (16) berechneten Spannkräfte p als zugehörige Ordinaten aufgetragen und die Endpunkte der Ordinaten verbunden, so stellt die Kurve ABC (Fig. 12 a. v. S.) das Gesetz dar, nach welchem die Spannungen mit wachsendem Volumen abnehmen. Diese krumme Linie heißt die adiabatische Kurve, die durch sie bestimmte Zustandsänderung die adiabatische Zustandsänderung. Man versteht dann also darunter eine Zustandsänderung, bei welcher das Gas eingeschlossen gedacht wird in ein Gefäß, dessen Wandungen für die Wärme undurchdringlich sind, so daß es nicht möglich ist, Wärme von außen zuzuführen oder Wärme nach außen hin abzuführen.

16. Verhalten des Wasserdampfes. Diejenigen luftförmigen Körper, welche aus einer tropfbaren Flüssigkeit, gewöhnlich durch Wärmemitteilung entstanden und die umgekehrt gewöhnlich durch Wärmeentziehung wieder in den flüssigen Zustand zurückgebracht werden können, nennt man Dämpfe. Steht Dampf mit der Flüssigkeit, aus welcher er entstanden, in Berührung, so bewirkt die geringste Abkühlung eine teilweise Kondensation, während eine weitere Erwärmung eine neue Flüssigkeitsmenge in Dampf verwandelt. Dies Verhalten ist wesentlich verschieden von dem der früher sogenannten permanenten Gase, es läßt sich deshalb auch das Gesetz von Mariotte und Gay-Lussac auf derartige Dämpfe nicht in Anwendung bringen. Ist dagegen der Dampf von seiner Flüssigkeit befreit, so kann er durch Erwärmung in einen Zustand versetzt werden, welcher dem der Gase um so ähnlicher wird, je weiter sich der Dampf von seinem Kondensationspunkte entfernt befindet, d. h. von dem Punkte, wo die geringste Abkühlung eine Kondensation zur Folge haben würde (vgl. Anwend. 8). Dämpfe der ersten Art nennt man gesättigte Dämpfe, dagegen heißen die der zweiten Art ungesättigte oder überhitzte Dämpfe.

Wir beschäftigen uns hier allein mit dem für die Praxis wichtigsten Dampfe, dem Wasserdampfe, und wollen versuchen, für diesen die Beziehungen zwischen Spannkraft, Temperatur und Dichtigkeit festzustellen.

Fig. 13.



Ein sehr übersichtliches Bild über Wesen und Eigenschaften des Wasserdampfes erhält man, wenn man folgende Versuche angestellt denkt:

Es sei (Fig. 13) ein Cylinder gegeben, der zum Teil mit Wasser von 0° angefüllt ist. Der Cylinder habe einen Querschnitt von 10 qcm, in dem Cylinder bewege sich reibungslos ein gewichtsloser Kolben.

Erster Versuch: Der Kolben, der zunächst mit dem Wasser in Berührung gestanden haben möge, werde ein Stück in die Höhe gezogen.

Erfolg: Zum Aufziehen des Kolbens ist eine Kraft erforderlich und zwar eine Kraft von 10 kg, herrührend von dem Drucke der atmosphärischen Luft auf den Kolben, während sich unter dem Kolben eine Luftleere befindet.

Zweiter Versuch: Während der Kolben in seiner Lage festgehalten wird, erwärmen wir das Wasser auf 82°.

Erfolg: 1. Der Wasserspiegel ist gesunken, ein Teil des Wassers hat sich also in Dampf verwandelt.

2. Die Kraft, welche nötig ist, um den Kolben in seiner Stellung zu erhalten, beträgt jetzt nur noch 5 kg, offenbar eine Folge des jetzt unter dem Kolben befindlichen Wasserdampfes, welcher seinerseits eine Spannung von 0,5 atm hat.

Dritter Versuch: Der Kolben bleibe in seiner Lage, das Wasser werde auf 100° erwärmt.

Erfolg: 1. Der Wasserspiegel ist noch weiter gesunken.

2. Es erfordert überhaupt keine Kraft mehr, den Kolben in seiner Stellung zu erhalten: der Dampf unter dem Kolben hat gerade die Spannung von 1 atm.

Vierter Versuch: Der Kolben bleibe in seiner Lage. Das Wasser werde auf 120° erwärmt.

Erfolg: 1. Der Wasserspiegel ist weiter gesunken.

2. Um den Kolben in seiner Lage zu erhalten, muß ich eine Kraft von 10 kg, und zwar nach abwärts, ausüben: der Dampf hat eine Spannung von 2 atm.

Wir ersehen aber aus diesem Versuche noch folgendes: Da der Wasserspiegel gesunken ist, der Kolben aber stehen geblieben ist, so muß der unter dem Kolben befindliche Dampf an Gewicht zugenommen haben und zwar um das Gewicht desjenigen Wassers, welches jetzt bei dem vierten Versuche verdampft ist. Höher gespannter Dampf ist also specifisch schwerer als niedrig gespannter Dampf.

Fünfter Versuch: Während die Temperatur von 120° erhalten bleibt, wird der Kolben höher hinauf gezogen.

Erfolg: 1. Der Wasserspiegel sinkt immer weiter, je weiter wir den Kolben herausziehen. Wir nehmen an, der Kolben sei soweit herausgezogen, daß gerade der letzte Tropfen Wasser verdampft ist. Wir finden dann

2. der Druck, den wir in dieser Stellung auf den Kolben ausüben müssen, ist immer noch 10 kg. Durch die Vergrößerung des Volumens unter dem Kolben ist bei gleicher Temperatur eine Änderung der Spannung nicht eingetreten.

Würden wir als weiteren Versuch den Kolben wieder herabdrücken und dafür sorgen, daß die Temperatur von 120° erhalten bleibt, so würden wir bemerken, daß sich der Dampf wieder zu Wasser kondensiert. Die Spannung würde konstant bleiben, bis durch allmähliche Kondensation das letzte Dampfteilchen sich wieder in Flüssigkeit verwandelt hat. Die Spannung dieses Dampfes hängt also nur von der Temperatur des Wassers ab, sie ist nur eine Funktion der Temperatur im Gegensatze zu den Gasen, für welche nach Formel (11) (S. 21) die Spannung von der Dichtigkeit und von der Temperatur abhängig ist.

Der Dampf heißt gesättigt, denn bei derselben Temperatur ist er unfähig, neue Dampfteilchen in sich aufzunehmen.

Sechster Versuch: Während die Temperatur von 120° erhalten bleibt, werde der Kolben soweit herausgezogen, daß er doppelt so hoch über dem Boden steht wie bei Versuch fünf. Dieser Dampf steht (und stand schon bei Beginn des Versuches) nicht mehr in Verbindung mit Wasser. Er gehört von jetzt ab zu den ungesättigten oder überhitzten Dämpfen und befolgt als solcher das Gesetz von Mariotte.

Erfolg: Wir haben gegenüber Versuch fünf bei gleicher Temperatur das Volumen verdoppelt, die Spannung muß also nach dem Gesetz von Mariotte auf die Hälfte, also auf 1 atm, gesunken sein: wir brauchen, um den Kolben in seiner Lage zu halten, die Belastung 0.

Denken wir auch hier umgekehrt den erhaltenen überhitzten Wasserdampf wieder komprimiert, wobei wir jederzeit für Erhaltung der konstanten Temperatur Sorge tragen, so wächst der Druck mit der Abnahme des Volumens bis zu dem Punkte, wo der Dampf gesättigt ist.

Siebenter Versuch: Der Kolben bleibt in derselben Lage stehen wie bei Versuch sechs. Wir fragen, auf welche Temperatur muß der Dampf jetzt gebracht werden, damit er wieder die Spannung von 2 atm erreicht?

Bezeichnen wir den Zustand des Dampfes bei Versuch sechs mit $v_6 p_6 T_6$, bei Versuch sieben mit $v_7 p_7 T_7$, so ist zunächst nach der allgemeinen Zustandsgleichung

$$\frac{p_6 v_6}{T_6} = \frac{p_7 v_7}{T_7}.$$

Da nun $v_6 = v_7$, so folgt

$$T_7 = T_6 \frac{p_7}{p_6} = T_6 \frac{2}{1} = (273 + 120) . 2 = 786^0 \text{ oder } 513^0 \text{C}.$$

Während also bei Versuch vier und fünf der auf 2 atm gespannte gesättigte Dampf nur 120° warm war, hat der durch Versuch sieben gewonnene überhitzte Dampf von 2 atm Spannung eine Temperatur von 513°. Daraus ersehen wir

1. Bei gleicher Temperatur hat der gesättigte Dampf eine höhere Spannung als der überhitzte Dampf und zwar hat er die höchste Spannung, welche bei dieser Temperatur möglich ist.

2. Umgekehrt: Bei gleicher Spannung hat der überhitzte Dampf eine höhere Temperatur als der gesättigte Dampf.

Die Beziehung zwischen der Spannkraft p und der Temperatur t des gesättigten Wasserdampfes ist nur durch Versuche bekannt, und zwar sind es vor Allem die berühmten Versuche Regnaults, welche hierbei maßgebend sind, um so mehr, als sie durch die von Magnus mit gleicher Sorgfalt durchgeführten Versuche bestätigt werden.

Regnault hat seine Versuchsresultate graphisch dargestellt, indem er die Temperatur t als Abscisse und den beobachteten Druck p als Ordinate auftrug. Die durch Verbindung der Punkte sich ergebende Kurve stellt die zwischen p und t bestehende Beziehung dar, jedoch ist bis jetzt das wahre Gesetz dieser Kurve nicht gefunden worden. In der Tabelle auf S. 31 u. ff. finden sich in Spalte drei die Werte der Spannungen, wie sie sich aus den Versuchen von Regnault für die verschiedenen Temperaturen ergeben haben. Näheres darüber s. Zeuner, Technische Thermodynamik, Bd. 2, § 2.

17. **Die Dichtigkeit des Wasserdampfes** hängt, wie in § 16 nachgewiesen, ebenso wie bei allen luftförmigen Körpern von der Temperatur und Spannkraft zu gleicher Zeit ab. Da jedoch beim gesättigten Wasserdampfe die Spannkraft durch die Temperatur allein bestimmt wird, so kann man eine der beiden Größen eliminiert denken und die Dichtigkeit als eine Funktion von der Spannkraft oder von der Temperatur betrachten. Mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie sind die specifischen Dampfvolumina, das sind die Volumina der Gewichtseinheit, berechnet worden und der reciproke Wert hiervon liefert das Gewicht der Volumeneinheit, d. i. die Dichtigkeit γ. Aus den auf diese Weise erhaltenen Werten hat Zeuner folgende Formel zwischen der Dichtigkeit γ und der Spannkraft des Dampfes, ausgedrückt durch die Anzahl a der Atmosphären, aufgestellt.

$$\gamma = 0{,}6061\, a^{0{,}9393} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

Ersetzen wir γ durch das specifische Volumen v, so liefert die Formel

$$a v^{1{,}0646} = 1{,}7042,$$

d. i. av^m gleich einem konstanten Wert, während nach dem Gesetze von Mariotte av konstant sein würde.

18. **Gesamtwärme, Flüssigkeitswärme, Verdampfungswärme.** Es bleibt noch übrig, die Wärmemenge anzugeben, welche notwendig ist, um Wasser von gegebener Temperatur in Dampf von bestimmter Temperatur zu verwandeln. Hierbei sind wieder allein die Versuche von Regnault maßgebend. Durch sie erfahren wir erstens, welche Wärmemenge übertragen werden muß, um das Wasser von 0° auf t^0 zu erwärmen, und ferner erhalten wir auch Aufschluß über die Wärmemenge, welche die Verwandlung des Wassers in Dampf ermöglicht. Unter der Flüssigkeitswärme q des Wassers, bei einer gewissen Temperatur t, versteht man die Wärmemenge, welche einem kg Wasser zugeführt werden muß, um dasselbe von der Temperatur von 0° ohne Änderung des Aggregatzustandes auf die Temperatur t^0 zu bringen. Regnault hat aus seinen Versuchen für q folgende empirische Formel abgeleitet:

$$q = t + 0{,}00002\, t^2 + 0{,}0000003\, t^3 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Unter der **Verdampfungswärme** r des gesättigten Wasserdampfes von einer gewissen Temperatur t, oder von entsprechendem Drucke p, wird ferner diejenige Wärmemenge verstanden, welche einem kg Wasser von der Temperatur t zugeführt werden muß, um das Wasser unter Überwindung des konstanten äußeren Druckes p in gesättigten Dampf von derselben Temperatur zu verwandeln. Die Summe aus der Flüssigkeitswärme q, welche der Temperatur t entspricht, und der Verdampfungswärme r, heißt die **Gesamtwärme** des gesättigten Wasserdampfes und wird mit W bezeichnet:

$$W = q + r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (20)$$

Die von **Regnault** für die Gesamtwärme des gesättigten Wasserdampfes von der Temperatur t aus seinen Versuchen abgeleitete Formel ist:

$$W = 606{,}5 + 0{,}305\,t \quad \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

Mit Benutzung von Formel 19 erhalten wir daher die Verdampfungswärme

$$r = 606{,}5 - 0{,}695\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3.$$

Die Dampfbildung aus Wasser können wir uns in der Weise vorgenommen denken, daß sich das Wasser in einem Cylinder mit beweglichem Kolben befindet, auf den ein äußerer Druck von p kg pro qm ausgeübt wird. Sobald sich nun Dampf aus dem Wasser bildet, so wird dieser sich Raum zu verschaffen suchen und dabei den Kolben mit konstantem Druck p zurückschieben. Hierbei verrichtet der Dampf eine **äußere Arbeit**, welcher eine bestimmte Wärmemenge entspricht, die daher in dem Dampfe nicht mehr enthalten, sondern verschwunden ist. Bezeichnen wir das specifische Volumen des gebildeten Dampfes mit v, das der Flüssigkeit vor dem Beginn der Verdampfung mit v_0, so ist der Raum, den sich der Dampf verschaffen muß, $v - v_0$. Hierbei wird der konstante Druck p überwunden, weshalb der Dampf die äußere Arbeit $p(v - v_0)$ verrichtet, welche einer Wärmemenge $Ap(v - v_0)$ entspricht. Setzen wir noch zur Abkürzung $v - v_0$, worin v_0 als konstant zu betrachten ist, gleich u, so ist die bei der Dampfbildung verloren gegangene Wärme gleich

$$Apu,$$

und der Dampf von der Temperatur t enthält demnach die Wärmemenge

$$i = W - Apu,$$

welchen Wert wir nach **Zeuner die Dampfwärme** nennen wollen. Subtrahieren wir die der äußeren Arbeit entsprechende Wärmemenge Apu, **äußere Verdampfungswärme** genannt, von der Verdampfungswärme r, so erhalten wir nach **Zeuner die innere Verdampfungswärme** ϱ. Demnach ist

$$\left.\begin{aligned} \varrho &= r - Apu = W - q - Apu \\ i &= W - Apu = q + \varrho \\ r &= W - q = \varrho + Apu \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (22)$$

Hiernach ergiebt sich folgendes Bild:

$$\overbrace{\underbrace{q + \varrho}_{i}}^{W}\!\!\!\!\!\!\!\underbrace{ + Apu}_{r}$$

Nach den Untersuchungen von Zeuner läßt sich die innere Verdampfungswärme ϱ sehr genau durch die folgende Formel wiedergeben

$$\varrho = 575{,}40 - 0{,}791\,t \quad (23)$$

Bei Benutzung derselben, sowie der von Regnault aufgestellten Formeln (19) und (20) für die Flüssigkeitswärme q und die Gesamtwärme W findet man dann auch die äußere Verdampfungswärme

$$Apu = 31{,}10 + 0{,}096\,t - 0{,}00002\,t^2 - 0{,}0000003\,t^3 \quad (24)$$

Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe nach Zeuner, Technische Thermodynamik.

Dampfspannung in			Temperatur Celsius	Dichtigkeit oder Gewicht von 1 cbm in kg	Flüssigkeitswärme	Innere Verdampfungswärme	Äußere Verdampfungswärme
Atmosphären (1 atm = 10333 kg auf 1 qm)	Millimeter Quecksilbersäule	kg pro qm					
a	h_1	p	t	γ	q	ϱ	Apu
0,1	76	1033,4	46,21	0,0687	46,282	538,848	35,464
0,2	152	2066,8	60,45	0,1326	60,589	527,584	36,764
0,3	228	3100,2	69,49	0,1945	69,687	520,433	37,574
0,4	304	4133,6	76,25	0,2553	76,499	515,086	38,171
0,5	380	5167,0	81,71	0,3153	82,017	510,767	38,637
0,6	456	6200,4	86,32	0,3744	86,662	507,121	39,045
0,7	532	7233,8	90,32	0,4329	90,704	503,957	39,387
0,8	608	8267,2	93,88	0,4910	94,304	501,141	39,688
0,9	684	9300,6	97,08	0,5486	97,543	498,610	39,957
1	760	10334,0	100,00	0,6059	100,500	496,300	40,200
1,1	836	11367,4	102,68	0,6628	103,216	494,180	40,421
1,2	912	12400,8	105,17	0,7193	105,740	492,210	40,626
1,3	988	13434,2	107,50	0,7756	108,104	490,367	40,816
1,4	1064	14467,6	109,68	0,8316	110,316	488,643	40,993
1,5	1140	15501,0	111,74	0,8874	112,408	487,014	41,159
1,6	1216	16534,4	113,69	0,9429	114,389	485,471	41,315
1,7	1292	17567,8	115,54	0,9982	116,269	484,008	41,463
1,8	1368	18601,2	117,30	1,0533	118,059	482,616	41,602
1,9	1444	19634,6	118,99	1,1083	119,779	481,279	41,734
2	1520	20668,0	120,60	1,1629	121,417	480,005	41,861
2,1	1596	21701,4	122,15	1,2176	122,995	478,779	41,981
2,2	1672	22734,8	123,64	1,2719	124,513	477,601	42,096
2,3	1748	23768,2	125,07	1,3263	125,970	476,470	42,207
2,4	1824	24801,6	126,46	1,3803	127,386	475,370	42,314
2,5	1900	25835,0	127,80	1,4343	128,753	474,310	42,416
2,6	1976	26868,4	129,10	1,4881	130,079	473,282	42,515

Fortsetzung der Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe ꝛc.

Dampfspannung in			Temperatur Celsius	Dichtigkeit oder Gewicht von 1 cbm in kg	Flüssigkeitswärme	Innere Verdampfungswärme	Äußere Verdampfungswärme
Atmosphären (1 atm = 10 333 kg auf 1 qm)	Millimeter Quecksilbersäule	kg pro qm					
a	h_1	p	t	γ	q	ϱ	Apu
2,7	2052	27901,8	130,35	1,5418	131,354	472,293	42,610
2,8	2128	28935,2	131,57	1,5954	132,599	471,328	42,702
2,9	2204	29968,6	132,76	1,6488	133,814	470,387	42,791
3	2280	31002,0	133,91	1,7021	134,989	469,477	42,876
3,1	2356	32035,4	135,03	1,7556	136,133	468,591	42,960
3,2	2432	33068,8	136,12	1,8086	137,247	467,729	43,040
3,3	2508	34102,2	137,19	1,8615	138,341	466,883	43,119
3,4	2584	35135,6	138,23	1,9147	139,401	466,060	43,196
3,5	2660	36169,0	139,24	1,9676	140,438	465,261	43,269
3,6	2736	37202,4	140,23	2,0203	141,450	464,478	43,342
3,7	2812	38235,8	141,21	2,0729	142,453	463,703	43,413
3,8	2888	39269,2	142,15	2,1255	143,416	462,959	43,480
3,9	2964	40302,6	143,08	2,1780	144,368	462,224	43,548
4	3040	41336,0	144,00	2,2303	145,310	461,496	43,614
4,1	3116	42369,4	144,89	2,2826	146,222	460,792	43,677
4,2	3192	43402,8	145,76	2,3349	147,114	460,104	43,739
4,3	3268	44436,2	146,61	2,3871	147,985	459,431	43,799
4,4	3344	45469,6	147,46	2,4391	148,857	458,759	43,859
4,5	3420	46503,0	148,29	2,4911	149,708	458,103	43,918
4,6	3496	47536,4	149,10	2,5430	150,539	457,462	43,975
4,7	3572	48569,8	149,90	2,5949	151,360	456,829	44,030
4,8	3648	49603,2	150,69	2,6467	152,171	456,204	44,085
4,9	3724	50636,6	151,46	2,6984	152,961	455,595	44,139
5	3800	51670,0	152,22	2,7500	153,741	454,994	44,192
5,1	3876	52703,4	152,97	2,8016	154,512	454,401	44,243
5,2	3952	53736,8	153,70	2,8531	155,262	453,823	44,293
5,3	4028	54770,2	154,43	2,9046	156,012	453,246	44,343
5,4	4104	55803,6	155,14	2,9560	156,741	452,684	44,392
5,5	4180	56837,0	155,85	3,0073	157,471	452,123	44,441
5,6	4256	57870,4	156,54	3,0586	158,181	451,577	44,487
5,7	4332	58903,8	157,22	3,1098	158,880	451,039	44,533
5,8	4408	59937,2	157,90	3,1610	159,579	450,501	44,579
5,9	4484	60970,6	158,56	3,2122	160,259	449,979	44,623
6	4560	62004,0	159,22	3,2632	160,938	449,457	44,667
6,1	4636	63037,4	159,87	3,3142	161,607	448,943	44,710
6,2	4712	64070,8	160,50	3,3652	162,255	448,444	44,753
6,3	4788	65104,2	161,14	3,4161	162,915	447,938	44,794

Fortsetzung der Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe rc.

Dampfspannung in			Temperatur Celsius	Dichtigkeit oder Gewicht von 1 cbm in kg	Flüssigkeitswärme	Innere Verdampfungswärme	Äußere Verdampfungswärme
Atmosphären (1 atm = 10333 kg auf 1 qm)	Millimeter Quecksilbersäule	kg pro qm					
a	h_1	p	t	γ	q	ϱ	Apu
6,4	4864	66137,6	161,76	3,4670	163,553	447,448	44,836
6,5	4940	67171,0	162,37	3,5178	164,181	446,965	44,876
6,6	5016	68204,4	162,98	3,5685	164,810	446,483	44,916
6,7	5092	69237,8	163,58	3,6192	165,428	446,008	44,956
6,8	5168	70271,2	164,18	3,6699	166,047	445,534	44,994
6,9	5244	71304,6	164,76	3,7206	166,645	445,075	44,032
7	5320	72338,0	165,34	3,7711	167,243	444,616	45,070
7,25	5510	74921,5	166,77	3,8974	168,718	443,485	45,162
7,50	5700	77505,0	168,15	4,0234	170,142	442,393	45,250
7,75	5890	80080,8	169,50	4,1490	171,535	441,325	45,337
8	6080	82672,0	170,81	4,2745	172,888	440,289	45,420
8,25	6270	85255,5	172,10	4,3997	174,221	439,269	45 501
8,50	6460	87839,0	173,35	4,5248	175,514	438,280	45,578
8,75	6650	90422,5	174,57	4,6495	176,775	437,315	45,654
9	6840	93006,0	175,77	4,7741	178,017	436,366	45,727
9,25	7030	95589,5	176,94	4,8985	179,228	435,440	45,798
9,50	7220	98173,0	178,08	5,0226	180,408	434,539	45,868
9,75	7410	100756,5	179,21	5,1466	181,579	433,645	45,935
10	7600	103340,0	180,31	5,2704	182,719	432,775	46,001
10,25	7790	105923,5	181,38	5,3941	183,828	431,928	46,064
10,50	7980	108507,0	182,44	5,5174	184,927	431,090	46,127
10,75	8170	111090,5	183,48	5,6405	186,005	430,267	46,189
11	8360	113674,0	184,50	5,7636	187,065	429,460	46,247
11,25	8550	116257,5	185,51	5,8864	188,113	428,661	46,306
11,50	8740	118841,0	186,49	6,0092	189,131	427,886	46,362
11,75	8930	121424,5	187,46	6,1318	190,139	427,119	46,417
12	9120	124008,0	188,41	6,2543	191,126	426,368	46,471
12,25	9310	126591,5	189,35	6,3765	192,104	425,624	46,524
12,50	9500	129175,0	190,27	6,4986	193,060	424,896	46,576
12,75	9690	131758,5	191,18	6,6206	194,007	424,177	46,626
13	9880	134342,0	192,08	6,7424	194,944	423,465	46,676
13,25	10070	136925,5	192,96	6,8642	195,860	422,769	46,724
13,50	10260	139509,0	193,83	6,9857	196,766	422,080	46,772
13,75	10450	142092,5	194,69	7,1072	197,622	421,400	46,818
14	10640	144676,0	195,53	7,2283	198,537	420,736	46,864

19. Die Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe. Aus der Betrachtung der Tabelle auf S. 31 ff. ergeben sich folgende für die Anwendung wichtige Thatsachen.

1. Bezüglich der Dampftemperatur. Wir hatten gesehen, daß die atmosphärische Luft das Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac befolgt. Nehmen wir an, wir hätten 1 kg Luft von der Spannung $p_0 = 1$ atm und von der Temperatur $T_1 = 273^0 = 0^0$ C. in einem Gefäße eingeschlossen und wollten diese Luft durch Erwärmen auf eine Spannung $p_3 = 3$ atm bringen. Dann ergiebt sich nach dem Gesetze von Mariotte-Gay-Lussac die zugehörige Temperatur aus

$$T_3 = \frac{p_3}{p_1} T_1 = \frac{3}{1} \cdot 273 = 819^0 = 546^0 \text{ C.}$$

Um also Luft durch Erwärmung nur auf eine Spannung von 3 atm zu bringen, müßten wir eine Temperatur anwenden, bei welcher Eisen bereits zu glühen anfängt.

Betrachten wir die Temperatur des gleich hoch gespannten Wasserdampfes, so sehen wir, daß diese Temperatur nur 134° C. beträgt, und während bei der Luft für höhere Spannungen die Temperaturen außerordentlich rasch zunehmen, steigen die Temperaturen für hoch gespannten Wasserdampf nur sehr allmählich. Wir schließen also daraus, daß wir viel leichter hoch gespannten Wasserdampf, als hoch gespannte Luft zum Betriebe von Kraftmaschinen werden verwenden können.

2. Bezüglich des specifischen Gewichtes. Schon aus dem vierten Versuche S. 27 hatten wir gesehen, daß höher gespannter Wasserdampf specifisch schwerer ist als weniger hoch gespannter. Vergleichen wir nun in der Tabelle die specifischen Gewichte des Dampfes von 1, 2, 3 . . . atm, so finden wir, daß sich die specifischen Gewichte ungefähr so verhalten wie die Spannungen. Das heißt Dampf von 2, 3, 4 . . . atm Spannung ist ungefähr 2, 3, 4 . . . mal so schwer als Dampf von 1 atm Spannung.

Spannung	specif. Gew.
1	$0{,}6 = 1 \times 0{,}6$
2	$1{,}16 = \sim 2 \times 0{,}6$
3	$1{,}70 = \sim 3 \times 0{,}6$
4	$2{,}23 = \sim 4 \times 0{,}6$

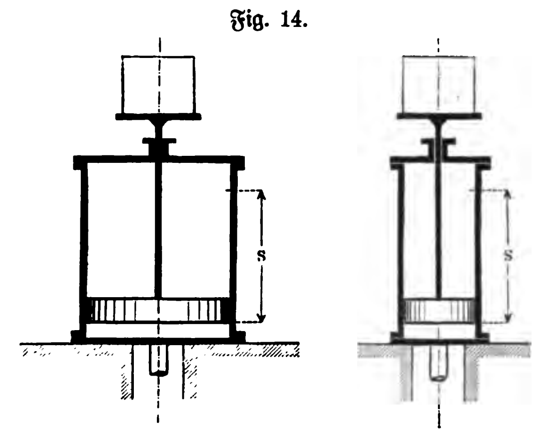
Die genaue Beziehung zwischen Spannung und specifischem Gewichte ist oben in Formel 21 gegeben.

3. Bezüglich des Wärmebedarfes. Vergleichen wir in der Tabelle die verschiedenen Werte von W, welche sich dadurch ergeben, daß wir die verschiedenen Werte für q, ϱ und Apu addieren ($W = q + \varrho + Apu$), so finden wir, daß diese Werte von W nur außerordentlich langsam zunehmen. Z. B. für 1, 2, 3 . . . 6 . . atm betragen diese Werte rund 637, 643, 647 . . . 655 . . . Kal. Wir brauchen also beinahe dieselbe Wärmemenge, ganz gleichgültig, ob wir 1 kg Wasser von 0° in Dampf von 1 atm oder in Dampf von 6 atm Spannung verwandeln wollen.

Dies ist ein sehr wichtiges Ergebnis, von welchem in der Praxis vielfach Gebrauch gemacht wird. Infolge der höheren Dampfspannungen werden die

Kraftmaschinen bei sonst gleicher Leistung bedeutend kleiner, die Herstellung wird billiger, die Maschine nimmt weniger Raum ein (was z. B. namentlich bei Schiffsmaschinen von großer Wichtigkeit ist), der Betrieb wird wirtschaftlich vorteilhafter. Denken wir uns zwei Dampfaufzüge einfachster Art (Fig. 14), bestehend je aus einem Cylinder, in welchem sich ein Kolben bewegt. An dem freien Ende der Kolbenstange sei eine Plattform angebracht, auf welcher eine Last ruht. Diese Last soll dadurch gehoben werden, daß unter dem Kolben Dampf eingelassen wird. Nehmen wir an, der Hub des Kolbens sei in beiden Fällen $s = 1$ m. Der Querschnitt des großen Cylinders betrage $F = 1000$ qcm, der Querschnitt des kleinen Kolbens $F' = 250$ qcm. Soll beide Male die zu hebende Last einschließlich des Gewichtes von Kolben, Kolbenstange und Plattform $= 1000$ kg sein, so muß in dem großen Cylinder unter dem Kolben ein Überdruck von 1 kg pro qcm, d. h. Dampf von 2 atm wirken. Dabei denken wir uns, daß auf der oberen Seite des Kolbens der Atmosphärendruck lastet. In dem kleinen Cylinder von 250 qcm Querschnitt brauchen wir Dampf von 4 atm Überdruck, also Dampf von 5 atm.

Fig. 14.



Welches sind nun die Dampfmengen und Wärmemengen, die wir theoretisch für je eine Hebung brauchen?

Fall a) Wir brauchen ein Volumen von 0,1 . 1 = 0,1 cbm Dampf von 2 atm Spannung. 1 cbm Dampf von 2 atm wiegt nach der Tabelle 1,1631 kg, wir brauchen also für eine Hebung 0,1 . 1,1631 = 0,11631 kg Dampf und natürlich auch ebensoviel Wasser. Um 1 kg Wasser von 0° in Dampf von 2 atm zu verwandeln, brauchen wir nach der Tabelle $q + \varrho + Apu = 643{,}28$ Kal. Für unseren Fall brauchen wir demnach:

$$0{,}11631 \,.\, 643{,}283 = \sim 75 \text{ Kal.}$$

Fall b) Notwendiges Dampfvolumen 0,025 . 1 = 0,025 cbm von 5 atm. Notwendiges Dampfgewicht 0,025 . 2,75 = 0,06875 kg. Erforderliche Wärmemenge

$$0{,}06875 \,.\, 652{,}927 = \sim 45 \text{ Kal.}$$

Obgleich dies nur theoretische Werte sind, da wir hier sämtliche Verluste außer Acht gelassen haben, so liegt hierin doch der Grund, warum man in neuester Zeit mit den Dampfspannungen zum Betriebe von Dampfmaschinen immer höher hinaufgeht.

4. Latente Wärme des Dampfes. Um 1 kg Wasser von 0° in 1 kg Dampf von 100° zu verwandeln, braucht man nach der Tabelle

$q + \varrho + Apu = 637$ Kal. Da die Flüssigkeitswärme, d. h. die Wärme, welche nötig ist, um 1 kg Wasser von 0° auf 100° zu erwärmen, nur rund 100 Kal. beträgt, so sind also 537 Kal. dazu verbraucht worden, um das Wasser von 100° in Dampf von 100° zu verwandeln. Nehmen wir diese Verdampfung in einem Gefäße vor, in welches wir ein Thermometer hineinhalten, so würde das Thermometer doch nicht über 100° steigen (bei normalem Luftdrucke) trotz der 537 Kal., welche wir dem Wasser zuführen. Die Wärme bleibt gewissermaßen verborgen, man nennt sie daher auch wohl die latente Wärme des Dampfes. Da sie nicht verschwunden, sondern wirklich in dem Dampfe enthalten ist, kann sie wieder nutzbar gemacht werden, und das geschieht in Wirklichkeit sehr oft. Lassen wir nämlich den Dampf durch irgend ein Mittel sich kondensieren, z. B. dadurch, daß wir ihn in kaltes Wasser leiten oder dadurch, daß wir ihn durch Röhren hindurchschicken, die von außen eine Abkühlung erfahren, so giebt er diese 537 Kal. wieder ab, die dann wiederum zu irgend welchen Zwecken praktische Verwendung finden können, z. B. zum Heizen von Räumen, zum Kochen mit Dampf u. dergl.

Anwendungen.

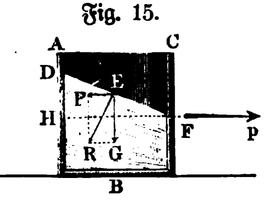
1. Form der freien Oberfläche einer Flüssigkeit. Vermöge der allgemeinen Eigenschaft der Flüssigkeiten werden die einzelnen materiellen Punkte derselben nur dann ihre Lage behaupten, wenn die Mittelkraft aller darauf wirksamen Kräfte in jedem Punkte senkrecht zu der sich bildenden Oberfläche gerichtet ist. Hieraus folgt, daß sich für jeden einzelnen Fall die Form der freien Oberfläche einer Flüssigkeit bestimmen lassen wird, wenn man die Mittelkraft aller auf einen Punkt wirksamen Kräfte senkrecht zu der sich bildenden Oberfläche annimmt.

Eine tropfbare Flüssigkeit, deren einzelne materielle Punkte der Schwerkraft unterworfen sind, und die außerdem noch einen konstanten Druck erleidet, bildet, wie wir gesehen haben, in ihrer freien Oberfläche eine Horizontalebene.

Wirken außer der Schwerkraft noch andere Kräfte auf die einzelnen Teile einer Flüssigkeit, so ist hiernach für jeden einzelnen Punkt die Mittelkraft der Kräfte zu bestimmen und die Senkrechte zu dieser Mittelkraft wird einen kleinen Teil der gesuchten freien Oberfläche angeben. Elementar läßt sich die Sache nicht oft durchführen. Als Beispiel mögen folgende Fälle dienen.

a) Ein prismatisches Gefäß (Fig. 15) mit horizontalem Boden sei mit einer tropfbaren Flüssigkeit angefüllt und werde mit der Beschleunigung j in horizontaler Richtung fortbewegt. Zu Anfang der Bewegung wird durch den Gegendruck in der Flüssigkeit von Punkt zu Punkt ein Aufstauen des Wassers herbeigeführt, und sobald die Beschleunigung einen konstanten Wert angenommen, werden die Flüssigkeitsteilchen wieder miteinander im Gleichgewicht sein und es wird sich eine freie Oberfläche bilden. Um diese freie Oberfläche der Form nach zu bestimmen, untersuchen wir die Begrenzungslinie der Oberfläche in einer durch die Richtung der Bewegung des Gefäßes gelegten Vertikalebene.

Fig. 15.



Auf jeden materiellen Punkt von der Masse m, z. B. E, wirkt nach vertikaler Richtung das Gewicht mg, wenn wir von dem Atmosphärendruck absehen, und nach horizontaler Richtung ist, der Bewegungsrichtung entgegengesetzt, die Kraft mj wirksam. Die Resultante R aus den beiden Kräften muß zu dem Elemente der freien Oberfläche in E normal stehen. Bezeichnen wir den Winkel, den das Element mit der Horizontalen bildet, mit α, so ist:

$$mj : mg = \sin\alpha : \cos\alpha$$

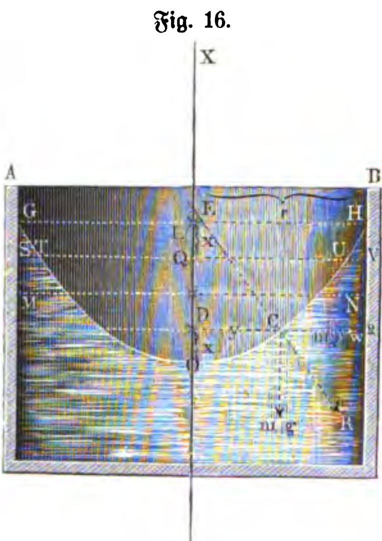
und

$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{j}{g}.$$

Sobald die Beschleunigung j der Bewegung einen konstanten Wert angenommen, wird $\frac{j}{g}$ für alle Punkte der freien Oberfläche denselben Wert haben, es wird also jedes Element der Oberfläche mit der Horizontalebene den konstanten Winkel α bilden, d. h. die freie Oberfläche der Flüssigkeit ist für diesen besonderen Fall eine unter dem Winkel α gegen den Horizont geneigte Ebene DF.

Es wird hierbei ebensoviel Wasser über den ursprünglichen Wasserstand als unter denselben getreten sein, sodaß die durch die Mitte von DF gelegte Horizontalebene den ursprünglichen Wasserstand darstellt.

Fig. 16.



b) Ein cylindrisches Gefäß (Fig. 16) sei mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllt und werde um seine geometrische Achse XX' als Umdrehungsachse gedreht. Es ist die Form der freien Oberfläche zu bestimmen, sobald die Winkelgeschwindigkeit den konstanten Wert ω angenommen.

Wir wählen in einem beliebigen Meridianschnitt GOH einen beliebigen Punkt C und bestimmen für die darauf wirksamen Kräfte die Resultante R. Der Punkt habe die Koordinaten x und y, die Umdrehungsachse als X-Achse, und eine durch O dazu normal gelegte Linie als Y-Achse angesehen. Die auf den Punkt einwirkenden Kräfte sind das Gewicht mg und die Centrifugalkraft $my\omega^2$. Sobald der Gleichgewichtszustand eingetreten, muß die Richtung der Mittelkraft R in Richtung der Normale für den Punkt C der Kurve GOH fallen, und wir erhalten:

$$mg : my\omega^2 = DE : DC$$
$$g : y\omega^2 = DE : y,$$

d. h.:

$$DE = \frac{g}{\omega^2}.$$

Aus diesem Ergebnis ist ersichtlich, daß während des Gleichgewichts für jeden beliebigen Punkt C der in gleicher Weise gebildete Abschnitt DE auf der X-Achse (Subnormale genannt) den konstanten Wert $g : \omega^2$ erhält.

Wir haben im ersten Teile gesehen, daß bei der Parabel für jeden beliebigen Punkt der auf die oben angegebene Weise gebildete Abschnitt DE

einen konstanten Wert hat und zwar ist, wenn wir den Parameter der Parabel mit p bezeichnen:

$$DE = \frac{1}{2} p.$$

Hiernach bildet der Meridianschnitt GOH eine Parabel, deren Gleichung $y^2 = px$, sich nach Einsetzung des oben gefundenen Wertes für DE folgendermaßen umändert:

$$y^2 = 2 \frac{g}{\omega^2} x.$$

Die freie Oberfläche der Flüssigkeit ist danach eine krumme Fläche, welche durch Umdrehung der eben bestimmten Parabel um die X-Achse erzeugt wird. Man nennt diese Fläche Paraboloid.

Was ferner die Verteilung der Wassermasse über den ursprünglichen Wasserstand MN anbetrifft, so ist zu bemerken, daß der Scheitel O des Meridianschnittes um ebensoviel tiefer als MN liegt, als sich GH über MN erhoben hat. Um dies nachzuweisen, machen wir LQ gleich OD gleich x, legen durch Q und D Horizontalebenen und zeigen, daß der Querschnitt der gehobenen Wassermasse an der Stelle Q gleich dem Querschnitt der fehlenden Wassermasse an der Stelle D ist. Der Querschnitt des Wasserkörpers in der durch Q gelegten Horizontalebene ist:

$$\pi (SQ^2 - TQ^2).$$

Infolge der Parabelgleichung $y^2 = px$ ist

$$SQ^2 = GL^2 = p \cdot OL$$

und

$$TQ^2 = p(OL - x).$$

Daher

$$\pi (SQ^2 - TQ^2) = \pi \cdot px$$
$$= \pi y^2,$$

d. h. gleich dem Querschnitt der fehlenden Wassermasse für die durch D gelegte Horizontalebene. In gleicher Weise läßt sich dies für je zwei Punkte Q und D zeigen, die in gleichen Abständen von GH und O auf der X-Achse gewählt werden, d. h. aber der ursprüngliche Wasserstand MN muß in der durch die Mitte von OL gelegten Horizontalebene angenommen werden. Die Steighöhe oder Fallhöhe der Flüssigkeit ist also gleich $\frac{1}{2} OL = \frac{1}{2} \frac{GL^2}{p}$.

Setzen wir den Grundebenenhalbmesser gleich r und führen wir den Wert von $p = 2 \frac{g}{\omega^2}$ ein, so ergiebt sich für diese Steighöhe:

$$\frac{1}{2} OL = \frac{1}{2} \frac{r^2}{2g : \omega^2} = \frac{1}{4} \frac{(r \cdot \omega)^2}{g}.$$

2. Erddruck. Lockere Massen, wie eine Anhäufung von Erde, Sand, Getreide-, Schrotkörner u. dergl., kann man halbflüssige Körper nennen. Diese Körper haben mit den tropfbarflüssigen Körpern die Unzusammendrückbarkeit gemein, unterscheiden sich von ihnen aber hauptsächlich dadurch, daß nicht

jede noch so kleine Kraft ein Verschieben der einzelnen materiellen Punkte bewirken kann, sondern daß die Punkte der gegenseitigen Bewegung einen Reibungs- und Kohäsionswiderstand entgegensetzen.

Es folgt hieraus, daß lockere Massen im Zustande des Gleichgewichts nicht notwendigerweise eine horizontale Oberfläche haben müssen, daß sie vielmehr auch bei einer geneigten Lage ihrer Oberfläche im Gleichgewicht sein können. Wenn lose Erde aufgeschüttet wird, so bildet sich eine schräge Böschungsfläche, die nach der Beschaffenheit der Erde mehr oder weniger steil sein kann.

Ist das Gleichgewicht hergestellt, so kann man jedes der einzelnen Körperteilchen auf einer geneigten Ebene liegend denken, dessen weitere Bewegung durch die Reibung verhindert wird. Der Reibungskoeffizient ist, wie in Teil I. bewiesen, gleich der trigonometrischen Tangente des Reibungswinkels ϑ. Der Winkel, den die Böschungsfläche mit dem Horizont bildet, der sogenannte natürliche Böschungswinkel, ist hiernach ein Mittel, für die verschiedenen lockeren Massen den Reibungswiderstand zu bestimmen, da durch Versuche nachgewiesen ist, daß der Böschungswinkel für dieselbe Masse, bei derselben äußeren Beschaffenheit stets dieselbe Größe erhält.

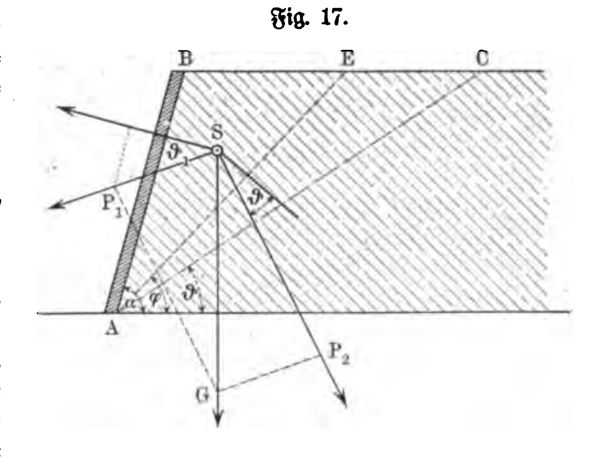
Soll nun eine Erdaufschüttung bei irgend einer anderen steileren Böschungsfläche, als bei der ihr eigentümlichen, natürlichen, im Gleichgewicht sein, so kann dies nur dadurch geschehen, daß man die verlangte Fläche durch eine hölzerne oder gemauerte Wand herstellt, und dadurch das Herabsinken der Erde verhindert. Besteht diese Wand aus eingerammten Pfählen mit einer Bretter- oder Bohlenverkleidung, so heißt sie ein Bohlenwerk, Bollwerk. Wird die Wand dagegen aus Ziegelsteinen oder Werksteinen aufgeführt, so nennt man sie Futtermauer. Die folgenden Untersuchungen haben den Zweck, den Druck einer lockeren Masse gegen eine solche Wand zu bestimmen und daraus die Standhaftigkeit der Futtermauer abzuleiten.

Tabelle über den Reibungswinkel und das Gewicht lockerer Massen.

Art der Masse	Natürlicher Böschungswinkel ϑ Grad	Reibungskoeffizient $= tang\ \vartheta$	Gewicht von 1 Kubikmeter in Kilogrammen
Angefeuchteter Sand	24	0,445	1941
Desgl. Gartenerde	27	0,510	2038
Trockener Sand	32	0,625	1617
Desgl. Gartenerde	37	0,754	1634
Trockene Lehmerde	40	0,839	1973
Desgl. Thonerde	45	1,000	2005
Lockerer Haldensturz aus Gneisstücken, sowie Steinkohlenhaufen u. Schlacken	38	0,781	1213
Roggenkörner	30	0,577	744
Schrotkörner	25	0,466	6469
Vogeldunst	22,5	0,414	6469

Prisma des größten Druckes [1]). Eine Erdaufschüttung liege auf einer wagerechten Ebene (Fig. 17), sie sei oberhalb ebenfalls durch eine wagerechte Ebene abgeglichen und werde durch die Wand AB im Gleichgewicht erhalten, AC bezeichne die natürliche Böschungsfläche der lockeren Masse, die Aufschüttung würde daher ohne die Wand eine der Fläche AC parallele Böschung annehmen. Nehmen wir an, daß die Futtermauer dem Erddrucke nicht genügend Widerstand entgegensetzen kann, sondern nach der Seite ausweicht, so wird eine gewisse Erdmasse BAE herabgleiten. Über die Form dieser abgleitenden Masse ist nun nichts Bestimmtes anzugeben und man begnügt sich, bei der folgenden Untersuchung damit anzunehmen, daß die Erdmasse in einer Trennungsfläche AE abgleite. Zu dieser Annahme ist man veranlaßt, um die an sich schon sehr verwickelten Rechnungen überhaupt durchführen zu können, obwohl die Wahrscheinlichkeit eine viel größere ist, daß die Trennung der Erdmasse in einer gekrümmten Fläche erfolgt. Setzt man eine ebene Trennungsfläche in AE voraus, so wird also ein dreiseitiges Prisma ABE auf der als feste Ebene zu denkenden Erdmasse F abrutschen und man kann dieses abgleitende Stück vom Gewichte G wie einen Keil ansehen, welcher einen gewissen Druck auf die Gleitfläche AE sowohl wie gegen die Wandfläche AB ausübt. Die Neigungswinkel dieser beiden Ebenen seien α und φ, die notwendigen Reibungskoeffizienten μ und $\tang \vartheta$, unter ϑ den natürlichen Böschungswinkel der untersuchten Erde verstanden.

Fig. 17.



Bezeichnen wir die den Normaldrucken auf die beiden schiefen Ebenen AB und AE entgegengesetzt gleichen Gegendrucke mit R_1 und R_2, so müssen die fünf Kräfte R_1, μR_1, R_2, $R_2 \tang \vartheta$ und G unter sich im Gleichgewicht sein. Diese fünf Kräfte lassen sich leicht auf drei zurückführen, wenn wir aus R_1 und μR_1, sowie aus R_2 und $R_2 \tang \vartheta$ die Mittelkräfte P_1 und P_2 bilden, wobei wir noch $\tang \vartheta_1$ statt μ schreiben wollen, unter ϑ_1 den Reibungswinkel für das Gleiten der Erde an der Wand AB verstanden. Denken wir uns, daß die Futtermauer dem Erddruck nicht genügenden Widerstand entgegensetzt, daß also das Prisma ABE in Bewegung kommt, so stellen sich an beiden Flächen AB und AE Reibungswiderstände ein und es ist leicht zu ersehen, daß die resultierende Druckkraft gegen jede dieser Flächen für den

[1]) Siehe Weisbach-Herrmann, Lehrbuch der Mechanik II, 1, dem ein Teil der folgenden Ausführungen entnommen ist. Der Bearb.

Zustand der beginnenden Bewegung um den entsprechenden Reibungswinkel von der Senkrechten zur Fläche abweicht. Es ist demnach:

$$P_1 = \sqrt{R_1^2 + R_1^2 \, tang \, \vartheta_1^2} = \frac{R_0}{\cos \vartheta_1} \text{ und in gleicher Weise } P_2 = \frac{R_2}{\cos \vartheta}.$$

Für das verlangte Gleichgewicht muß nun G die entgegengesetzte Resultante zu den Drücken P_1 und P_2 sein und wir erhalten danach:

$$\frac{P_1}{G} = \frac{\sin \, G S P_2}{\sin \, S P_2 G} = \frac{\sin(\varphi - \vartheta)}{\sin(2R - \alpha - \vartheta_1 + \varphi - \vartheta)}, \text{ und}$$

$$P_1 = G \frac{\sin(\varphi - \vartheta)}{\sin(\alpha + \vartheta_1 - \varphi + \vartheta)}.$$

Bezeichnen wir das Gewicht von 1 cbm Erdmasse mit γ, so ist für die Länge von 1 m der Wand:

$$G = \frac{AB \, . \, AE}{2} \sin(\alpha - \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} h^2 \gamma \, (cotg \, \varphi - cotg \, \alpha),$$

wenn h die senkrechte Entfernung der beiden Horizontalebenen BC und AD bedeutet, und der Druck P_1 gegen die Wand stellt sich nach einiger Umformung durch folgenden Ausdruck dar:

$$1) \quad P_1 = \frac{1}{2} \frac{h^2 \gamma}{\sin(\alpha + \vartheta_1)} \cdot \frac{cotg \, \varphi - cotg \, \alpha}{cotg(\varphi - \vartheta) - cotg(\alpha + \vartheta_1)}.$$

Dieser Druck ändert sich mit dem unbekannten Winkel φ. Für die Praxis ist jedenfalls der größtmöglichste Druck in Rechnung zu bringen, d. h. es ist für φ derjenige Wert einzusetzen, der den Ausdruck für P_1 zu einem Maximum macht. Mit anderen Worten, es ist dasjenige Prisma BAE aufzusuchen, welches den größten Druck P_1 auf die Wand AB ausübt. Demgemäß spricht man von einem Prisma des größten Druckes. Es handelt sich hiernach um die Maximalbestimmung von:

$$\frac{cotg \, \varphi - cotg \, \alpha}{cotg(\varphi - \vartheta) - cotg(\alpha + \vartheta_1)} = \frac{\sin(\alpha - \varphi) \, . \sin(\varphi - \vartheta) \, . \sin(\alpha + \vartheta_1)}{\sin \alpha \, . \sin \varphi \, . \sin(\alpha + \vartheta + \vartheta_1 - \varphi)},$$

worin wir die konstanten Faktoren im Zähler und Nenner noch weglassen können. Wird der benachbarte Wert mit φ_1 bezeichnet und für diesen derselbe Quotient gebildet, so hat man die beiden Quotienten einander gleich zu setzen:

$$\frac{\sin(\alpha - \varphi) \, . \sin(\varphi - \vartheta)}{\sin \varphi \, . \sin(\alpha + \vartheta + \vartheta_1 - \varphi)} = \frac{\sin(\alpha - \varphi_1) \sin(\varphi_1 - \vartheta)}{\sin \varphi_1 \, . \sin(\alpha + \vartheta + \vartheta_1 + \varphi_1)}.$$

Nach gehöriger Umformung muß man durch $\varphi - \varphi_1$ dividieren, wobei zu berücksichtigen, daß $\lim \frac{\sin(\varphi - \varphi_1)}{\varphi - \varphi_1} = 1$ und darauf wird $\varphi = \varphi_1$ gesetzt und die Gleichung zur Bestimmung von φ benutzt. Es ergiebt sich hier:

$$2) \quad cotg\,\varphi = cotg\,(\alpha + \vartheta + \vartheta_1) + \sqrt{\frac{sin\,(\alpha + \vartheta_1)\,sin\,(\vartheta + \vartheta_1)}{sin\,\alpha\,sin\,\vartheta\,sin\,(\alpha + \vartheta + \vartheta_1)^2}}.$$

In Fällen der Anwendung ist φ aus 2) zu berechnen und dann aus 1) der Maximaldruck P_1 zu bestimmen.

Von besonderem Interesse sind folgende Fälle.

a) Läßt man die Reibung an der Wand AB außer Acht, setzt also $\vartheta_1 = 0$, so ist $cotg\,\varphi = cotg\,(\alpha + \vartheta) + \frac{1}{sin\,(\alpha + \vartheta)}$, woraus sich $\varphi = \frac{\alpha + \vartheta}{2}$ ergiebt, d. h. die Linie AE halbiert den Winkel BAC zwischen der Wand AB und der natürlichen Erdböschung AC. Bei Benutzung dieses Wertes von φ erhalten wir:

$$P_1 = {}^1/_2\,\frac{h^2\gamma}{sin\,a}\left(\frac{sin\,\frac{\alpha - \vartheta}{2}}{sin\,\frac{\alpha + \vartheta}{2}}\right)^2.$$

b) Nimmt man die Wand AB in senkrechter Lage an, setzt also $\alpha = 90^0$, so ist

$$cotg\,\varphi = \frac{-1 + \sqrt{\frac{cos\,\vartheta_1}{sin\,\vartheta\,sin\,(\vartheta + \vartheta_1)}}}{cotg\,(\vartheta + \vartheta_1)} \quad \text{und}$$

$$P_1 = {}^1/_2\,h^2\gamma\left(\frac{\sqrt{cos\,\vartheta_1} - \sqrt{sin\,\vartheta\,sin\,(\vartheta + \vartheta_1)}}{cos\,(\vartheta + \vartheta_1)}\right)^2.$$

c) Hat endlich die Wand AB eine senkrechte Lage und vernachlässigen wir die Reibung an derselben, so ist für $\alpha = 90^0$ und $\vartheta_1 = 0$:

$$cotg\,\varphi = \frac{1 - sin\,\vartheta}{cos\,\vartheta} \quad \text{und} \quad P_1 = {}^1/_2\,h^2\gamma\,tang\left(45 - \frac{\vartheta}{2}\right)^2.$$

d) Setzen wir noch in dem letzten Ausdrucke $\vartheta = 0$, lassen also für die einzelnen materiellen Punkte keine Reibung zu, so geht die lockere halbflüssige Masse in eine tropfbare Flüssigkeit über und wir erhalten in Übereinstimmung mit § 8:

$$P_1 = {}^1/_2\,h^2\gamma,$$

d. h. der Druck P_1 ist gleich dem Gewicht der Flüssigkeitssäule, deren Grundfläche gleich $1\,h$ und deren Druckhöhe ${}^1/_2\,h$ ist.

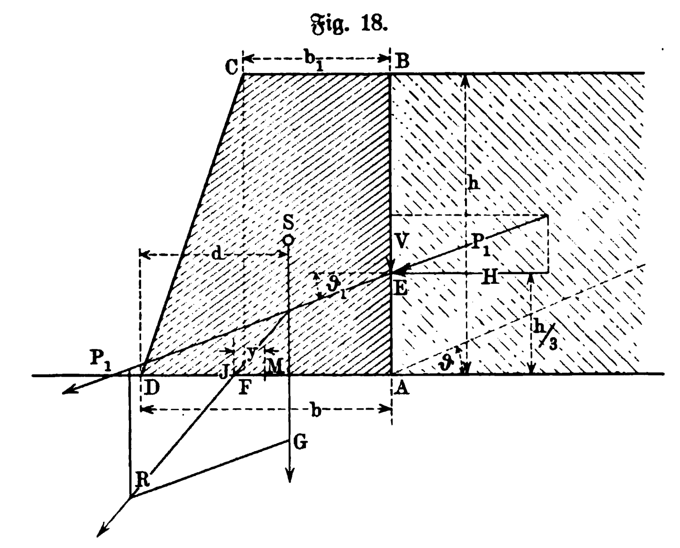
Aus den gefundenen Werten des Erddruckes P_1 folgt, daß derselbe von oben nach unten, ähnlich wie der Druck von Flüssigkeiten gleichmäßig zunimmt, überhaupt der Druckhöhe sowie der gedrückten Fläche proportional ist. Unter Druckhöhe ist hier ebenfalls die senkrechte Entfernung der Oberfläche der lockeren Masse von dem Schwerpunkte der gedrückten Fläche zu verstehen. Hieraus folgt weiter, daß der Angriffspunkt des Erddruckes auf eine ebene Wand mit dem Mittelpunkte des Wasserdruckes zusammenfällt. Hat die gedrückte Wand die Form eines Rechtecks, und behalten wir die obigen Voraus=

setzungen inbetreff der Erdanhäufung bei, so liegt der Angriffspunkt des Erddruckes auf ein Drittel der Höhe von der horizontalen Grundebene oder auf zwei Drittel der Höhe von der Oberfläche der lockeren Masse (vergl. Aufgabe 16).

Stärke der Futtermauer. Es soll die obere Breite $BC = b_1$ (Fig. 18) einer nach außen geböschten Futtermauer bestimmt werden, wenn die mit Erde in Berührung stehende Fläche in einer senkrechten Ebene liegt, und die Erde auf der Oberfläche wagerecht abgeglichen ist.

Die Höhe AB der Futtermauer sei h, die Böschung DF sei gleich $n.h$. Der Erddruck P_1 hat nach dem Vorstehenden seinen Angriffspunkt in E, auf ein Drittel der Höhe vom wagerechten Boden aus gerechnet. Der Druck P_1 ist nicht senkrecht zur Seitenfläche AB der Mauer wirksam zu denken, sondern bildet, wie wir oben gesehen haben, mit dieser Senkrechten den Reibungswinkel ϑ_1.

Fig. 18.



Da im Allgemeinen die Reibung zwischen Mauer und Erde größer sein wird als die Reibung zwischen den einzelnen Erdschichten, so wird man für die Ausführung eine größere Sicherheit erlangen, wenn man die Reibung zwischen Mauer und Erde gleich der zwischen den einzelnen Erdschichten annimmt. Es läßt sich dies umsomehr rechtfertigen, wenn man bedenkt, daß eine sehr dünne Erdschicht an der Mauer haftet, gegen deren Normale der Druck der übrigen Erdmasse genau um den Reibungswinkel ϑ der Erde geneigt ist, so daß man das auch für die Wand selbst als annähernd richtig annehmen kann. Führen wir die ganze Untersuchung für die Mauerlänge gleich Eins durch, so ist in dem gefundenen Ausdrucke für P_1, ϑ statt ϑ_1 zu setzen.

Wir erhalten hiernach bei Benutzung der Formel:

$$P_1 = {}^1/_2\, h^2 \gamma \left(\frac{\sqrt{\cos \vartheta_1} - \sqrt{\sin \vartheta \,.\, \sin (\vartheta + \vartheta_1)}}{\cos (\vartheta + \vartheta_1)}\right)$$

$$P_1 = {}^1/_2\, h^2 \gamma \cos \vartheta \left(\frac{1 - \sin \vartheta \sqrt{2}}{\cos 2\,\vartheta}\right)^2.$$

Der Druck P_1 versucht die Mauer um die durch D gehende Kante zu drehen, die Mauer widersteht dem Umwerfen durch ihre Standfestigkeit.

Um ein praktisch brauchbares Resultat zu erhalten, nehmen wir an, daß ein Vielfaches des berechneten Erddruckes auf Kippen wirksam werde, und bestimmen dann die Stärke der Mauer aus der Bedingung, daß sich die Mauer gerade auf der Grenze des Gleichgewichtes gegen Kippen befinde. Wir setzen demnach $m \,.\, P_1$ statt P_1 und wollen annehmen, daß die Untersuchung sich auf eine Mauerstrecke von 1 m Länge beziehe.

Um das Umkippen der Mauer um die Kante D zu verhüten, muß die algebraische Summe der Momente aller an der Mauer angreifenden Kräfte in Bezug auf die Kante D gleich 0 sein. Diese Kräfte sind aber:

a) Das Gewicht der Mauer G, angreifend im Schwerpunkte der Mauer, also am Hebelarm d,

b) die wagerechte Seitenkraft von P_1, nämlich $H = P_1 \cos\vartheta$ (dabei $\vartheta_1 = \vartheta$ angenommen), angreifend am Hebelarm $\frac{h}{3}$,

c) die abwärts gerichtete senkrechte Seitenkraft von P_1, das ist $V = P_1 \,.\, \sin\vartheta$, angreifend am Hebelarm $b = (b_1 + nh)$.

Die algebraische Summe dieser drei Momente soll $= 0$ sein, d. h. es muß sein:

$$G \,.\, d - P_1 \,.\, \cos\vartheta \cdot \frac{h}{3} + P_1 \,.\, \sin\vartheta\,(b_1 + nh) = 0.$$

Nun ist aber das Moment von G inbezug auf die Kante D gleich dem Moment des Mauerteiles $ABCF$ inbezug auf D vermehrt um das Moment des Mauerteiles CDF inbezug auf D, d. h.:

$$G \,.\, d = (b_1 \,.\, h \,.\, 1 \,.\, \gamma_1)\left(nh + \frac{b_1}{1}\right) + \left(\frac{nh \,.\, h}{2} \cdot 1 \cdot \gamma_1\right) {}^2/_3\, nh$$

$$= h\,\gamma_1\,\frac{2n^2h^2 + 3b_1(b_1 + 2nh)}{6},$$

wenn γ_1 das Gewicht von 1 cbm Mauermaterial bezeichnet. Setzen wir nun in die obige Momentengleichung den eben gefundenen Wert für $G \,.\, d$ ein, für P_1 seinen Wert:

$$P_1 = {}^1/_2\, m h^2 \gamma \,.\, \cos\vartheta \left(\frac{1 - \sin\vartheta\sqrt{2}}{\cos 2\vartheta}\right)^2,$$

und lösen wir dann die Gleichung nach b_1 auf, so folgt, wenn wir zur Abkürzung $\cos\vartheta\left(\frac{1 - \sin\vartheta\sqrt{2}}{\cos 2\vartheta}\right)^2$ gleich q^2 setzen,

$$b_1 = -\frac{h}{2}\left(2n + m\frac{\gamma}{\gamma_1}q^2\sin\vartheta\right)$$

$$+ \frac{h}{6}\sqrt{\left(6n + 3m\frac{\gamma}{\gamma_1}q^2\sin\vartheta\right)^2 + 12\,m q^2\frac{\gamma}{\gamma_1}(\cos\vartheta - 3n\sin\vartheta) - 24n^2}.$$

Für die gewöhnlichen Fälle in der Praxis genügt es, $m = 2$,

$\frac{\gamma}{\gamma_1} = {}^2/_3$ und $\vartheta = 45^0$ zu setzen. Für die Annahme $\vartheta = 45^0$ wird aber

$$q = \sqrt{\cos\vartheta}\,\frac{1 - \sin\vartheta\sqrt{2}}{\cos 2\vartheta}$$

zu $\frac{0}{0}$, weshalb mit Hülfe der höheren Mathematik der brauchbare Wert von q für diesen speciellen Fall zu entwickeln ist. Der wahre Wert von q^2 ist ${}^1/_8\sqrt{2}$. Nach Eintragung dieser Werte erhalten wir:

α) für die Breite b_1 einer geböschten Mauer:

$$b_1 = -\frac{h}{12}(12n + 1) + \frac{h}{12}\sqrt{(12n + 1)^2 + 8(1 - 3n) - 96n^2}$$

β) für die Breite b einer ungeböschten Mauer, also für $n = 0$:

$$b = \frac{h}{12}\left(-1 + \sqrt{1+8}\right) = {}^1/_6\, h.$$

Der Wert von n bei einer geböschten Mauer soll die Größe ${}^1/_6$ niemals überschreiten. Nehmen wir $n = {}^1/_{12}$, wie sich die Anordnung bei Ausführungen häufig findet, so erhält man nach der Formel unter α, die Breite b_1 der Mauer:

$$b_1 = \frac{h}{12}\left(-2 + \sqrt{2^2 + 8(1 - {}^1/_4) - {}^{96}/_{144}}\right)$$

$$b_1 = 0{,}0879\, h.$$

Die vorstehenden Entwickelungen gelten allein für die Annahme, daß die Erde unten durch eine wagerechte Ebene gestützt werde und eine wagerechte Oberfläche bilde, in der die obere Fläche der Futtermauer liegt. Für andere Voraussetzungen ändert sich der für den Erddruck gefundene Wert, und die Breite b der Mauer ist nicht mehr der Höhe h proportional.

Der Druck $P_1 = {}^1/_2\, l h^2 \gamma \cos\vartheta \left(\frac{1 - \sin\vartheta\sqrt{2}}{\cos 2\vartheta}\right)^2$ hat auch außerdem noch das Bestreben, die Mauer auf dem Boden fortzuschieben, was durch die Reibung an der Grundfläche der Mauer verhindert wird. Nennen wir den entsprechenden Reibungskoeffizienten μ, so ist für diese Untersuchung die Gleichgewichtsbedingung:

$$m P_1 \cos\vartheta = \mu b_1 l h \gamma_1,\ \text{daher}\ b_1 = \frac{m}{\mu}\frac{P_1}{l h \gamma_1}\cos\vartheta.$$

Druckverteilung [1]). Nachdem im vorhergehenden die Standfestigkeitsverhältnisse der Futtermauern untersucht worden sind, handelt es sich noch um die Prüfung der Inanspruchnahme, welcher das Material der Mauern unterworfen ist. Dies ist insbesondere deshalb von Wichtigkeit, weil der zur Verwendung kommende Mörtel nur mäßige Druckkräfte auszuhalten, und der Luftmörtel Zugkräften meist gar nicht zu widerstehen vermag. Nur bei der Verwendung eines vorzüglichen hydraulischen oder Cementmörtels kann man,

[1]) Siehe Weisbach-Herrmann, a. a. O.

um unverhältnismäßig große Mauerstärken zu vermeiden, eine geringe Widerstandsfähigkeit gegen Zugspannungen voraussetzen, welche nach Intze etwa bis zu 1 kg pro qcm betragen darf.

Ist $ABCD$ (Fig. 18) ein Stück einer Futtermauer und setzt man den in E wirkenden Erddruck P_1 mit dem im Schwerpunkte S wirkenden Gewichte G nach dem Parallelogramm der Kräfte zu einer Mittelkraft R zusammen, so erhält man in dem Durchschnittspunkte I der Mittelkraft mit AD denjenigen Punkt, in welchem die Lagerfuge AD gegen das Mauerstück mit einer Kraft $-R$ drückend gedacht werden muß. Dieser Gegendruck besteht aus einer wagerechten Seitenkraft $-H$, welche, wie oben erwähnt, durch die Reibung der Fuge aufgenommen werden muß und einer vertikal aufwärts gerichteten Seitenkraft von der Größe $G + V$. Ist nun M im Abstande $MI = y$ von I die Fugenmitte ($DM = MA$), und denkt man sich die senkrechte Seitenkraft $G + V$ des Gegendruckes unter Hinzufügung des betreffenden Kräftepaares nach M verlegt, so ist ersichtlich, daß die Fuge unter Einfluß der senkrechten Kraft $G + V$ in M einer rückwirkenden Spannung:

$$s_d = \frac{G + V}{b}$$

ausgesetzt ist, während durch das Kräftepaar vom Moment $(V + G).y$ gewisse Biegungsspannungen in dem Querschnitte AD des Mauerkörpers hervorgerufen werden. Die größten Biegungsspannungen s_b finden in den Kanten bei A und D statt und zwar in A eine Zugspannung und in D eine Druckspannung, von welchen nach den Gesetzen der Biegungsfestigkeit jede durch:

$$(G + V)\,y = \tfrac{1}{6}\,b^2 . 1\, s_b$$

zu

$$s_b = 6\,\frac{G + V}{b^2}\,y = \frac{6\,y}{b}\,s_d$$

sich ergiebt. Infolge dieser beiden Wirkungen sind daher die resultierenden Spannungen s_1 in D und s_2 in A gegeben durch:

$$s_1 = s_d + s_b = \frac{G + V}{b}\left(1 + 6\,\frac{y}{b}\right)$$

und

$$s_2 = s_d - s_b = \frac{G + V}{b}\left(1 - 6\,\frac{y}{b}\right).$$

Der stets positive Wert von s_1 stellt eine Druckspannung in D vor, während in A eine Druck- oder Zugspannung sich einstellt, je nachdem $6\,y$ kleiner oder größer ist als b. Für den Grenzfall $y = \tfrac{1}{6}\,b$ wird $s_2 = 0$, das Material also in A gar nicht beansprucht.

Ein Diagramm veranschaulicht diese Verhältnisse am besten. Denkt man in Fig. 19 I (a. f. S.) auf einer Achse $ad = b$ in allen Punkten Ordinaten:

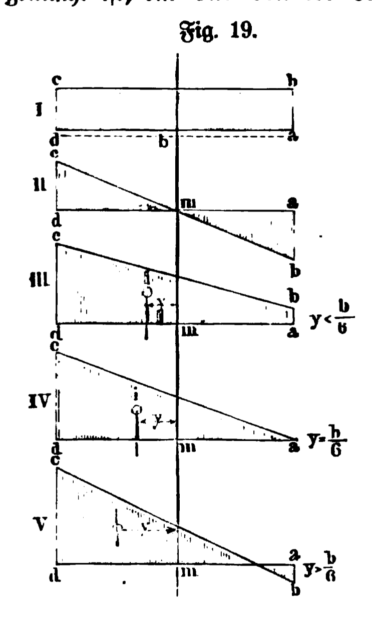
$$dc = ab = s_d = \frac{G + V}{b}$$

aufgetragen, so stellt das Rechteck $abcd$ die gleichmäßige Verteilung der rückwirkenden Spannungen infolge des Vertikaldruckes $G + V$ vor. Ebenso giebt die durch die Mitte m von ab in II gezogene Gerade cb, für welche

$$dc = ab = s_b = 6\frac{G + V}{b^2}y$$

gemacht ist, ein Bild von der Verteilung der Biegungsspannungen, so zwar, daß die Ordinaten unterhalb der Achse am Zugspannungen, die Ordinaten oberhalb dm Druckspannungen bedeuten. Die Vereinigung der beiden Diagramme I und II durch Summierung der Ordinaten führt sodann ohne weiteres zu den Figuren III, IV und V, je nachdem

Fig. 19.



$$y \lesseqgtr {}^1/_6\, b$$

ist. Es ist auch leicht zu ersehen, daß in diesen drei Diagrammen der Schwerpunkt i der schraffierten Flächen von der Mitte m den Abstand y hat, wobei vorausgesetzt werden muß, daß man die in V auf entgegengesetzten Seiten der Achse ad liegenden Flächenteile als in entgegengesetzten Richtungen wirkend ansieht. Aus III und IV ist zu erkennen, daß die Elemente der Fuge durch Zugkräfte nicht in Anspruch genommen werden, solange y den Betrag ${}^1/_6\, b$ nicht überschreitet, also solange der Punkt I (Fig. 18) wenigstens um ${}^1/_3\, b$ von der äußeren Kante D zurückbleibt.

3. **Hydraulische Presse.** Die Fig. 20 stellt den Durchschnitt einer hydraulischen Presse vor, deren Wirkung hauptsächlich auf der gleichförmigen Fortpflanzung des Druckes durch Flüssigkeiten beruht. Die Presse besteht aus der vereinigten Saug- und Druckpumpe bb und dem Preßcylinder cc, in welchem sich der Preßkolben mit einer darauf befestigten Preßplatte bewegt. Beim Aufgange des Pumpenkolbens hebt sich das Saugventil der Pumpe und es steigt das Wasser aus dem Behälter bb in die Höhe. Beim Niedergange des Pumpenkolbens schließt sich das Saugventil durch den auf das Wasser ausgeübten Druck, das Druckventil dagegen öffnet sich und es wird das vorher gestiegene Wasser durch die Röhre tt in den Cylinder cc gepreßt; durch den auf den Preßkolben ausgeübten Druck steigt der Preßkolben in die Höhe und ein zwischen der festen Platte e und der Preßplatte nn liegender Körper wird zusammengedrückt.

Der Querschnitt des Pumpenkolbens sei f_1, der des Preßkolbens sei f_2, der auf das Wasser ausgeübte Druck sei P_1, und der auf den Preßkolben

übertragene Druck sei Q, so ist nach § 3, der Fortpflanzung des Druckes durch Flüssigkeiten gemäß,

$$P_1 : Q = f_1 : f_2,$$

oder wenn wir die Durchmesser der Kolben mit d_1 und d_2 bezeichnen:

$$P_1 : Q = d_1^2 : d_2^2.$$

Der hieraus entwickelte Wert von Q fällt zu groß aus, da man das Gewicht des fortzuschaffenden Wassers und die Kolbenreibung nicht berücksichtigt hat. Um die Kolbenreibung in Rechnung zu bringen, nennen wir die wirklich ausgeübten und übertragenen Drucke Π_1 und Π_2, die Reibungen R_1 und R_2, der ausgeübte Druck ist alsdann

$$\Pi_1 = P_1 - R_1,$$

der übertragene Druck

$$\Pi_2 = Q + R_2.$$

Fig. 20.

Zur Bestimmung von R_1 und R_2 seien b_1 und b_2 die Breiten der Liderungskränze bei den Kolben und μ der Reibungskoeffizient.

Die Reibung an den Kolbenliderungen wird durch die Drucke Π_1 und Π_2 hervorgebracht, die wir uns als die Gewichte zweier Wassersäulen vorstellen, deren Grundflächen gleich den Kolbenquerschnitten f_1 und f_2 sind. Wir setzen demnach $\Pi_1 = f_1 h_1 \gamma$ und $\Pi_2 = f_2 h_2 \gamma$. Jedes Flächenelement ε der Kolbenliderung erleidet hiernach den Druck

$\varepsilon h_1 \gamma$ bei dem Druckkolben,

$\varepsilon h_2 \gamma$ bei dem Preßkolben.

Die hieraus entspringenden elementaren Reibungen sind daher $\mu \varepsilon h_1 \gamma$ und $\mu \varepsilon h_2 \gamma$, deren Summe die verlangten Reibungen R_1 und R_2 liefern. Hiernach erhalten wir:

$$R_1 = \mu h_1 \gamma \Sigma \varepsilon = \mu h_1 \gamma . \pi d_1 b_1$$
$$R_2 = \mu h_2 \gamma \Sigma \varepsilon = \mu h_2 \gamma . \pi d_2 b_2.$$

Setzen wir hierin noch

$$h_1 \gamma = \frac{\Pi_1}{f_1} = \frac{\Pi_1}{1/4 \pi d_1^2}$$

und

$$h_2 \gamma = \frac{\Pi_2}{f_2} = \frac{\Pi_2}{1/4 \pi d_2^2},$$

so entsteht:

$$R_1 = 4 \mu \frac{b_1}{d_1} \Pi_1$$

$$R_2 = 4 \mu \frac{b_2}{d_2} \Pi_2.$$

Nach Eintragung dieser Werte in den Gleichungen

$$\Pi_1 = P_1 - R_1 \text{ und } \Pi_2 = Q + R_2$$

ergiebt sich der ausgeübte Druck

$$\Pi_1 = \frac{P_1}{1 + 4 \mu \frac{b_1}{d_1}},$$

der übertragene Druck

$$\Pi_2 = \frac{Q}{1 - 4 \mu \frac{b_2}{d_2}}.$$

Die Drucke Π_1 und Π_2 verhalten sich nun nach dem allgemeinen hydrostatischen Gesetze wie die Kolbenflächen f_1 und f_2, d. h. wie $d_1^2 : d_2^2$. Wir erhalten daher zur Bestimmung von Q die Proportion:

$$\frac{P_1}{1 + 4 \mu \frac{b_1}{d_1}} : \frac{Q}{1 - 4 \mu \frac{b_2}{d_2}} = d_1^2 : d_2^2$$

$$Q = \frac{1 - 4 \mu \frac{b_2}{d_2}}{1 + 4 \mu \frac{b_1}{d_1}} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 P_1.$$

Der Druckkolben wird durch einen einarmigen Hebel in Bewegung gesetzt. Nehmen wir die Länge der Arme gleich l und l_1 und den auf den Hebel ausgeübten Druck gleich P, so ist

$$P_1 l_1 = P l$$

und

$$Q = \frac{1 - 4\mu \frac{b_2}{d_2}}{1 + 4\mu \frac{b_1}{d_1}} \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \frac{l}{l_1} P.$$

Für die gewöhnlichen Anordnungen ist $\mu = 0{,}25$ zu nehmen und die Verhältnisse $\frac{b_2}{d_2}$ und $\frac{b_1}{d_1}$ sind gewöhnlich gleich 0,1 bis 0,2, im Mittel also gleich 0,15. Tragen wir diese Werte ein, so erhalten wir:

$$Q = 0{,}74 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \frac{l}{l_1} P.$$

Aus der Formel ergiebt sich, daß der Durchmesser d_1 des Pumpenkolbens recht klein im Verhältnis zu dem Durchmesser d_2 des Preßkolbens sein muß, wenn man an Kraft bedeutend gewinnen will. Um das durch die praktische Ausführung bedingte Verhältnis von $d_2 : d_1$ zu vergrößern, baut man den Kolben der Pumpe als Differential- oder Röhrenkolben (Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes in Preußen 1838).

Fig. 21.

Die Fig. 21 stellt schematisch die Konstruktion eines Differentialkolbens dar. Der Kolben A hat unten und oben verschiedenen Durchmesser, sodaß nur die Differenz der Kolbenflächen, die Ringfläche $\frac{\pi}{4}(d^2 - \delta^2)$ Druck auf das Wasser ausübt. Der Kasten B dient zur Aufnahme des gesaugten Wassers, C ist das Saug- und D das Druckrohr. Der auf den Preßkolben ausgeübte Druck Q ist für diese Anordnung:

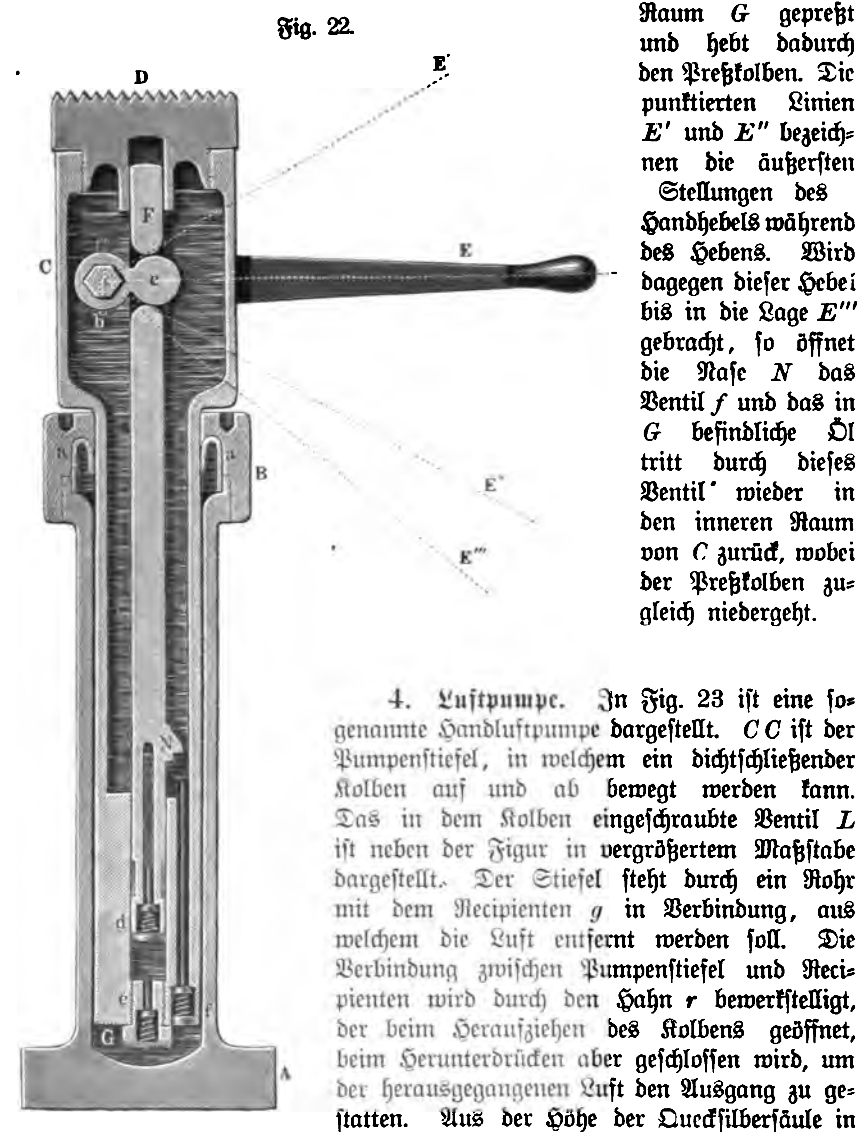
$$Q = 0{,}74 \frac{d_2^2}{d^2 - \delta^2} \frac{l}{l_1} P.$$

Es ist ersichtlich, daß bei dieser Konstruktion die Druckfläche $\frac{\pi}{4}(d^2 - \delta^2)$ sehr klein hergestellt werden kann, ohne gerade den Kolben A zu sehr zu verschwächen.

Das Princip der hydraulischen Pressen hat auch zur Konstruktion von Winden Anwendung gefunden. In Fig. 22 (a. f. S.) ist eine hydraulische Winde im Durchschnitt dargestellt. In dem oberen Teile des Cylinders A sitzt der Lederstulp aa, in welchem sich der Preßkolben C bewegt, welcher mit seinem aufgeschraubten Kopfstücke die zu hebende oder zu senkende Last trägt. Die Welle b wird durch den auf ihr sitzenden Handhebel in Schwingung versetzt und überträgt diese Bewegung mittels des Daumens c auf eine Stange, deren unterer Teil in C als Pumpenkolben wirkt. Bewegt sich der Kolben aufwärts, so öffnet sich das Saugventil d und läßt einen Teil des

in C befindlichen Öles in den Raum zwischen d und e treten. Dieselbe Menge wird beim Niederpumpen durch das Ventil e in den unteren Raum G gepreßt und hebt dadurch den Preßkolben. Die punktierten Linien E' und E'' bezeichnen die äußersten Stellungen des Handhebels während des Hebens. Wird dagegen dieser Hebel bis in die Lage E''' gebracht, so öffnet die Nase N das Ventil f und das in G befindliche Öl tritt durch dieses Ventil wieder in den inneren Raum von C zurück, wobei der Preßkolben zugleich niedergeht.

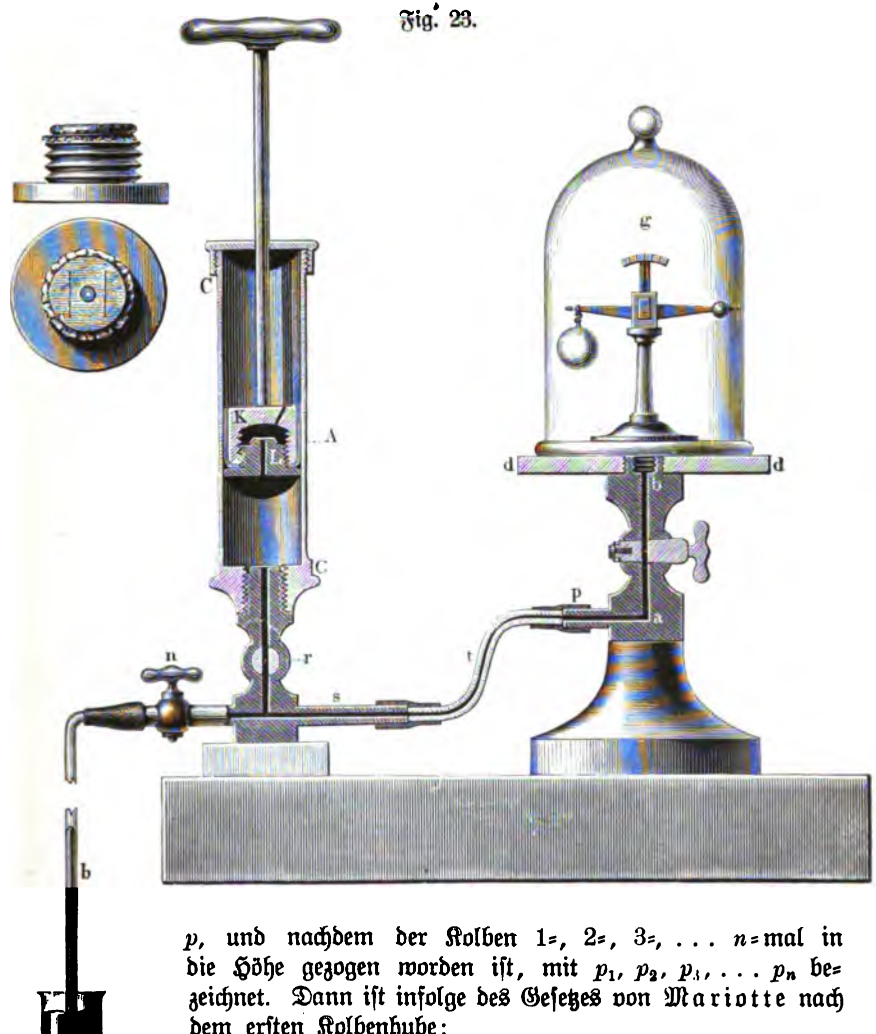
Fig. 22.



4. Luftpumpe. In Fig. 23 ist eine sogenannte Handluftpumpe dargestellt. CC ist der Pumpenstiefel, in welchem ein dichtschließender Kolben auf und ab bewegt werden kann. Das in dem Kolben eingeschraubte Ventil L ist neben der Figur in vergrößertem Maßstabe dargestellt. Der Stiefel steht durch ein Rohr mit dem Recipienten g in Verbindung, aus welchem die Luft entfernt werden soll. Die Verbindung zwischen Pumpenstiefel und Recipienten wird durch den Hahn r bewerkstelligt, der beim Heraufziehen des Kolbens geöffnet, beim Herunterdrücken aber geschlossen wird, um der herausgegangenen Luft den Ausgang zu gestatten. Aus der Höhe der Quecksilbersäule in dem Rohre b, das mittels des Hahnes n mit dem Recipienten g in Verbindung gesetzt werden kann, läßt sich die Dichtigkeit der Luft im Recipienten berechnen. Wäre es möglich, in dem Recipienten einen luftleeren Raum herzustellen, so würde die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule gleich der Barometerhöhe = 760 mm sein müssen. Es sei A der Inhalt des Pumpenstiefels, B der Inhalt des Recipienten mit der Verbindungsröhre und C der Raum

zwischen dem Hahne r und dem tiefsten Kolbenstande, der sogenannte schädliche Raum. Ferner werde die Pressung der Luft in dem Recipienten mit

Fig. 23.



p, und nachdem der Kolben 1-, 2-, 3-, ... n-mal in die Höhe gezogen worden ist, mit $p_1, p_2, p_3, \ldots p_n$ bezeichnet. Dann ist infolge des Gesetzes von Mariotte nach dem ersten Kolbenhube:

$$(B + C)p = (A + B + C)p_1 = Vp_1,$$

wenn wir zur Abkürzung $A + B + C = V$ setzen. Beim Rückgange des Kolbens blieb der schädliche Raum C mit Luft von der Pressung p gefüllt, daher ist für das Ende des zweiten Kolbenhubes $Vp_2 = Bp_1 + Cp$ und ebenso für das Ende des dritten Hubes $Vp_3 = Bp_2 + Cp$ u. s. w. Hieraus ergiebt sich:

$$p_1 = \frac{B + C}{V} p = \frac{B}{V}p + \frac{C}{V}p,$$

$$p_2 = \frac{Bp_1 + Cp}{V} = \left(\frac{B}{V}\right)^2 p + \frac{BC}{V^2} p + \frac{C}{V} p,$$

$$= \left(\frac{B}{V}\right)^2 p + \left(\frac{B}{V} + 1\right)\frac{C}{V} p,$$

$$p_3 = \frac{Bp_2 + Cp}{V} = \left(\frac{B}{V}\right)^3 p + \left[\left(\frac{B}{V}\right)^2 + \frac{B}{V} + 1\right]\frac{C}{V} p,$$

u. s. w. bis

$$p_n = \left(\frac{B}{V}\right)^n p + \left[\left(\frac{B}{V}\right)^{n-1} + \left(\frac{B}{V}\right)^{n-2} + \cdots + 1\right]\frac{C}{V} p.$$

Setzen wir noch zur Abkürzung $\frac{B}{V} = q$ und $\frac{C}{V} = q_1$, so ist:

1) $$p_n = q^n p + \frac{1 - q^n}{1 - q} q_1 p,$$

und wenn wir von dem schädlichen Raume absehen, also C, und damit auch $q_1 = 0$ setzen, so ist:

2) $$p_n = q^n p = \left(\frac{B}{A + B}\right)^n p.$$

Nehmen wir n sehr groß, setzen also $q^n = 0$, so ist im ersten Falle die Minimalpressung $= \frac{q_1}{1 - q} p = \frac{C}{A + C} p$ und im zweiten Falle wird dieselbe zu Null.

Die Kraft P, welche bei der Pressung p_n der Luft angewendet werden muß, um den Kolben in die Höhe zu ziehen, ist, wenn man den Kolbeninhalt mit F bezeichnet,

$$P = F(10\,334 - p_n) = 10\,334\,(1 - q^n)\,F.$$

Wird der in der letzten Figur angegebene Hahn r beim Aufziehen des Kolbens geschlossen, dagegen beim Niederdrücken geöffnet, so läßt sich der Apparat auch als Verdichtungspumpe benutzen. Bei Annahme eines schädlichen Raumes C, für $\frac{B}{B + C} = q_2$ und $\frac{A + C}{B + C} = q_3$ ist:

$$p_n = q_2^n p + \frac{1 - q_2^n}{1 - q_2} q_3 p.$$

Für $C = 0$ folgt daraus:

$$p_n = p + n q_3 p = p \frac{nA + B}{B}.$$

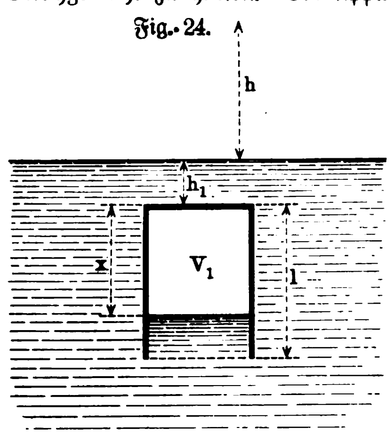
Die bei dieser Pressung zum Niederdrücken notwendige Kraft ist:

$$P = 10\,334\left(\frac{nA + B}{B} - 1\right)F.$$

Eine Anwendung dieser Verdichtungspumpen im großen Maßstabe bilden die Gebläse, die in einem späteren Kapitel besprochen werden sollen.

5. Taucherglocke. Wenn ein Gefäß mit seiner Öffnung auf einem Wasserspiegel steht und in senkrechter Richtung nach unten gedrückt wird, so erleidet die in dem Gefäße befindliche Luft eine Verdichtung. Das Wasser kann auch bei der größten Tiefe das Gefäß nicht vollständig anfüllen, sondern muß der verdichteten Luft immer noch den nötigen Raum gestatten. Soll bei dem Herunterbewegen des Gefäßes gar kein Wasser eintreten, so muß die darin befindliche Luft entsprechend verdichtet werden, um der Wassersäule und dem Atmosphärendrucke das Gleichgewicht zu halten. Der Apparat, mit einer Vorrichtung zum Verdichten der Luft versehen, heißt Taucherglocke. Um einem Menschen in dem mit Luft angefüllten Raume den Aufenthalt zu gestatten, muß auch die durch das Athmen unbrauchbar gewordene Luft durch eine Luftpumpe weggeschafft werden. Die beiden Pumpen sind oberhalb des Wassers aufgestellt und stehen mit der Taucherglocke durch biegsame Schläuche in Verbindung.

Fig. 24.



Es sei V (Fig. 24) der Inhalt der Glocke und h die Höhe einer Wassersäule, welche dem Drucke der Atmosphäre im natürlichen Zustande entspricht. Die obere Fläche des Gefäßes befinde sich um h_1 tiefer als der natürliche Wasserspiegel, x sei die senkrechte Entfernung der oberen Fläche von dem Wasserspiegel im Gefäße, und V_1 sei der Inhalt des mit Luft angefüllten Raumes. Nach dem Gesetze von Mariotte haben wir für diese Voraussetzungen:

$$h : h + h_1 + x = V_1 : V.$$

Die Glocke sei ein prismatisches Gefäß von der Länge l, so ist

$$V = lf \text{ und } V_1 = xf,$$

unter f den Querschnitt verstanden, daher:

$$V_1 : V = x : l,$$

und wir erhalten nach Einsetzung dieses Wertes die Höhe x des mit Luft erfüllten Raumes aus

$$h : h + h_1 + x = x : l,$$

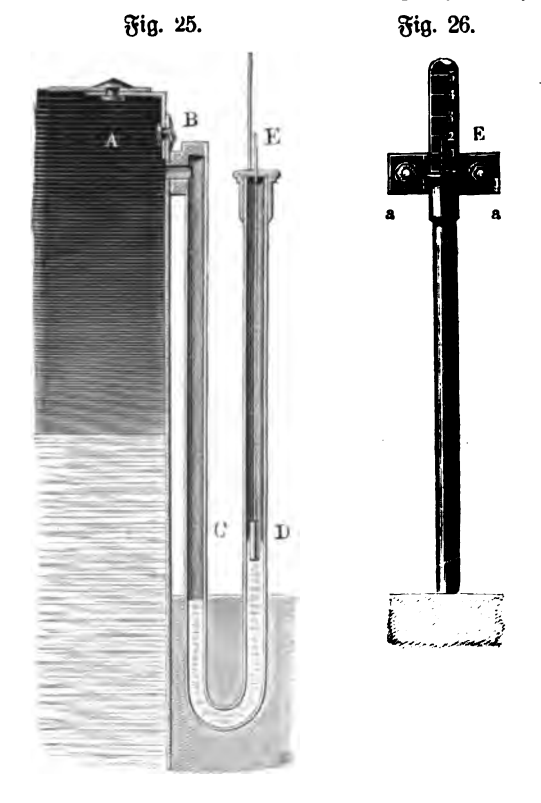
$$l h = x(h + h_1) + x^2,$$

$$x = -\frac{h + h_1}{2} + \sqrt{\left(\frac{h + h_1}{2}\right)^2 + l h}.$$

6. Manometer. Die Spannung der verdünnten und verdichteten Luft sowie die der übrigen Luftarten (Wasserdampf) wird durch Manometer angegeben, und zwar unterscheidet man Quecksilbermanometer und Metallmanometer. Die Quecksilbermanometer zerfallen ihrer Konstruktion nach in offene und geschlossene.

Die einfachste Art eines offenen Manometers wäre die nach Fig. 25 und 26. Dieses Manometer wurde früher bei Dampfmaschinen angewendet, wenn der Dampf eine Spannung von höchstens 2 atm hatte. Eine aus Eisen bestehende heberförmig gebogene Röhre von überall gleichem Querschnitt steht bei B mit dem Dampfraum in Verbindung, während das andere Ende in die freie Luft mündet. Der untere Teil des Rohres ist mit Quecksilber gefüllt, das in beiden Schenkeln auf gleicher Höhe steht, solange der Dampf die Spannung von 1 atm hat. Nimmt die Spannkraft des Dampfes zu, so fällt das Quecksilber in dem Schenkel B, steigt dagegen um ebensoviel in der Röhre DE. Auf dem Quecksilberspiegel in DE liegt ein eiserner Schwimmer, der an einem cylindrischen Drahte befestigt ist, mit Hülfe dessen man an einer bei E angebrachten Skala den Überdruck des Dampfes ablesen kann. Fällt das Quecksilber in dem Schenkel B um x cm, so steigt es in dem Schenkel DE ebenfalls um x cm und der Endpunkt des Drahtes ist an der Skala ebenfalls um x cm gestiegen. Die Niveaudifferenz beträgt daher $2x$ cm. Dem Drucke von 1 atm oder von 10 334 kg pro Quadratmeter entspricht eine Quecksilbersäule von 76 cm. Es läßt sich hiernach leicht die Entfernung der Teilstriche an der Skala bestimmen, sodaß jeder derselben, wie es in der Figur angegeben ist, einem Überdrucke von 0,1 atm entspricht. Nennen wir diese Entfernung x, so entspricht also die Entfernung $2x$ einem Drucke von 0,1 atm, d. h. dem Drucke einer Quecksilbersäule von 7,6 cm. Demnach ist

Fig. 25. Fig. 26.



$$2x = 7{,}6 \text{ cm},$$
$$x = 3{,}8 \text{ cm}.$$

Auf der Skala der Figur finden sich daher die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 Zehntel Atmosphären Überdruck, in einer Entfernung von 3,8 cm, 7,6 cm, 11,4 cm, 15,2 cm, 19,0 cm von dem Nullpunkte der Skala, der sich bestimmen läßt,

sobald die Spannung des Dampfes im Kessel mit der der atmosphärischen Luft übereinstimmt, sobald also das Quecksilber in beiden Schenkeln der Röhre auf gleicher Höhe steht. Würde die Röhre DE gehörig verlängert, so ließe sich dies beschriebene Manometer auch für höhere Drucke anwenden. In diesem Falle befestigt man den Schwimmer an einem seidenen Faden, der über eine feste Rolle geführt wird, und an seinem anderen Ende mit einem Zeiger versehen ist, durch den man an der angebrachten Skala den Überdruck des Dampfes in Atmosphären ablesen kann. Soll die Skala in dem zuletzt beschriebenen Manometer die vollständige Spannung des Dampfes anzeigen, so muß sie anstatt mit 0, mit 1 anfangen, da dem gleichen Stande des Quecksilbers in beiden Röhren schon eine Dampfspannung von 1 atm entspricht. Außer diesen Hebermanometern benutzt man noch Gefäßmanometer (Fig. 27 und 28). Diese Manometer bestehen aus einer an beiden Enden offenen schmiedeeisernen Röhre mm, welche durch den Deckel des Gefäßes g dampfdicht hindurchgeht und fast bis auf den Boden desselben reicht. Das Gefäß ist mit Quecksilber gefüllt und steht durch das Rohr r, welches in dem oberen Deckel befestigt ist, mit dem Dampfraum in Verbindung. Solange die Dampfspannung gleich der der äußeren Luft ist, steht das Quecksilber in dem Gefäße g und der Röhre mm gleich hoch.

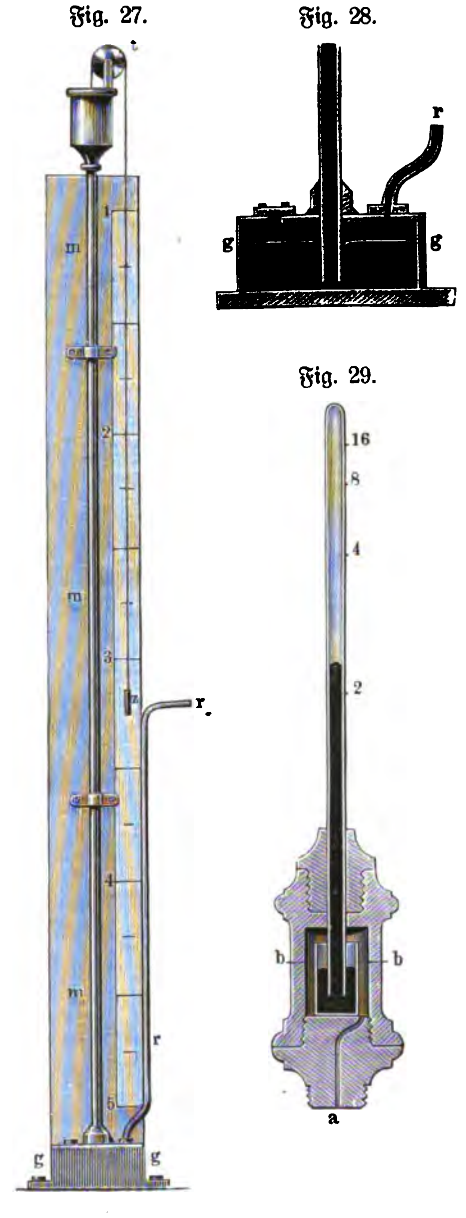


Fig. 27. Fig. 28. Fig. 29.

Sobald der Dampf dagegen Überdruck besitzt, wird das Quecksilber in der Röhre m steigen, und zwar wird es sich für jede Atmosphäre um 76 cm erheben. Die Entfernung der Teilstriche an der Skala wird daher für die-

selbe Gewichtseinheit noch einmal so groß sein, als bei einem Hebermanometer.

Ein geschlossenes Luftmanometer (Fig. 29, a. v. S.) besteht aus einem metallenen Gehäuse, in welchem sich ein Gefäß mit Quecksilber befindet. Eine genau kalibrierte, oben geschlossene Röhre wird von oben in das Quecksilber gesteckt und in senkrechter Lage darin befestigt. Solange die auf die Quecksilberoberfläche des Gefäßes einwirkende Luft die Spannung von 1 atm hat, wird ihr durch die in der Röhre befindliche Luft das Gleichgewicht gehalten; in dem Gefäße und in der Röhre steht daher das Quecksilber für diesen normalen Zustand auf derselben Höhe bb. Durch den Kanal a tritt der Dampf in das Gehäuse, und bei einer größeren Spannung desselben wird das Quecksilber aus dem Gefäße in die Röhre getrieben, wodurch die hierin befindliche Luft zusammengedrückt wird.

Die Zusammendrückung folgt nicht vollständig dem Mariotteschen Gesetze, da das aufsteigende Quecksilber vermöge seines Gewichtes einen Teil des Dampfdruckes aufhebt. Hiernach wäre auch die Einteilung der Skala bei diesen Manometern auf Grund des Mariotteschen Gesetzes falsch. Um die richtige Einteilung zu bestimmen, nehmen wir an, daß die Höhe des Quecksilberspiegels in dem Gefäße sich nicht ändere, wenn auch dasselbe in der Röhre in die Höhe steigt, was umsomehr zulässig ist, da der Unterschied der Querschnitte des Gefäßes und der Röhre gewöhnlich bedeutend ist. Es sei l die innere Länge der Glasröhre, x die Steighöhe des Quecksilbers, beide von dem Quecksilberspiegel bb aus gemessen, und a der Überdruck des Dampfes in Atmosphären. Der auf das Quecksilber bei bb von dem Dampfe pro Quadratmeter ausgeübte Druck ist gleich

$$(a + 1)\, 13{,}6 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}760.$$

Diesem Drucke wird durch die x m hohe Quecksilbersäule und durch die Spannung S der zusammengedrückten Luft das Gleichgewicht gehalten. Wir haben deshalb:

$$(a + 1)\, 13{,}6 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}760 = x \,.\, 13{,}6 \,.\, 1000 + S,$$

d. h.:

$$S = 13{,}6 \,.\, 1000\, \{0{,}760\,(a + 1) - x\}.$$

Hat die in der Röhre befindliche Luft die Spannung von 1 atm, so ist die vom Quecksilber freie Höhe der Röhre $= l$, für die Spannung S ist die freie Höhe $= l - x$. Nach dem Gesetze von Mariotte ist aber:

$$(l - x) \,.\, S = l \,.\, 13{,}6 \,.\, 1000 \,.\, 0{,}760,$$

und mit Benutzung des Wertes von S

$$(l - x)\,\{0{,}760\,(a + 1) - x\} = l \,.\, 0{,}760,$$

d. h.:

$$x = \frac{l + 0{,}760\,(a + 1)}{2} - \sqrt{\left(\frac{l + 0{,}760\,(a + 1)}{2}\right)^2 - 0{,}760\, l\, a}.$$

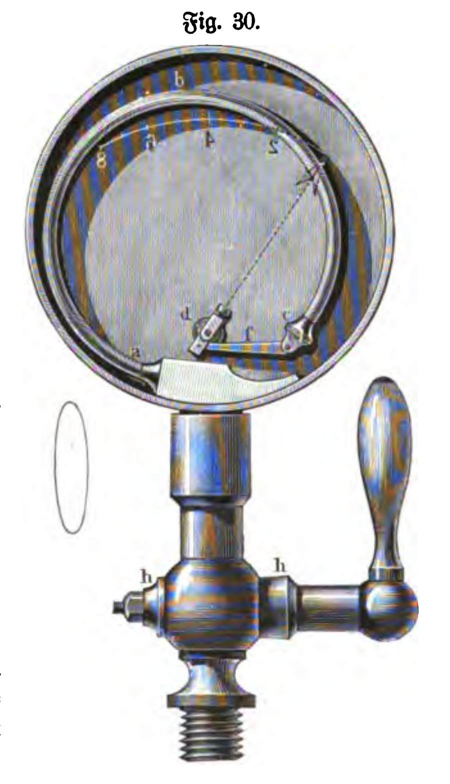
Es ist für die Genauigkeit der Angabe gut, die Länge l der Röhre recht groß zu nehmen. Für gewöhnlich ist $l = 0{,}38$ m. Für diesen speciellen Wert findet sich:

$$x = 0{,}38\,\{1{,}5 + a - \sqrt{(1{,}5 + a)^2 - 2\,a}\}.$$

Überdruck des Dampfes in Atmosphären a	Steighöhe des Quecksilbers x m	Entfernung zweier Teilstriche pro Atmosphäre in Millimetern
0	0	
1	0,1672	167,2
2	0,2394	72,2
3	0,2774	38,0
4	0,2964	19,0
5	0,3116	15,2
6	0,3230	11,4

Dieses einfache und bequeme Manometer hat verschiedene Übelstände. Die Entfernung der Teilstriche wird, je stärker der Dampfdruck ist, immer kleiner, was für die praktische Brauchbarkeit um so nachteiliger ist, je kürzer die Röhre genommen wird. Wollte man bei einem geschlossenen Manometer für gleiche Druckzunahme eine gleiche Steighöhe haben, so wäre die cylindrische Röhre durch eine sich nach oben verjüngende zu ersetzen, die in eine Kugel ausläuft. Ein solches Instrument heißt ein hyperbolisches Manometer, da der Meridianschnitt der Glasröhre eine Hyperbel ist.

Fig. 30.



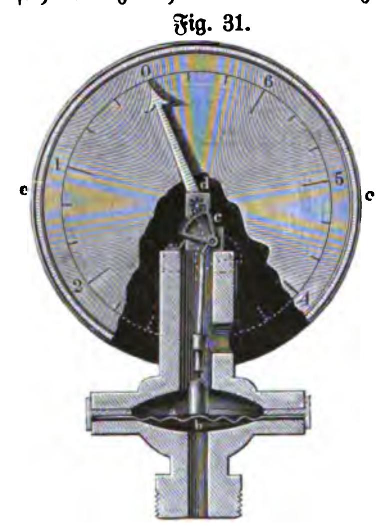
Anderseits wird ein geschlossenes Manometer nach und nach dadurch ungenau, daß der Sauerstoff der komprimierten Luft das Quecksilber oxydiert, wodurch sich das Volumen der Luft ändert. Ferner wird die Glasröhre mit der Zeit blind, sodaß ein Erkennen des Quecksilberstandes fast unmöglich ist.

Metallmanometer. Die Quecksilbermanometer haben durchweg den Übelstand, daß sie unhandlich sind, ganz abgesehen von der Zerbrechlichkeit bei solchen mit Glasröhren. Sie sind ferner ganz unbrauchbar bei Lokomotiven und bei denjenigen Maschinen, wo starke Erschütterungen das Quecksilberniveau in jedem Momente ändern, sie sind deshalb aus dem Gebrauche ziemlich verschwunden, seit man es versteht, Metallmanometer von vorzüglicher Beschaffenheit herzustellen, welche weit bequemer und billiger sind als die Queck-

silbermanometer. Quecksilbermanometer dienen heutzutage fast nur noch zur Prüfung der Metallmanometer, bezw. zur Aichung bei der Anfertigung neuer Instrumente.

Bei den Metallmanometern kann man zwei verschiedene Konstruktionen unterscheiden: Fig. 30 (a. v. S.) zeigt ein Manometer, dessen wesentlicher Bestandteil ein bogenförmig gekrümmtes elastisches Metallrohr ist, welches sich mit zunehmendem Drucke zu strecken sucht und dabei einen Zeiger über eine Skala hinschiebt. Der Querschnitt des gekrümmten Rohres ist ellipsenförmig, wie die links von der Abbildung befindliche Kurve anzeigt. Derartige Manometer nennt man Röhrenfedermanometer.

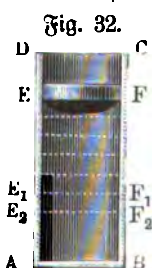
Fig. 31.



Eine zweite Gattung der Metallmanometer sind die sogen. Plattenfedermanometer, deren Konstruktion Fig. 31 zeigt. Eine gewellte Stahlplatte b ist zwischen zwei Flanschen eingeklemmt. Der unterhalb b zutretende Dampf biegt die Platte je nach seiner Spannung mehr oder weniger durch, und die Bewegung wird durch ein in der Figur deutlich sichtbares Hebelwerk auf einen Zeiger übertragen, der auf einem Zifferblatt die zugehörige Spannung anzeigt.

7. Größe der Arbeitsleistung bei isothermischer Zustandsänderung. In dem nebenstehenden Cylinder $ABCD$ (Fig. 32) befinde sich eine elastische Flüssigkeit, z. B. Luft, die durch den beweglichen Kolben EF abgesperrt ist. Es soll die Arbeitsgröße berechnet werden, welche das Zusammendrücken der Flüssigkeit bis auf den Raum AE_2F_2B bewirken kann, wenn die Temperatur dabei konstant bleibt. Die anfängliche Spannung in der Flüssigkeit sei q, EA sei $= s_0$, die Spannung, welche entsteht, sobald der Kolben in die Lage E_2F_2 gekommen ist, nennen wir p, und die dieser Spannung entsprechende Flüssigkeitshöhe AE_2 sei $= s$. Während der Kolben zwei aufeinander folgende Lagen erreicht, also den Weg $s_{r-1} - s_r$ zurücklegt, kann man die gerade stattfindende Spannung p_r konstant denken. Nach dem Gesetz von Mariotte haben wir für diese Annahmen, wenn wir noch den Kolbenquerschnitt mit F bezeichnen,

Fig. 32.



$$Fs_0 q = Fsp = Fs_r p_r,$$

oder wenn wir das Anfangsvolumen Fs_0 der Luft durch V, das Endvolumen Fs mit V_1 wiedergeben,

$$Vq = V_1 p = Fs_r p_r.$$

Die von der elastischen Flüssigkeit entwickelte, also auch die von der Kraft zu verrichtende Arbeit L_r, wenn der Kolben den Weg $s_{r-1} - s_r$ durchläuft, ist

$$L_r = F p_r (s_{r-1} - s_r) = F s_0 q \frac{s_{r-1} - s_r}{s_r} = V q \frac{s_{r-1} - s_r}{s_r}.$$

Hieraus folgt $s_{r-1} = s_r \left(1 + \frac{L_r}{Vq}\right)$, wofür wir der bequemen Bezeichnung wegen schreiben wollen

$$s_{r-1} = s_r (1 + l_r).$$

Ähnliche Gleichungen können wir von $s_{r-1} = s_0$ bis $s_r = s$ aufstellen, wobei sich die betreffenden Werte l_r von l_0 bis l_{r-1} ändern. Die auf diese Weise gebildeten Gleichungen

$$s_0 = s_1 (1 + l_0);\; s_1 = s_2 (1 + l_1);\; s_2 = s_3 (1 + l_2) \text{ u. s. w. bis } s_{r-1} = s (1 + l_{r-1})$$

multipliziere man miteinander, so entsteht, wenn wir $l_1 = l_2 = l_3 = \cdots l_{r-1} = l$ setzen,

$$s_0 = s (1 + l)^r = s \left(1 + \frac{L_r}{Vq}\right)^r.$$

Bezeichnen wir die ganze Arbeit, welche geleistet werden muß, um die Luft bis auf den Raum $A E_2 F_2 B$ zusammenzudrücken, mit L, und versteht man unter r eine bis ins Unendliche wachsende Zahl, so ist $L_r = \frac{L}{r}$ und deshalb

$$s_0 = s \left(1 + \frac{L : Vq}{r}\right)^r.$$

Der Grenzwert der Potenz ist aber für eine bis ins Unendliche wachsende Zahl r gleich

$$e^{\frac{L}{Vq}},$$

unter e die Basis der natürlichen Logarithmen verstanden, daher erhalten wir aus der letzten Gleichung

$$s_0 = s \,.\, e^{\frac{L}{Vq}},$$

und die gesuchte Arbeit ist demnach

$$L = Vq \ln \frac{s_0}{s} = Vq \ln \frac{V}{V_1} = Vq \ln \frac{p}{q}.$$

In gleicher Weise findet sich die Arbeit L, welche die elastische Flüssigkeit verrichtet, wenn sie sich von der größeren Spannung p und dem Volumen V_1 auf die geringere Spannung q mit dem Volumen V ausdehnt:

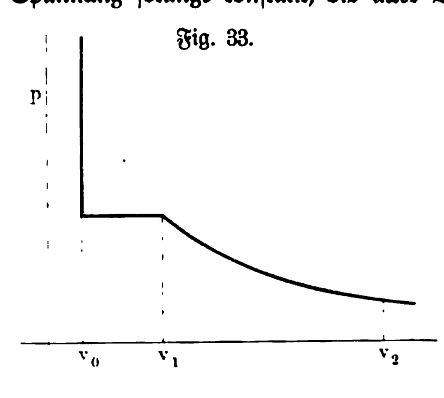
$$L = V_1 p \ln \frac{p}{q} = Vq \ln \frac{p}{q}.$$

Da wir die Temperatur konstant angenommen haben, so ist im ersten Falle der Luft die Wärmemenge $Q = AL$ zu entziehen, im zweiten Falle dagegen bei der Ausdehnung der Luft ist derselben die gleiche Wärmemenge $Q = AL$ zuzuführen. Findet dagegen weder Wärmezuführung noch Ableitung statt, so folgt die elastische Flüssigkeit nicht dem Gesetze von Mariotte, sondern dem von Poisson (§ 15).

8. Isothermen der Dämpfe. Kritische Temperatur. Bei der Besprechung des Gesetzes von Mariotte war erwähnt worden, daß dasselbe nur gültig ist für Gase und ungesättigte oder überhitzte Dämpfe. Für diese elastischen Flüssigkeiten allein gilt also die Beziehung $pv = const.$ bei gleicher Temperatur. Die Kurve, welche diese Zustandsänderung veranschaulicht, nannten wir Isotherme. Die Beziehung $pv = const.$ hört nun sofort auf, gültig zu sein, sowie der ungesättigte oder überhitzte Dampf z. B. durch Kompression in den gesättigten Zustand übergeführt wird. Man kann zwar auch dann noch allgemein von Isothermen sprechen, dieselben haben jedoch dann eine wesentlich andere Gestalt als die Isothermen von der Form $pv = const.$

Denken wir uns z. B. überhitzten Wasserdampf von der Temperatur 180°. Derselbe befolgt als solcher zunächst das Gesetz von Mariotte, d. h. wenn wir dafür sorgen, daß die Temperatur konstant bleibt, so bewirkt eine Verminderung des Volumens eine Erhöhung der Spannung. Dies dauert solange fort, bis die Spannung auf 10 atm angewachsen ist. Dampf von 180° befindet sich nämlich, wie die Tabelle auf S. 32 lehrt, bei 10 atm in gesättigtem Zustande, und, wie früher gezeigt, bleibt dann bei weiterer Kompression die Spannung solange konstant, bis aller Dampf zu Wasser verdichtet ist. Wird die Volumenverminderung noch weiter geführt, so wächst die Spannung fast augenblicklich sehr stark, da Wasser so gut wie unzusammendrückbar ist. Die ganze oben besprochene Zustandsänderung läßt sich also durch nebenstehende Kurve (Fig. 33) veranschaulichen, welche dadurch erhalten wurde, daß für jedes Volumen v die zugehörige Spannung p in einem rechtwinkligen Koordinatensystem aufgetragen wurde. Da die Temperatur nach unserer Voraussetzung konstant geblieben ist, müssen wir die Kurve ebenfalls eine Isotherme nennen. Bei der Verminderung des Volumens von v_2 bis v_1 (überhitzter Dampf) haben wir eine Zustandsänderung von der Form $pv = const.$ Dann beginnt die Verflüssigung, die von v_1 bis v_0 dauert; wir haben die Beziehung $p = const.$, und von v_0 an gilt schließlich die Beziehung $v = const.$

Fig. 33.



Was von dem Wasserdampf gilt, gilt auch für die Dämpfe anderer Flüssigkeiten und unter gewissen Bedingungen auch für die Gase. Denken wir uns z. B. Kohlensäure im gasförmigen Zustande und zwar etwa bei der konstanten Temperatur von 60°. In diesem Zustande befolgt die Kohlensäure genau das Gesetz von Mariotte $pv = const.$ Ganz anders wird nun aber das Verhalten der Kohlensäure in gasförmigem Zustande, wenn wir etwa eine konstante Temperatur von 20° annehmen. Hier tritt genau dasselbe ein wie bei der oben besprochenen Zustandsänderung von überhitztem Wasserdampfe. In einem gewissen Augenblicke nämlich hört plötzlich die Beziehung $pv = const.$ auf, gültig zu sein, und wenn das ganze Gas verflüchtigt ist, dann steigt

wegen der geringen Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit p sehr rasch, fast senkrecht an.

Während also bei der konstanten Temperatur von 60° kein noch so hoher Druck eine Verflüssigung des Kohlensäuregases hervorzubringen imstande war, ist das bei 20° sehr wohl der Fall. Je höher wir nun aber von 20° aus die Temperatur steigen lassen, um so später und unter um so höherem Drucke wird die Verflüssigung stattfinden, und es wird schließlich zwischen 20 und 60° eine Temperatur geben, für welche der mittlere Teil der Kurve $p = const.$ eben fortgefallen ist, bei welcher also eine Verflüssigung bei keinem noch so bedeutenden Drucke mehr möglich ist. Diese Temperatur (bei Kohlensäuregas 32°) heißt die kritische Temperatur, der entsprechende Druck der kritische Druck; der Zustand, in welchem sich das betreffende Gas in diesem Augenblicke befindet, der kritische Zustand oder der Cagniard de la Toursche Zustand.

Fig. 34.

Die nebenstehende Fig. 34 zeigt eine Reihe solcher Zustandsänderungen bei verschiedenen Temperaturen, etwa für Kohlensäuregas. Wir denken uns das Gas in einem Glascylinder ab bei verschiedenen konstanten Temperaturen komprimiert und für die einzelnen Kolbenstellungen bei verschiedenen Temperaturen die zugehörigen Spannungen als senkrechte Ordinaten aufgetragen. Die stark gezeichneten Kurven sind dann die Isothermen für verschiedene Temperaturen. Die horizontalen Strecken der Kurve entsprechen dem Zustande $p = const.$, d. h. der Verflüssigung. Man sieht, je höher die Temperatur steigt, um so später tritt bei der Kompression der Zustand $p = const.$ ein, bis bei der Isotherme d, bei der Kolbenstellung c und bei dem Drucke cd der kritische Zustand erreicht ist. Je weiter sich dann die Temperaturen von der kritischen Temperatur entfernen, um so mehr nähert sich das Gas in seinem Verhalten dem Gesetze von Mariotte, sodaß hieraus folgt, daß das Gesetz von Mariotte nicht ohne weiteres für jedes Gas, in jedem Zustande, anwendbar ist. Die folgende kleine Tabelle enthält für einige Gase die kritische Temperatur und den kritischen Druck:

	kritische Temperatur	kritischer Druck
Wasserdampf	365°	196 atm
Ammoniak	130°	140 „
Kohlensäure	32°	75 „
Sauerstoff	—118°	48 „
Wasserstoff	—174°	99 „
Stickstoff	—145°	42 „

Wie die Tabelle zeigt, ist also z. B. eine Verflüssigung des Wasserstoffs überhaupt nur möglich bei Temperaturen unter -174^0. Kohlensäure läßt sich verhältnismäßig leicht verflüssigen, ihre Temperatur darf aber nicht über 32^0 steigen.

9. Größe der Arbeitsleistung bei adiabatischer Zustandsänderung. 1 kg Luft braucht bei konstantem Volumen für jeden Grad Temperaturerhöhung $c_v = 0,16844$ Wärmeeinheiten, welche einer Leistung von $c_v \cdot \frac{1}{A}$ mkg entsprechen. Dies ist die Größe der im Innern der Luft angehäuften Arbeit, der sogenannten Schwingungsarbeit, welche wir uns als lebendige Kraft der schwingenden Moleküle vorstellen. Da nun die Spannung der Luft bei konstantem Volumen mit der Temperatur in gleichem Verhältnis wächst, und besonders für jeden Grad Erwärmung die Spannung und dadurch auch die zu verrichtende Arbeit um $\frac{1}{273}$ derjenigen bei 0^0 wächst, und bei Temperaturen unter 0^0 ebenso um $\frac{1}{273}$ abnimmt, so ist diese Spannung, bezw. die in der Luft enthaltene Arbeit für $t = -273$ gleich Null, und es sind die für die Wärme auszuführenden Rechnungen bei diesem absoluten Nullpunkte der Temperatur zu beginnen. Hat hiernach eine Luftmasse die Temperatur t, so ist die in derselben enthaltene Schwingungsarbeit $= c_v \cdot \frac{1}{A}(273 + t)$ oder $= c_v \frac{T}{A}$. Für eine andere Temperatur t_1 ist in gleicher Weise diese Schwingungsarbeit $= c_v \cdot \frac{1}{A}(273 + t_1) = c_v \frac{T_1}{A}$. Hat sich nun die Luft arbeitsverrichtend ausgedehnt, ohne daß Wärme zugeführt wurde, so ist $T_1 < T$ und die verloren gegangene Schwingungsarbeit ist zugleich die von der Luft verrichtete äußere Arbeit

$$L = \frac{c_v}{A}(T - T_1).$$

Wurde dagegen die Luft zusammengedrückt, so ist $T_1 > T$ und der letztere Ausdruck wird negativ, wodurch angedeutet, daß diese Arbeit von der Luft aufgenommen worden ist. Die Wärmemenge Q, welche im ersten Falle verschwunden, im letzteren Falle dagegen frei geworden ist, ist wieder $Q = AL$.

10. Luftthermometer zum Messen hoher Temperaturen. Das von Schinz vorgeschlagene Luftthermometer (Fig. 35) wird benutzt, um mit Hülfe der Formel 11 hohe Temperaturen zu berechnen. Das Instrument besteht aus dem Gefäße A mit der daran befindlichen Röhre BC. Für Temperaturen, die die Glühhitze noch nicht erreichen, kann das Gefäß aus Glas, für sehr hohe Temperaturen muß es dagegen aus Platin hergestellt werden. Bei C wird eine Glasröhre CDE fest eingekittet und der ganze Apparat ist, wie es die Figur anzeigt, an einem Gestell befestigt. Ein im Gestell verschieb-

barer Teil FG trägt die oben becherartig erweiterte, 0,0065 m weite Glasröhre H, die beim Heraufschieben die Röhre CDE umschließt. Ehe mit dem Apparate gearbeitet werden kann, muß der Inhalt des Gefäßes A, der Röhren BC, CD und DE ganz genau bestimmt werden. Zu dem Ende füllt man z. B. bei 15° C. das Gefäß A und die Röhren BC und CD vollständig mit Quecksilber, das 2,9 kg wiegen mag. Nehmen wir die specifische Gewichtszahl des Quecksilbers bei 15° C. = 13,6, so wiegt 1 cbm Quecksilber 13600 kg.

Fig. 35.

Auf 2,9 kg Quecksilbergewicht kommen deshalb

$$\frac{2,9}{13600} = 0,0002132 \text{ cbm},$$

was also den Inhalt des Gefäßes A mit den Röhren BC und CD ausmacht. In gleicher Weise fülle man die Röhre DE mit Quecksilber, welches 0,1 kg wiegen mag, was einem Inhalte der Röhre DE von 13600 = 0,000007352 cbm entspricht. Hiernach verhält sich der Raum der Röhre DE zu dem Raume des Gefäßes A mit den Röhren BC und CD wie 30 zu 870, und das Volumen der Röhre DE ist von dem des ganzen Apparates $\frac{30}{900}$.

Teilen wir daher die Länge der Röhre DE an dem Gestell in 300 gleiche Teile, so ist die Entfernung zweier Teilstriche $= \frac{1}{9000}$ von dem Inhalte des ganzen Apparates. Um das Instrument nun zu Temperaturbestimmungen zu benutzen, wird es mit einer solchen Skala versehen, und dafür gesorgt, daß der ganze Apparat mit trockener Luft angefüllt ist. Der Zutritt der äußeren Luft in den Apparat wird durch Quecksilber gesperrt, das sich in der verschiebbaren Röhre H befindet. Soll mit dem Apparate gearbeitet werden, so wird das Instrument, in der angegebenen Weise vorbereitet, in den Raum gebracht, wo die Temperatur gemessen werden soll, und nun die Röhre H vom Instrumente weggezogen. Die Wärme dehnt die im Apparate enthaltene Luft aus, weshalb ein Teil derselben entweichen muß. Um die Größe der im Apparate fehlenden Luftmenge zu finden, nachdem der Apparat die in dem Raume vorhandene und zu bestimmende Temperatur t angenommen, nehme man das Instrument heraus und bringe die mit Quecksilber gefüllte Röhre H wieder mit dem unteren Ende E der Röhre DE in Verbindung, sodaß die äußere Luft dadurch abgesperrt wird. Sobald die Abkühlung des Instrumentes erfolgt, wird das Quecksilber aus der Röhre H in die Röhre ED steigen, da sich jetzt eine geringere Luftmasse als vor der Erwärmung in dem Apparate befindet, und aus der Länge der gestiegenen Quecksilbersäule, die man an der vorhandenen Skala abliest, wird sich die

bei der Temperatur t entwichene Luftmenge berechnen lassen. Sobald der Apparat wieder die äußere Temperatur von 15° C. erlangt hat, mag die Quecksilbersäule eine Länge von n Teilstrichentfernungen an der Skala einnehmen. Wird der Inhalt des ganzen Instrumentes gleich V gesetzt, so ist der Raum, den die jetzt noch vorhandene Luft einnimmt:

$$V - \frac{n}{9000} V.$$

Diese Luft steht jedoch nicht unter dem normalen Atmosphärendrucke von 760 mm, sondern unter dem um die Länge von n Teilstrichentfernungen der Skala verminderten Atmosphärendrucke. Nehmen wir nun die Länge der Röhre DE zu 786 mm an, so sind n Teilstrichentfernungen $\frac{786 . n}{300} = 2{,}62\, n$ mm, der Barometerstand daher

$$(760 - 2{,}62\, n)\,\text{mm},$$

welchem das oben berechnete Volumen $V - \frac{n}{9000} V$ entspricht. Bringen wir dieses Volumen mittels des Gesetzes von Mariotte auf das Volumen V' für 760 mm Barometerstand, so erhalten wir:

$$760 : 760 - 2{,}62\, n = V\left(1 - \frac{n}{9000}\right) : V'$$

$$V' = \frac{760 - 2{,}62\, n}{760} \cdot \left(1 - \frac{n}{9000}\right) V.$$

Diese bei 15° vorhandene Luftmasse V' füllte, als das Instrument die Temperatur t hatte, den ganzen Apparat an, dehnte sich also bis auf das Volumen V aus, deshalb haben wir nach § 12

$$\frac{V}{V'} = \frac{273 + t}{273 + 15}$$

$$V = \frac{273 + t}{288} \cdot \frac{760 - 2{,}62\, n}{760} \left(1 - \frac{n}{9000}\right) V$$

und hieraus:

$$t = \frac{760 . 288}{(760 - 2{,}62\, n)\left(1 - \frac{n}{9000}\right)} - 273.$$

Es sei die Quecksilbersäule um 100 Teilstriche gestiegen, dann ist

$$t = \frac{760 . 288 . 90}{498 . 89} - 273 = 444{,}46 - 273 = 171{,}46^\circ\,\text{C}.$$

11. Die Brennstoffe. Die Brennstoffe, welche in der Praxis zur Anwendung kommen, teilt man je nach ihrer Beschaffenheit ein in feste, flüssige und gasförmige. Je nachdem sie natürlich vorkommen oder auf künstliche Weise hergestellt werden, unterscheidet man ferner natürliche oder künstliche Brennstoffe. Zu den natürlichen Brennstoffen gehören Holz, Torf, Braunkohle,

Steinkohle, sowie die Mineralöle. Zu den künstlichen Brennstoffen dagegen Holzkohle, Koks, Briketts, sowie verschiedene Gase (Leuchtgas, Wassergas u. s. w.).

Der Wert eines Brennmaterials ist vor allen Dingen abhängig von seiner Heizkraft, d. h. von der Fähigkeit, bei der Verbrennung eine größere oder kleinere Wärmemenge zu erzeugen, und man versteht dann unter Heizkraft diejenige Anzahl Kalorien, welche 1 kg des Brennstoffes bei der Verbrennung entwickelt. Jedes Brennmaterial besteht aus einem organischen Grundstoffe, dem eigentlich brennbaren Teile, aus einer veränderlichen Menge von unorganischen Stoffen, die als Asche zurückbleiben, und aus einer veränderlichen Menge hygroskopischen Wassers. Dieser veränderliche Wassergehalt übt aber auf die Verbrennung besonders einen wesentlichen Einfluß aus, da das Wasser bei der Verbrennung in Dampf verwandelt werden muß, wozu ein Teil der entwickelten Wärme, d. h. ein Teil des Brennstoffes, verbraucht wird. Hiernach ist einmal die aus dem Brennstoffe überhaupt zu erhaltende Wärme um so kleiner, je größer der Wassergehalt ist, anderseits aber wird die zur Verdampfung des Wassers notwendige Wärme dem Feuer entzogen, wodurch eine schlechte Verbrennung entsteht.

Die organischen Bestandteile bestehen aus Kohlenstoff (C), Wasserstoff (H), Sauerstoff (O) und Stickstoff (N). Als brennbare, Wärme entwickelnde Teile des Brennmaterials treten hiervon nur C und H auf, sodaß von deren relativer Menge die Heizkraft des Brennmaterials abhängig ist. Für die Berechnung der Heizkraft aus den chemischen Bestandteilen, d. h. für die Berechnung der theoretischen Heizkraft, nehmen wir an:

1. die Heizkraft einer Verbindung von C und H ist gleich der Summe der Heizkräfte des darin enthaltenen C und H;

2. der in einem Brennmaterial enthaltene Sauerstoff entweicht bei der Verbrennung nicht als solcher, sondern er geht verschiedene Verbindungen mit C und H ein. Der Sauerstoff macht es daher unmöglich, daß C und H die gesamte Heizkraft entwickeln, die sie geben müßten, wenn diese Stoffe für sich allein mit dem Sauerstoff der Luft zusammenkämen. Der im Brennmaterial enthaltene Sauerstoff vermindert deshalb die Heizkraft des Brennstoffes.

Die Verbindungen des Sauerstoffes mögen mannigfaltige sein; wir nehmen hierbei der Einfachheit wegen an, daß der Sauerstoff in dem Brennmaterial nur mit H zu Wasser verbunden ist. Das Wasser besteht aus einem Teil H und acht Teilen Sauerstoff, es ist daher die Menge H, welche durch die Verbindung mit Sauerstoff in dem Brennmaterial für die Heizkraft verloren geht, gleich $^1/_8$ des vorhandenen Sauerstoffes.

Gehen wir nun zur Berechnung der theoretischen Heizkraft irgend eines Brennstoffes über und nehmen an, daß 1 kg des Brennstoffes A kg Aschenteile und Stickstoff, C kg Kohlenstoff, H kg Wasserstoff, O kg Sauerstoff und W kg hygroskopisches Wasser enthalte, dann geht nach dem Obigen der Sauerstoff mit der notwendigen Menge Wasserstoff, welche gleich $^1/_8$ des Sauerstoffgewichtes ist, die Verbindung Wasser ein, und es kommen deshalb nur $(H - {}^1/_8\,O)$ kg Wasserstoff bei der Wärmeentwickelung zur Wirksamkeit. Die Heizkraft des reinen Kohlenstoffes kann zu 8000 Kalorien, die des Wasserstoffes dagegen zu 34 500 Kalorien angenommen werden, und die Gesamt-

wärme, welche zur Verdampfung von 1 kg Wasser notwendig ist, werde annähernd gleich 600 Wärmeeinheiten gesetzt, dann ergiebt sich als **theoretische Heizkraft** B des Brennstoffes

$$B = C \cdot 8000 + (H - {}^1/_8\, O)\, 34500 - 600\, W.$$

Der auf diese Weise theoretisch bestimmte Wert der Heizkraft kann in der Wirklichkeit nicht vollkommen erreicht werden, da die bei der Berechnung gemachten Voraussetzungen selbst bei der besteingerichteten Feuerung nicht erfüllt werden. Der in Wirklichkeit brauchbare Wert der Heizkraft des Brennmaterials beträgt 60 bis 70 Proz. des theoretischen Wertes.

Auf Grund der in der folgenden Tabelle angegebenen chemischen Zusammensetzung der einzelnen Brennstoffe ergeben sich nun nach der obigen Formel für B die betreffenden theoretischen Heizkräfte:

Brennstoffe	Chemische Zusammensetzung in 1 kg					Theoretische Heizkraft
	C	H	O	W	A	B
Holz, lufttrocken	0,389	0,050	0,349	0,200	0,012	3213
Torf, lufttrocken	0,432	0,044	0,260	0,200	0,064	3533
Steinkohlen	0,800	0,054	0,071	0,030	0,045	7932
Gewöhnliche Holzkohlen . .	0,850	0,000	0,000	0,100	0,050	6740
Reiner Koks	0,850	0,000	0,000	0,050	0,100	6770

Die Heizkraft eines gasförmigen Brennstoffes kann mit größerer Sicherheit berechnet werden, wenn seine Zusammensetzung nicht nur aus den elementaren (entfernteren), sondern aus den näheren Bestandteilen bekannt ist. Enthält er in 1 kg H kg Wasserstoffgas, CH_4 kg Sumpfgas, C_2H_4 kg ölbildendes Gas, C_4H_8 kg Butylen, CO kg Kohlenoxydgas außer CO_2 kg Kohlensäure und N kg Stickstoffgas, so ist seine Heizkraft

$$B = 29060\, H + 11710\, CH_4 + 11090\, C_2H_4 + 10840\, C_4H_8 + 2400\, CO,$$

und es ergeben sich hiernach z. B. auf Grund der nebenstehenden Analysen die folgenden Heizkräfte*):

Gasgemenge	H	CH_4	C_2H_4	C_4H_8	CO	CO_2	N	B in W.-E.
Steinkohlen-Leuchtgas . .	0,05	0,54	0,10	0,08	0,15	—	0,08	10 113
Gichtgase von Steinkohle	0,01	0,04	0,02	—	0,22	0,15	0,56	1 509
" " Koks . . .	—	—	—	—	0,35	0,01	0,64	840
Generatorgase von Holz .	0,01	—	—	—	0,34	0,12	0,53	1 107
" " Torf .	0,01	—	—	—	0,22	0,14	0,63	819
" " Koks .	—	—	—	—	0,34	0,01	0,65	816

*) Grashof, Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1.

Die Luftmenge V, welche zur Erhaltung des Brennprozesses in die Feuerung geführt werden muß, läßt sich stets aus der Menge des verbrauchten Brennstoffes bestimmen. In 1 kg Brennstoff seien wieder C kg Kohlenstoff, H kg Wasserstoff und O kg Sauerstoff vorhanden, wobei nur $\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)$ kg Wasserstoff zur Verwertung gelangen, wie oben angenommen. Bei der Verbrennung bildet sich aus dem Kohlenstoff Kohlensäure, eine Verbindung von 16 Gewichtsteilen Sauerstoff und sechs Gewichtsteilen Kohlenstoff, und aus dem Wasserstoff wird Wasser, das aus einem Gewichtsteil Wasserstoff und acht Gewichtsteilen Sauerstoff besteht. Es brauchen hiernach C kg Kohlenstoff $\frac{16}{6}\cdot\mathrm{C}$ kg Sauerstoff zur vollständigen Verbrennung und die $\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)$ kg Wasserstoff erfordern $8\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)$ kg Sauerstoff dazu, sodaß im ganzen $\frac{16}{6}\,\mathrm{C}+8\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)$ kg Sauerstoff zur vollständigen Verbrennung von 1 kg Brennstoff notwendig sind. Da die atmosphärische Luft dem Volumen nach aus 21 Tln. Sauerstoff und 79 Tln. Stickstoff, dem Gewichte nach aber aus 23 Tln. Sauerstoff und 77 Tln. Stickstoff besteht, so gehören zu den $\frac{16}{6}\,\mathrm{C}+8\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)$ kg Sauerstoff $\frac{77}{23}\cdot\left\{\frac{16}{6}\,\mathrm{C}+8\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)\right\}$ kg Stickstoff. Ferner gehört nach dem oben Gesagten zu 1 kg Luft $\frac{23}{100}$ kg Sauerstoff, oder umgekehrt, um 1 kg Sauerstoff zu erhalten, braucht man $\frac{100}{23}$ kg Luft, es ist deshalb die zur vollkommenen Verbrennung zuzuführende Luftmenge

$$V=\frac{100}{23}\left\{\frac{16}{6}\,\mathrm{C}+8\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right)\right\}$$

$$V=11{,}59\,\mathrm{C}+34{,}78\left(\mathrm{H}-\frac{\mathrm{O}}{8}\right).$$

Für lufttrockenes Holz ist $V = 4{,}75$ kg
" lufttrockenen Torf ist " $= 5{,}42$ "
" Steinkohlen ist " $= 10{,}84$ "
" Holzkohlen und Koks ist " $= 9{,}85$ "

Bei der Berechnung dieser Werte ist die Tabelle auf S. 68 zu Grunde gelegt worden, jedoch ist zu bemerken, daß bei den gewöhnlichen Kesselfeuerungen der Erfahrung zufolge die Luftmenge, welche das Verbrennen unterhält, etwa zweimal so groß ist, als die obigen kleinsten Luftmengen, welche die vollkommene Verbrennung zu bewirken vermögen.

Es ist die Temperatur T in dem Feuerraume zu berechnen, welche durch Verbrennung von 1 kg Brennmaterial erzeugt wird, wenn eine zweifache Luftmenge der vorigen Aufgabe gemäß zugeführt wird. Nehmen wir die Temperatur der zugeführten Luftmenge sowie des verwendeten Brennstoffes gleich t^0, so sind die Verbrennungsprodukte sowie die überschüssige Luft V

auf die Temperatur $T - t$ zu erhöhen. Es sei die specifische Wärme bei konstantem Druck für Kohlensäure, Wasserdampf, Stickstoff und atmosphärische Luft gleich c_1, c_2, c_3, c_4, dann ist, da 1 kg Brennstoff $\left(C + \frac{16}{6} C\right)$ kg Kohlensäure, $\left\{\left(H - \frac{O}{8}\right) + 8\left(H - \frac{O}{8}\right)\right\}$ kg Wasser entwickelt und dazu $\frac{77}{23}\left\{\frac{16}{6} C + 8\left(H - \frac{O}{8}\right)\right\}$ kg Stickstoff notwendig sind, die Heizkraft des Brennstoffes gleich B gesetzt,

$$B = (T - t) \cdot \left[\frac{22}{6} C . c_1 + 9\left(H - \frac{O}{8}\right) \cdot c_2 + \frac{77}{23}\left\{\frac{16}{6} C + 8\left(H - \frac{O}{8}\right)\right\} c_3 + V . c_4\right]$$

daher

$$T = t + \frac{B}{C\,(3{,}67\, c_1 + 8{,}93\, c_3) + \left(H - \frac{O}{8}\right)(9\, c_2 + 26{,}78\, c_3) + V . c_4}.$$

Es ist nun bei Benutzung der bekannten Werte für die specifische Wärme

für Kohlensäure . . . . $c_1 = 0{,}2164$
„ Wasserdampf . . . . . . $c_2 = 0{,}4805$
„ Stickstoff . . . . $c_3 = 0{,}2438$
„ atmosphärische Luft . . . . $c_4 = 0{,}2375$

$$\text{a)}\quad T = t + \frac{B}{2{,}9713\, C + 10{,}8535\left(H - \frac{O}{8}\right) + 0{,}2375\, V}.$$

Unter der Annahme, daß die Verbrennungsprodukte größtenteils aus atmosphärischer Luft bestehen, und daß das zur Verwendung gelangte 1 kg Brennstoff vollständig verflüchtigt wird, haben wir bei der Zuführung einer zweifachen Luftmenge

$$(2\, V + 1)\; 0{,}2375 . (T - t) = B$$

und

$$\text{b)}\quad T = t + \frac{B}{(2\, V + 1) . 0{,}2375}.$$

Werden die betreffenden Werte von B, C, H, O und V aus den obigen Angaben dafür entnommen, und setzen wir außerdem $t = 0$, so erhält man

Brennstoffe	nach Formel a)	nach Formel b)
Für lufttrockenes Holz . . . . $T =$	1360	1295
„ lufttrockenen Torf . . . . $T =$	1310	1305
„ Steinkohlen . . . . $T =$	1455	1475
„ Holzkohlen und Koks . . . . $T =$	1395	1380

12. Der umkehrbare Kreisprozeß. In einem Cylinder sei 1 kg Luft von dem Volumen v_1, der Spannung p_1 und der Temperatur t_1 gegeben, wobei wir anstatt t_1 die absolute Temperatur $273 + t_1$ gleich T_1 einführen wollen. Für diese Annahmen ist der augenblickliche Zustand der Luft durch

die Gleichung $p_1 v_1 = R T_1$ gegeben (§ 12). Man lasse jetzt die Luft sich arbeitsverrichtend ausdehnen, führe dabei aber von außen so viel Wärme zu, daß die Temperatur T_1 erhalten bleibe, das specifische Volumen v_1 werde dabei gleich v_2, die Spannung nehme bis p_2 ab. Denken wir die Volumina v_1, v_2 auf die X-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems als Abscissen und die Spannungen als die zugehörigen Ordinaten aufgetragen (Fig. 36), so beschreiben die Endpunkte der Ordinaten die isothermische Kurve BC (§ 12) und die Fläche $v_1 B C v_2$ stellt die von der Luftmasse geleistete äußere Arbeit vor. Man kann sich nämlich vorstellen, daß ein Kolben vom Flächeninhalte f durch die Luftmasse bei dem konstanten Drucke p um den Weg s fortgeschoben wird, dann ist die durch die Luft geleistete Arbeit $f p s$. Der Wert $f s$ stellt aber das Volumen v der zur Verwendung gekommenen Flüssigkeit (im vorliegenden Falle Luft) dar, $p v$ stellt deshalb die von der Luftmasse geleistete Arbeit vor, und da die Fläche $v_1 B C v_2$ aus unendlich vielen, unendlich schmalen Rechtecken mit den Seiten p und v bestehend gedacht werden kann, so kann diese Fläche als das Maß der geleisteten äußeren Arbeit angesehen werden. Bezeichnen wir den Inhalt dieser Fläche mit F_1 und die zugeführte Wärmemenge mit Q_1, so ist, unter A der Wärmewert der Arbeitseinheit verstanden (§ 14),

$$Q_1 = A \, . \, F_1.$$

Fig. 36.

Lassen wir die Luftmasse in dem jetzigen Zustande sich weiter arbeitsverrichtend ausdehnen, wodurch das specifische Volumen gleich v_3, die Spannung gleich p_3 werde, führen wir aber von außen keine Wärme zu, so muß die Temperatur von T_1 bis T_2 abnehmen, die Endpunkte der Spannungsordinaten beschreiben die adiabatische Kurve CD (§ 14), und die Fläche $v_2 C D v_3$ stellt die in diesem Abschnitte geleistete äußere Arbeit, zugleich aber auch die innere Schwingungsarbeit (§ 15 u. Anwend. 9) vor, welche die Luftmasse verloren hat. Wird die verloren gegangene Wärme im Inneren der Luft mit U_1, die Fläche $v_2 C D v_3$ mit F' bezeichnet, so ist

$$U_1 = A \, . \, F'.$$

Die Luft vom Volumen v_3 werde jetzt bei Erhaltung der Temperatur T_2 auf das Volumen v_4 zusammengedrückt, dann erfolgt die Zusammendrückung in der Weise, daß die Endpunkte der Spannungsordinaten die isothermische Kurve DE beschreiben, und man muß eine gewisse Wärmemenge Q_2 ableiten. Die Arbeit, welche zu der Zusammendrückung notwendig ist, wird durch die Fläche $v_3 D E v_4$ dargestellt, und es ist, wenn wir den Inhalt derselben mit F_2 bezeichnen,

$$Q_2 = A \, . \, F_2.$$

Das Volumen v_4 sei nun so gewählt, daß bei weiterer Zusammendrückung auf das ursprüngliche Volumen v_1 ohne Wärmemitteilung und Wärmeentziehung der ursprüngliche Zustand der Luftmasse wieder hergestellt werde. Dann beschreiben die Endpunkte der Spannungsordinaten die adiabatische Kurve EB, die Spannung wird wieder gleich p_1, die Temperatur gleich T_1, und die von der Luftmasse aufgenommene Arbeit ist durch die Fläche $v_4 EB v_1$ dargestellt. Diese Arbeit wird zur Vermehrung der Schwingungsarbeit im Innern der Luftmasse verwandt, und wenn wir die dadurch gewonnene Wärme mit U_2, den Inhalt der Fläche mit F'' bezeichnen, so ist

$$U_2 = A \,.\, F''.$$

Da diese Schwingungsarbeit nach Anw. 9 allein von der Anfangs- und Endtemperatur abhängig ist und diese Temperaturen für die Kurven CD und EB übereinstimmen, nur daß sich die Anfangs- und Endtemperaturen gegenseitig vertauschen, so ist die auf dem Wege CD verloren gegangene Wärme U_1 gleich der auf dem Wege EB gewonnenen Wärme, also

$$U_1 = A \,.\, F' = U_2 = A \,.\, F'',$$

d. h. aber

$$F' = F''.$$

Bei dem ausgeführten Prozesse ist nun der Luft die Wärmemenge Q_1 zugeführt, die Wärmemenge Q_2 abgeführt worden. Die Differenz $Q_1 - Q_2$ wurde dazu verbraucht, eine äußere Arbeit zu verrichten, welche durch die von den vier Kurven BC, CD, DE, EB begrenzte Fläche F dargestellt wird. Es ist aber $F = F_1 + F' - F_2 - F''$, und mit Rücksicht auf die obige Bemerkung gleich $F_1 - F_2$, daher haben wir

$$Q_1 - Q_2 = A \,.\, F = A\,(F_1 - F_2).$$

Bezeichnen wir die bei dem Prozesse gewonnene und durch die Fläche F dargestellte Arbeit mit L, so ist anderseits

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A}.$$

Denken wir den Prozeß mit der Luft in umgekehrter Weise vorgenommen, lassen also das Volumen v_1 sich durch v_4 bis v_3 ausdehnen und dann durch v_2 bis auf v_1 zusammengedrückt werden, lassen wir ferner die Endpunkte der Spannungsordinaten die Kurve $BEDC$ beschreiben, so ist die auf Zusammendrücken verwendete Arbeit größer als diejenige, welche bei der Ausdehnung der Luft gewonnen wurde, und der Unterschied der beiden Arbeiten ist wieder durch die Fläche $BEDC = F$ gegeben. Es stellt nun F die bei dem Prozesse verschwundene Arbeit, und $AF = Q_2 - Q_1$ die dabei gewonnene Wärme vor.

Ein Prozeß, wie der, den wir in dem Vorigen mit der Luftmasse durchgeführt haben, heißt nach Clausius ein einfacher Kreisprozeß, und wenn er sich umkehren läßt, ein einfacher umkehrbarer Kreisprozeß.

13. Thermischer Wirkungsgrad, mechanischer Wirkungsgrad. Um mit einer gegebenen Menge Wärme möglichst viel mechanische Arbeit zu schaffen, müssen wir danach trachten, einen möglichst großen Bruchteil der

zugeführten Wärme in Arbeit umzusetzen, oder, da $(Q_1 - Q_2)$ die bei dem Kreisprozesse verschwundene und in Arbeit umgesetzte Wärmemenge bedeutet, so müssen wir danach trachten, den Quotienten $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$, d. h. das Verhältnis der verschwundenen und in Arbeit umgewandelten Wärmemenge zur gesamten aufgewendeten Wärmemenge möglichst groß zu machen. Dieses Verhältnis nennt man den thermischen Wirkungsgrad der Maschine, er möge mit η bezeichnet werden. Wir haben dann also die Beziehung

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Hiervon ist nun zu unterscheiden der mechanische Wirkungsgrad einer Maschine η_1. Ist in einer Kraftmaschine, also etwa in dem Cylinder einer Dampfmaschine, ein solcher Kreisprozeß, wie oben beschrieben, einmal durchlaufen worden, so ist damit theoretisch eine Arbeit in Meterkilogrammen geleistet worden von der Größe des den Kreisprozeß darstellenden Diagrammes. Man nennt dies die indizierte Arbeit der Maschine, weil sie sich berechnen läßt aus dem Diagramme, welches man vermittelst des sogen. Indikators die Maschine selbst hat aufzeichnen lassen. Teilt man die sekundlich geleistete Arbeit in Meterkilogrammen durch 75, so erhält man die indizierte Arbeitsleistung der Maschine in Pferdestärken (PS), gewöhnlich mit N_i bezeichnet, wobei also 1 PS = 75 secmkg (Sekundenmeterkilogramm), und sagt dann, die Maschine indiziert so und so viele PS. Von dieser theoretischen oder indizierten Leistung N_i geht nun in jeder Kraftmaschine ein gewisser Teil, hauptsächlich durch Reibung, in der Maschine selbst verloren. Diejenige Arbeit, welche die Maschine thatsächlich abzugeben imstande ist, die sogen. effektive Leistung N_e, wird demnach immer kleiner sein als N_i, sodaß sich das Verhältnis $\frac{N_e}{N_i}$ immer als ein echter Bruch darstellt, als eine Zahl kleiner als 1. Diese Zahl $\eta_1 = \frac{N_e}{N_i} < 1$ nennt man den mechanischen Wirkungsgrad der Maschine.

14. Carnotscher Kreisprozeß. Wie wird nun derjenige Kreisprozeß beschaffen sein, welcher den günstigsten thermischen Wirkungsgrad ergiebt? Um η möglichst groß zu machen, muß die Differenz $Q_1 - Q_2$ möglichst groß werden. Nun ist aber Q_1 dann am größten, wenn wir Wärme bei konstanter höchster Temperatur zuführen. Q_2 ist dann am kleinsten, wenn wir Wärme bei konstanter niedrigster Temperatur abführen. Die Kurven, welche die Zustandsänderungen während der Wärmezuführung und Wärmeabführung darstellen (BC und DE, Fig. 36), müssen also Isothermen sein. Soll im weiteren Verlaufe des Kreisprozesses Wärme weder zugeführt werden noch verloren gehen, so müssen die Überführungskurven CB und EB Adiabaten sein. Es wird also derjenige Kreisprozeß die günstigste Wärmeausnutzung liefern, welcher sich zusammensetzt aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten. Einen solchen Kreisprozeß nennt man dann einen Carnotschen Kreisprozeß.

Geschieht die Spannungsänderung nach der isothermischen Kurve, so ist die geleistete Arbeit nach Anm. 7 gleich $p_1 v_1 ln \frac{v_2}{v_1}$. Geschieht die Spannungsänderung dagegen nach der adiabatischen Kurve, so ist die verrichtete äußere Arbeit gleich der inneren Schwingungsarbeit, und zwar nach Anm. 9 $\frac{c_v}{A}(t - t_1)$, unter t die höhere Temperatur verstanden. Führen wir statt der wirklichen Temperaturen t die absoluten Temperaturen $273 + t = T$ ein, so ist die geleistete Arbeit, entsprechend den Kurven BC und CD

$$L_1 = p_1 v_1 ln \frac{v_2}{v_1} + \frac{c_v}{A}(T_1 - T_2).$$

Ebenso ist die an die Luftmasse behufs Kompression zu übertragende Arbeit, entsprechend den Kurven DE und EB:

$$L_2 = p_3 v_3 ln \frac{v_3}{v_4} + \frac{c_v}{A}(T_1 - T_2).$$

Die ganze geleistete äußere Arbeit bei einem derartigen einfachen umkehrbaren Kreisprozeß ist aber nach dem Vorigen $= \frac{Q_1 - Q_2}{A}$, und bei Benutzung der obigen Werte haben wir deshalb:

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = p_1 v_1 ln \frac{v_2}{v_1} - p_3 v_3 ln \frac{v_3}{v_4}$$

$$= R T_1 ln \frac{v_2}{v_1} - R T_2 ln \frac{v_3}{v_4} \text{ (nach Formel 11).}$$

Mit Rücksicht darauf, daß die Punkte C und D, sowie die Punkte E und B adiabatischen Kurven angehören, ist nach Formel (17), S. 25

$$\left(\frac{v_2}{v_3}\right)^{x-1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ und } \left(\frac{v_1}{v_4}\right)^{x-1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ daher } \frac{v_2}{v_3} = \frac{v_1}{v_4}$$

oder

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}, \text{ und deshalb die geleistete Arbeit}$$

$$L = R(T_1 - T_2) ln \frac{v_2}{v_1} = R T_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} ln \frac{v_2}{v_1}.$$

Um aber die Arbeit $p_1 v_1 ln \frac{v_2}{v_1} = R T_1 ln \frac{v_2}{v_1}$ zu leisten, mußte die Wärmemenge Q_1 zugeführt werden, weshalb wir statt $R T_1 ln \frac{v_2}{v_1}$ auch $\frac{Q_1}{A}$ setzen dürfen. Die geleistete Arbeit L bei einem Carnotschen Kreisprozeß ist demnach

$$L = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{Q_1}{A T_1}(T_1 - T_2).$$

Durch einfache Umformung erhalten wir daraus die Größe des thermischen Wirkungsgrades beim Carnotschen Kreisprozesse:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (26)$$

Der Carnotsche Kreisprozeß hat also die Eigenschaft, daß sein Wirkungsgrad durch die Temperaturen allein ausgedrückt werden kann. Der Wirkungsgrad wird also um so größer ausfallen, je größer der Temperaturunterschied $(T_1 - T_2)$ ist. Mit T_1 hatten wir aber die Temperatur bezeichnet, bei welcher die für den Kreisprozeß nötige Wärme zugeführt wird, mit T_2 die Temperatur, bei welcher die Wärme abgeführt wird, daraus ergiebt sich für einen möglichst hohen Wirkungsgrad auch hier wieder die Bedingung: Wärmezuführung bei möglichst hoher Temperatur, Wärmeabführung bei möglichst niedriger Temperatur.

Bei der niedrigsten Temperatur sind wir an ziemlich enge Grenzen gebunden. Die niedrigste Grenze dürfte in der Temperatur des etwa verwendeten Kühlwassers liegen. Es bleibt also nur übrig, um den Wirkungsgrad zu erhöhen, die Temperatur bei der Wärmezuführung bis zu den praktisch möglichen Grenzen zu steigern. Nehmen wir beispielsweise an, es wäre die Möglichkeit vorhanden, den Kreisprozeß in der Dampfmaschine genau als einen Carnotschen Kreisprozeß zu gestalten und fragen wir uns, welches wird demnach der höchste theoretisch mögliche Wirkungsgrad der Dampfmaschine sein? Als höchste Temperatur wollen wir rund $T_1 = 500^0 = 227^0$ C. annehmen, d. h. eine Temperatur, wie sie einer Spannung des gesättigten Wasserdampfes von ungefähr 25 atm entspricht. Als niedrigste Temperatur wählen wir $T_2 = 300^0 = 17^0$ C., die Temperatur des Kühlwassers. Dies ergiebt einen thermischen Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{500 - 300}{500} = 0{,}4.$$

Das heißt also: theoretisch lassen sich bei einer Dampfmaschine nur etwa 40 Proz. der gesamten zugeführten Wärme in nutzbare Arbeit verwandeln. Praktisch ist der Wirkungsgrad sogar noch viel geringer. Nehmen wir an, daß in einer Dampfmaschine mit 0,9 kg Steinkohle eine Stunde lang 1 PS geleistet wird. Da 1 kg Steinkohle etwa 7000 Kal. liefert, so beträgt die zugeführte Wärmemenge $Q_1 = 0{,}9 \,.\, 7000 = 6300$ Kal. Eine Stundenpferdestärke stellt aber eine Arbeit dar von 75 . 60 . 60 secmkg, entsprechend einer aufgewendeten und in Arbeit umgewandelten Wärmemenge von $Q_1 - Q_2 = 75 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, A$ Kal. Der bis jetzt praktisch erreichbare thermische Wirkungsgrad ergiebt sich demnach aus

$$\eta' = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{75 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, A}{6300}$$
$$= 0{,}1,$$

d. h. nur etwa 10 Proz. der aufgewendeten Wärmemenge werden in Wirklichkeit in der Dampfmaschine in nutzbare Arbeit umgewandelt.

15. Wärmekraftmaschinen. Eine Maschine, in welcher man eine Flüssigkeit in der Weise einen Kreisprozeß wiederholt durchlaufen läßt, daß derselben dabei mehr Wärme zugeführt, als entzogen, und die überschüssig zugeführte

Wärme als äußere Arbeit gewonnen wird, heißt eine Wärmekraftmaschine. Da die Größe der Arbeit von der Volumenveränderung der Flüssigkeit abhängig ist, so werden nur luftförmige Körper oder solche, welche aus dem tropfbarflüssigen Zustande in den luftförmigen übergeführt werden können, bei den Wärmekraftmaschinen Verwendung finden.

Als Arbeitsträger benutzt man in der Praxis im wesentlichen zwei Flüssigkeiten: 1. die Luft, und zwar entweder die atmosphärische Luft allein oder in Vermischung mit anderen Gasen bezw. vergasten Flüssigkeiten, 2. den Wasserdampf, und man kann demnach die Wärmekraftmaschinen einteilen in Luftmaschinen und Dampfmaschinen.

Bleibt die in der Wärmekraftmaschine verwendete Arbeitsflüssigkeit stets dieselbe, sodaß sie wiederholt den der betreffenden Maschine eigentümlichen Kreisprozeß durchläuft, so bezeichnet man eine solche Maschine als geschlossen, im Gegensatz zu den offenen Wärmekraftmaschinen, bei welchen die Flüssigkeit, nachdem sie ihre Arbeit abgegeben, ins Freie entweicht und durch neue Flüssigkeit ersetzt werden muß. Eine geschlossene Wärmekraftmaschine würde z. B. eine Dampfmaschine sein, bei welcher der Dampf, nachdem er seine Arbeit im Cylinder verrichtet, in dem Kondensator zu Wasser verdichtet und dann in der Gestalt von heißem Wasser von neuem in den Dampfkessel gebracht wird. Als offene Wärmekraftmaschine müßten wir dagegen eine Dampfmaschine dann bezeichnen, wenn der Dampf nach verrichteter Arbeit ins Freie entweicht (auspufft).

Eine offene Wärmekraftmaschine kann mit einer offenen oder geschlossenen Feuerung versehen sein. Bei der offenen Feuerung ist der Feuerraum von der Arbeitsflüssigkeit getrennt und die gasförmigen Verbrennungsprodukte entweichen ins Freie. Ein Beispiel hierzu bilden die Feuerungen bei allen Dampfmaschinenanlagen. Bei der geschlossenen Feuerung dagegen mischen sich diese Verbrennungsprodukte mit der Arbeitsflüssigkeit und verrichten mit ihr vereint die verlangte Arbeit. Als Beispiel hierfür können die Gasmaschinen dienen. Eine geschlossene Maschine muß jederzeit eine offene Feuerung haben. Bei den Luftmaschinen sind die hier angedeuteten Unterschiede sämtlich vorhanden, die Dampfmaschinen dagegen haben stets eine offene Feuerung.

Unter den Luftmaschinen können wir drei Arten unterscheiden: 1. Wir verwenden nur atmosphärische Luft, dann nennen wir diese Maschinen Heißluftmaschinen. 2. Wir vermischen die Luft mit den Verbrennungsgasen, die sich beim Verbrennen von festen Brennstoffen (Koks, Steinkohle u. s. w.) bilden. Derartige Maschinen bezeichnet man mit dem Namen Feuerluftmaschinen. 3. Wir verwenden atmosphärische Luft in Verbindung mit Gasen und nennen dann diese Art von Wärmekraftmaschinen Gasmaschinen, und zwar Gasmaschinen im weiteren Sinne. Man kann nämlich hier auch wieder zwei Gattungen unterscheiden, und zwar die Gasmaschinen oder Gasmotoren im engeren Sinne, wenn das in der Maschine verwendete Gas in besonderen, zu diesem Zwecke gebauten Anlagen hergestellt wird (Leuchtgas, Wassergas, Dowson-Gas u. s. w.) und ferner die Petroleum- und Benzinmotoren, bei welchen das Gas durch Vergasung einer Flüssigkeit in der Maschine selbst hergestellt wird.

16. Geschlossene Heißluftmaschinen. Die Heißluftmaschinen, offene sowohl wie geschlossene, haben eine wesentliche Bedeutung in der Praxis nicht zu erringen vermocht. Da sich aber die theoretische Untersuchung der in ihnen vollführten Kreisprozesse besonders einfach gestaltet, und diese Untersuchungen sich dann leicht auf die anderen Wärmekraftmaschinen übertragen lassen, möge eine kurze Besprechung der geschlossenen Heißluftmaschinen hier Platz finden. Bei den offenen Heißluftmaschinen entweicht nach jedem Hube eine bestimmte Luftmenge mit hoher Temperatur und damit ein dieser Wärme entsprechendes Arbeitsvermögen nutzlos in die Luft. Die Wärmeausnutzung hat sich daher als eine zu ungünstige erwiesen, und es sind deshalb derartige Maschinen nur vorübergehend und in geringer Zahl zur Ausführung gelangt.

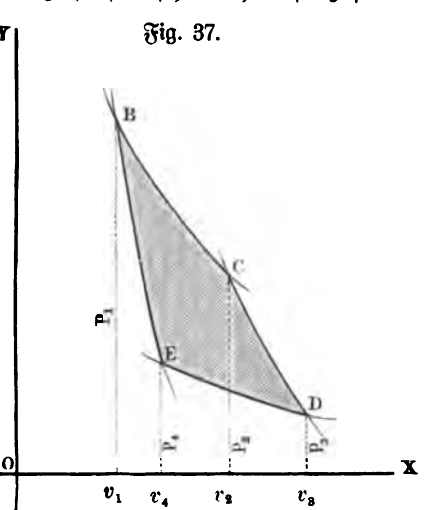


Fig. 37.

In der geschlossenen Heißluftmaschine wird ein in der Maschine eingeschlossenes Luftquantum durch Erwärmung und Expansion, durch Abkühlung und Kompression in der Weise durch verschiedene Zustände durchgeführt, daß äußere Arbeit gewonnen und das Gas dabei immer wieder in seinen Anfangszustand zurückgeführt wird. Es ist in Fig. 37 ein derartiger Umlauf der Luftmasse dargestellt, indem die specifischen Volumina v auf der X-Achse als Abscissen, die zugehörigen Spannungen p als Ordinaten auf der Y-Achse aufgetragen wurden. Wenn dieser Kreisprozeß mit dem Carnotschen übereinstimmt, so sind die Kurven BC und DE isothermische, folgen also dem Gesetze $pv = const.$ Die beiden Kurven CD und EB sind dagegen adiabatische, für welche das Gesetz $pv^{\varkappa} = const.$ besteht. Hierin ist $\varkappa = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$, unter c_p die specifische Wärme bei konstantem Druck, unter c_v die bei konstantem Volumen verstanden. Allgemein können wir jedoch den Kurven BC und DE das Gesetz $pv^m = const.$, und den Kurven CD und EB das Gesetz $pv^{m_1} = const.$ zu Grunde legen, worin $m \lesseqgtr \varkappa$ und $m_1 > \varkappa$ angenommen werden mag. Man nennt derartige Kurven polytropische Kurven, und m bezw. m_1 den Exponenten der polytropischen Kurve.

Die Luftmasse ist dann in den verschiedenen Zustandspunkten B, C, D, E bestimmt durch $p_1 v_1 T_1$; $p_2 v_2 T_2$; $p_3 v_3 T_3$; $p_4 v_4 T_4$, und es werde dabei angenommen, daß während des Weges EBC eine Wärmezuführung Q_1 und während des Weges CDE eine Wärmeabführung Q_2 stattgefunden habe. Für diese Voraussetzung gestaltet sich die Berechnung der bei einem derartigen Kreisprozesse geleisteten Arbeit ziemlich verwickelt. Sie wird aber in vielen Fällen wesentlich einfacher. Findet z. B. ein Teil der Wärmezuführung und

Wärmeabführung bei konstantem Volumen statt, so werden die beiden Kurvenstücke BC und DE in Fig. 38 zu geraden Linien parallel zur Y-Achse. Für die beiden anderen Kurvenstücke CD und EB wollen wir Isothermen annehmen, es stellt sich dann der Kreisprozeß bei diesem Systeme durch Fig. 38 dar.

Die Wärmezuführung auf der Strecke BC, wir wollen sie q_1 nennen, ist dann einfach eine Wärmezuführung bei konstantem Volumen, also

$$q_1 = c_v (T_2 - T_1).$$

Die Wärmezuführung auf der Strecke CD, wir wollen sie Q_1 nennen, ist eine Wärmemenge entsprechend der Arbeitsleistung bei isothermischer Expansion, das heißt wie früher (Anwend. 7) bewiesen:

Fig. 38.

$$Q_1 = A R T_2 \, l n \frac{v_2}{v_1}.$$

In ähnlicher Weise ergiebt sich die Wärmeabführung auf der Strecke DE:

$$q_2 = c_v (T_2 - T_1),$$

die Wärmeabführung auf der Strecke EB:

$$Q_2 = A R T_1 \, l n \frac{v_2}{v_1}.$$

Die von der Maschine bei einem Kreisprozesse gelieferte Arbeit ist allgemein

$$L = \frac{1}{A} (Q_1 + q_1 - Q_2 - q_2).$$

Da wie oben gezeigt $q_1 = q_2$, so ist die Arbeit

$$L = \frac{1}{A} (Q_1 - Q_2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

$$= \frac{1}{A} A R \, l n \frac{v_2}{v_1} (T_1 - T_2)$$

$$= R \, l n \frac{v_2}{v_1} (T_2 - T_1).$$

Werden bei jedem Kreisprozesse G kg Luft verbraucht und finden in der Minute n derartige Kreisprozesse statt, so ist die von der Maschine sekundlich entwickelte Arbeit

$$L' = \frac{n}{60} G \, . \, L \text{ secmkg} \quad \ldots \ldots \quad (28)$$

Gesetzt, die Maschine verbrauche für jeden Kreisprozeß 0,5 kg Luft, welche von 0° auf 300° erhitzt werden, d. h. es sei $T_1 = 273°$, $T_2 = 573°$. In der Minute finden 60 derartige Kreisprozesse statt, und es sei das Expansionsverhältnis $\frac{v_1}{v_2} = 0{,}8$. Unter diesen Annahmen wird

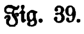
$$L = 29{,}27\, ln\, 1{,}25 \,.\, 300$$
$$= 1960 \text{ mkg.}$$
$$L' = \frac{60}{60}\, 0{,}5 \,.\, 1960$$
$$= 980 \text{ secmkg}$$
$$= 13 \text{ PS.}$$

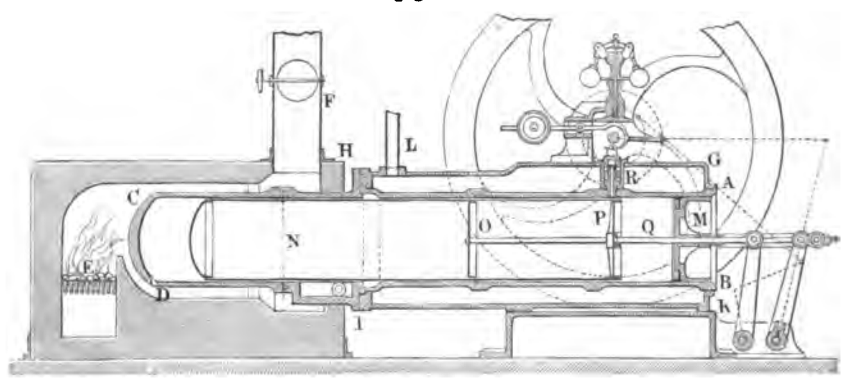
Betrachten wir die obige Gleichung für L (27), so finden wir, daß die geleistete Arbeit gerade so groß ist wie beim Carnotschen Kreisprozesse. Nun wird sich aber der oben erläuterte Kreisprozeß praktisch nie in dieser Art verwirklichen lassen, und zwar aus dem Grunde, weil q_1 nie genau gleich q_2 sein wird. Man hat zwar versucht, durch sogenannte Regeneratoren den Teil q_2 der abzuführenden Wärmemenge bei dem nächsten Kreisprozesse als Wärmemenge q_1 wieder zu gewinnen, vollständig hat sich dies aber nie erreichen lassen. Die durch den Regenerator wiedergewonnene Wärmemenge q_1 bleibt stets geringer als q_2 und damit bleibt auch die Arbeit L kleiner als die oben berechnete, d. h. kleiner als beim Carnotschen Kreisprozesse.

Die Gleichung für L' (28) läßt auch erkennen, warum die Heißluftmaschinen in der Praxis keine große Anwendung finden können. Um nämlich mit einer Heißluftmaschine eine einigermaßen bedeutende Arbeitsleistung zu erreichen, stehen uns drei Mittel zu Gebote: wir können L, n oder G groß machen. Eine Steigerung von L ist nur möglich durch eine Erhöhung der Temperaturdifferenz, und gerade hierin sind wir an ziemlich enge Grenzen gebunden, da wir die Temperatur nicht beliebig erhöhen können (bei etwa 500° fängt Eisen bereits an zu glühen), während die niedrigste Temperatur doch nur in den seltensten Fällen etwa 15° (Temperatur des Kühlwassers) unterschreiten wird. Ein zweites Mittel wäre die Erhöhung der Umdrehungszahl. Mit der Erhöhung der Umdrehungszahl wird es aber immer schwieriger, eine bestimmte Luftmenge schnell von niedriger Temperatur auf hohe Temperatur zu bringen und umgekehrt. Es bleibt also nur drittens das Mittel, das Gewicht der Luft und damit die in der Maschine verwendete Luftmenge zu erhöhen. Dadurch werden aber wiederum die Maschinen in ihren Abmessungen unverhältnismäßig groß und schwerfällig, ganz abgesehen davon, daß es auch hier sehr schwer wird, eine bedeutende Luftmenge schnell von der niedrigsten auf die höchste Temperatur zu bringen und umgekehrt. Die Arbeitsleistungen der Heißluftmaschinen sind daher immer verhältnismäßig gering, sie dürften theoretisch 1 bis 2 PS kaum überschreiten.

In Fig. 39 (a. f. S.) ist eine von Lehmann ausgeführte geschlossene Luftmaschine im Durchschnitt dargestellt. $ABCD$ ist ein gußeiserner, liegender Cylinder, der vorn offen, hinten geschlossen ist und von den heißen Verbrennungsprodukten umspült wird, welche im Feuerraume E entwickelt werden und ihren Abzug durch den Schornstein F nehmen. Auf zwei Drittel der Länge dieses Cylinders wird derselbe von einem zweiten weiteren Cylinder $GHIK$ umschlossen, und der sich dadurch bildende ringförmige Zwischenraum ist mit Wasser angefüllt, welches in den unteren Teil des Raumes eintritt, und, nachdem es der heißen Luft die Wärme entzogen, durch die Röhre L

wieder abgelassen wird. In dem Cylinder $ABCD$ bewegen sich zwei Kolben M und N. Der Kolben M, der **Arbeitskolben** genannt, ist durch einen Lederstulp in luftdichte Verbindung mit dem Cylinder $ABCD$ gebracht, so daß zwar Luft von außen eindringen, aber nicht umgekehrt heiße Luft ins Freie gelangen kann. Der Kolben N heißt **Verdränger** und besteht aus einem überall luftdicht genieteten Blechcylinder, der im Innern eine Versteifung O hat und vorn durch einen hölzernen Deckel P verschlossen ist. Zwischen dem Kolben N und dem Cylinder $ABCD$ bleibt nur ein enger ringförmiger Raum zur Ansammlung der erhitzten Luft übrig. R ist ein Ventil, das sich öffnet, wenn durch zu starkes Feuern oder Entlastung der Arbeitsmaschine der normale Gang gestört wird. Der Arbeitskolben M überträgt die Bewegung auf die Schwungradwelle, und von dieser aus erfolgt die Bewegung des Verdrängers N vermittelst der Kolbenstange Q, welche luftdicht durch den Arbeitskolben M geführt ist. Die Kurbeln und Verbindungsstangen behufs dieser doppelten Bewegung sind so angeordnet, daß die Kurbel des Verdrängers der des Arbeitskolbens um 65° voraneilt.


Fig. 39.



Die Wirkungsweise der Maschine ist nun folgende: Geht der Verdränger nach vorn (in der Figur nach rechts), so drückt er die zwischen Verdränger und Kolben eingeschlossene Luft nach hinten in den heißen Teil des Cylinders $ABCD$. Hier wird die Luft erhitzt, erhöht ihre Spannung und drückt dadurch auf die zwischen dem vorderen Teile des Verdrängers und der gekühlten Cylinderwandung liegende kühlere Luft, welche ihrerseits den Kolben M nach außen drückt. Gleich darauf kehrt der Verdränger um, er geht nach hinten (in der Figur nach links) und drückt die heiße Luft in den vorderen gekühlten Raum des Cylinders. Hier kühlt sie sich ab, ihr Volumen und ihre Spannung verringert sich, während gleichzeitig der Arbeitskolben nach innen geht, worauf das Spiel von neuem beginnt.

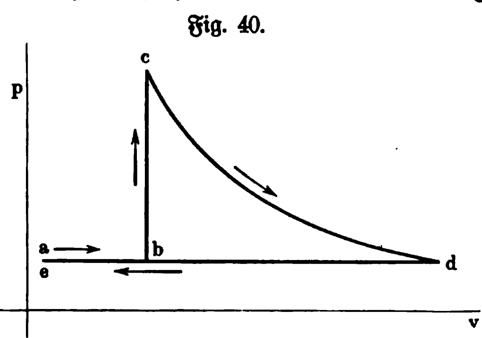
17. Feuerluftmaschinen. Unter Feuerluftmaschinen verstanden wir diejenigen Heißluftmaschinen, bei denen als Arbeitsflüssigkeit atmosphärische Luft in Verbindung mit denjenigen heißen Gasen benutzt wird, welche bei

der Verbrennung fester Brennstoffe (Kohle, Koks u. s. w.) entstehen. Maschinen dieser Art sind der Hock'sche Sparmotor, die Feuerluftmaschine von Bénier u. s. w. Sie sind nur für kleine Arbeitsleistungen (bis zu etwa 6 PS) berechnet und haben ebenso wie die offenen und geschlossenen Heißluftmaschinen nur eine kurze Zeit lang in der Praxis eine Rolle gespielt. Heutzutage haben sie wohl nur noch ein geschichtliches Interesse und werden nur noch von einzelnen wenigen Firmen auf besondere Bestellung gebaut.

18. **Gasmaschinen.** Die wichtigste Gattung der oben mit dem allgemeinen Namen Heißluftmaschinen bezeichneten Wärmekraftmaschinen bilden die Gasmaschinen. Da in ihnen bei jedem Hube eine neue, abgemessene Menge Luft, mit Gas vermischt, zur Verwendung kommt und diese Luft, nachdem sie ihre Arbeit verrichtet, aus der Maschine ins Freie gelangt, kann man die Gasmaschinen allgemein zu den offenen Heißluftmaschinen rechnen, aber mit geschlossener Feuerung.

Die Gasmaschinen unterscheiden sich aber von den bisher besprochenen Heißluftmaschinen sehr wesentlich dadurch, daß in ihnen der vermittelnde Körper — die mit Gas vermischte Luft — im Verlaufe des Prozesses eine chemische Veränderung erleidet, während früher die aus der Verbrennung hervorgehenden Feuergase nur als Träger der aus den Brennstoffen gewonnenen Wärme erschienen. Wird nämlich eine mit einem entsprechenden Gase vermischte Menge Luft in einem geschlossenen Cylinder entzündet, so verbindet sich der Sauerstoff der Luft mit dem in dem Gase enthaltenen Wasserstoff, beziehungsweise Kohlenstoff zu Wasser und Kohlensäure, es wird dabei eine große Menge Wärme frei, welche ihrerseits die Temperatur und damit die Spannung der entstehenden Gase steigert, und diese hoch gespannten Gase sind es, welche wir in den Gasmaschinen zur Arbeitsleistung benutzen.

Fig. 40.



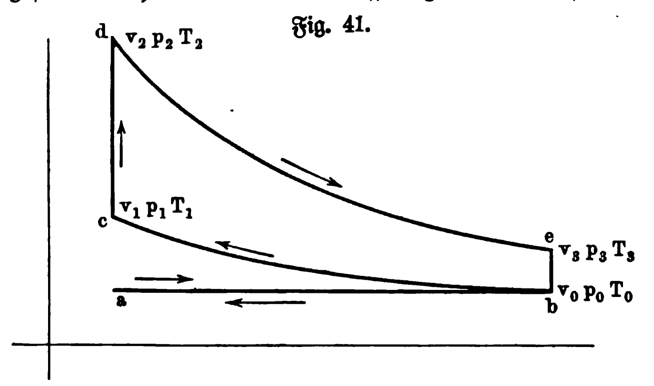
Aus dieser Wirkungsweise erklärt sich nun der allgemeine Arbeitsvorgang in den Gasmaschinen. Er besteht zunächst aus der Ladung, d. h. der Bildung des Gasgemisches, ferner aus der Zündung mit darauffolgender Expansion und schließlich aus dem Ausstoßen der Verbrennungsprodukte, nachdem dieselben ihre Arbeit verrichtet haben.

Der eben besprochene Arbeitsvorgang läßt sich also z. B. durch folgenden Kreisprozeß verwirklichen, der durch das nebenstehende Diagramm erläutert wird. Stellt ad (Fig. 40) die Länge des Kolbenhubes dar, so saugt der Kolben auf dem Wege ab Gasgemisch an. Im Punkte b erfolgt die Zündung, die Spannung steigt sehr rasch, fast augenblicklich bis zur Höhe c, es

folgt die Expansion der heißen Gase, dargestellt durch die Kurve $c-d$, während auf dem Rückwege des Kolbens von $d-e$ die heißen Gase, die ihre Spannung verloren haben, ins Freie ausgestoßen werden.

Dies ist nun in der That der Kreisprozeß, wie er bei den ersten brauchbaren Gasmaschinen, denen von Lenoir, verwendet wurde. Er ist aber schon seit langer Zeit verlassen und fast allgemein durch den folgenden ersetzt worden, der sich durch nebenstehendes theoretisches Diagramm veranschaulichen läßt. Stellt ab (Fig. 41) wieder die Länge des Kolbenhubes dar, so saugt der Kolben zunächst auf seinem ganzen Wege Gasgemisch an. Auf dem Rückwege wird dieses Gasgemisch komprimiert, sodaß die Spannung bis zum Punkte c steigt. In diesem Augenblicke erfolgt nun erst die Zündung, die Spannung steigt rasch bis zu dem Punkte d, es folgt die Expansion, dargestellt durch die Kurve de, Öffnung des Auslaßventiles und Sinken der Spannung von $e-b$ und schließlich Ausstoßen der Gase auf dem ganzen Rückwege von $b-a$, worauf sich dasselbe Spiel erneuert.

Fig. 41.



Dies ist der Kreisprozeß, wie er zuerst von Otto bei seinen Gasmaschinen angewendet wurde, man nennt ihn daher wohl auch den Ottoschen Kreisprozeß.

Im Verlaufe der beiden eben erwähnten Kreisprozesse kommen nun derartig hohe Temperaturen vor (bis zu 1500° und darüber), daß es nötig ist, die Cylinderwandungen künstlich zu kühlen, was in der Weise bewerkstelligt wird, daß entweder der ganze Cylinder oder wenigstens der Raum, in welchem die Explosion vor sich geht, mit einem Wassermantel umgeben wird.

Eine wesentliche Rolle spielt bei dem Ottoschen Kreisprozeß die Kompression und es läßt sich sogar zeigen, daß von ihr theoretisch der thermische Wirkungsgrad der Maschine abhängt. Nehmen wir an, Kompression und Expansion in dem oben dargestellten Diagramm geschähen adiabatisch, also so, daß Wärme dabei weder zu- noch abgeführt wird, nehmen wir ferner an, daß die Wärmezuführung Q_1 auf der Strecke cd ebenso wie die Wärmeabführung Q_2 auf der Strecke eb bei konstantem Volumen geschieht, dann ist die im Verlaufe eines Kreisprozesses in Arbeit verwandelte Wärme $L = \frac{1}{A}(Q_1 - Q_2)$. Unter Q_1 haben wir hier den Heizwert des betreffenden Gasgemisches zu verstehen, d. h. diejenige Wärmemenge, welche bei der Verbrennung von 1 kg des Gemisches frei wird. Die im Ganzen aufgewendete Wärmemenge ist Q_1, der thermische Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der in Arbeit verwandelten Wärme zur aufgewendeten Wärme, ist also:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

Nun ist nach unserer Voraussetzung Q_1 eine Wärmemenge, welche zugeführt wird bei konstantem Volumen, also:

$$Q_1 = c_v (T_2 - T_1),$$

Q_2 ist ebenfalls eine Wärmemenge, welche abgeführt wird bei konstantem Volumen, daher:

$$Q_2 = c_v (T_3 - T_0).$$

Tragen wir diese Werte in die Gleichung für η ein, so erhalten wir:

$$\eta = 1 - \frac{T_3 - T_0}{T_2 - T_1}.$$

Nun ist aber nach dem Gesetz von Poisson (§ 15):

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1},$$

$$\frac{T_0}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\varkappa - 1},$$

mithin $\frac{T_3}{T_2} = \frac{T_0}{T_1}$ oder $T_3 = T_0 \frac{T_2}{T_1}$. Dies in die Gleichung für η eingetragen, giebt:

$$\eta = 1 - \frac{T_0\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)}{T_1\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right)} = 1 - \frac{T_0}{T_1},$$

wofür wir nach dem Gesetz von Poisson setzen können

$$\eta = 1 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}},$$

d. h. der thermische Wirkungsgrad der Gasmaschine ist theoretisch nur abhängig von der Stärke der Kompression des Gasgemisches.

Größe des thermischen Wirkungsgrades. Die Formel für η können wir nach dem Gesetz von Poisson auch schreiben: $\eta = 1 - \left(\frac{v_1}{v_0}\right)^{\varkappa - 1}$

Nehmen wir nun an $\frac{v_1}{v_0} = \frac{1}{4}$, so ergiebt sich mit dem Werte $\varkappa = 1{,}41$ ein theoretischer Wirkungsgrad $\eta = 0{,}43$, d. h. 43 Proz. der aufgewendeten Wärme könnten bei diesem Kreisprozesse theoretisch in Arbeit umgewandelt werden.

Nun braucht ein guter Gasmotor mittlerer Größe in neuester Zeit nicht mehr als 0,5 cbm Leuchtgas pro Stunde und effektive PS. Nehmen wir an, daß 1 cbm Leuchtgas bei der Verbrennung 5200 Kal. entwickelt, so ist die während einer Stunde verbrauchte Wärmemenge Q_1 = 2600 Kal. Eine Stunden-Pferdestärke entspricht aber einer in Arbeit verwandelten Wärmemenge $(Q_1 - Q_2)$ von $75 . 60 . 60 . A$ Kal. Daraus berechnet sich also ein thatsächlicher thermischer Wirkungsgrad von

$$\eta' = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{75\ .\ 60\ .\ 60\ .\ A}{2600} = 0{,}24,$$

d. h. mehr als doppelt so hoch, wie wir ihn bei der Dampfmaschine gefunden hatten. Wenn trotzdem der Dampfmaschinenbetrieb, namentlich für größere Arbeitsleistungen, immer noch wirtschaftlich vorteilhafter ist, als der Gasmotorenbetrieb, so liegt das einzig und allein daran, daß die Kosten für das Betriebsmaterial der Dampfmaschine (die Steinkohle) bis jetzt noch bedeutend niedriger sind als die Kosten für das Betriebsmaterial des Gasmotors (das Steinkohlenleuchtgas).

Die Viertaktwirkung. Zur Verwirklichung des in Fig. 41 angegebenen Kreisprozesses könnte zunächst der Weg eingeschlagen werden, daß man das Gasgemisch in einem besonderen Cylinder komprimiert, während man die Entzündung und Expansion in einem anderen Cylinder vor sich gehen läßt. Obschon derartig wirkende Maschinen in der That gebaut worden sind, so ist doch in den überwiegend meisten Fällen die Anordnung derartig, daß sich der ganze erwähnte Kreisprozeß in einem einzigen Cylinder und zwar nur auf einer Kolbenseite abspielt, während die andere Seite des Kolbens mit der atmosphärischen Luft in Verbindung steht. Der Cylinder wirkt dann abwechselnd als Kompressionspumpe und als Kraftmaschine. Da infolge dessen immer nur bei jedem vierten Hube des Kolbens Arbeit geleistet wird, während für die drei anderen Hübe das Schwungrad Arbeit abgeben muß, so sagt man, die Maschine arbeitet im Viertakt und nennt solche Maschinen allgemein Viertaktmaschinen, auch wohl halbwirkende Maschinen, im Gegensatze zu einfach- und doppeltwirkenden Maschinen.

Wenn nun auch die Gasmaschinen, infolge der Viertaktwirkung, den Vorzug großer Einfachheit besitzen, so haften ihnen doch gerade infolge davon zwei wesentliche Mängel an. Zunächst wird es erforderlich sein, damit der Gang nicht zu unregelmäßig wird, die Maschine mit verhältnismäßig schweren Schwungrädern zu versehen, denn, wie eben erwähnt, folgen auf einen Arbeitshub mindestens immer drei Kolbenhübe, für welche das Schwungrad einen Teil der in ihm aufgespeicherten Energie wieder abgeben muß. Ein weiterer Nachteil ist der, daß das Expansionsverhältnis gleich dem Kompressionsverhältnis ist, da sowohl Expansion wie Kompression in demselben Cylinder stattfinden. Daß das ein Nachteil ist, ersieht man sofort aus dem Diagramm (Fig. 41), da am Ende der Expansion die Gase mit einer noch ziemlich erheblichen Spannung aus der Maschine entweichen, ihre Spannkraft also nicht vollständig ausgenutzt wird.

Den ersten Übelstand, den des unregelmäßigen Ganges, hat man zum größten Teile einerseits durch schwere Schwungräder, anderseits dadurch beseitigt, daß man dort, wo es auf große Regelmäßigkeit des Ganges ankommt, zwei, auch wohl mehr Cylinder auf eine und dieselbe Welle wirken läßt und zwar in der Art, daß während zweier Umdrehungen der Welle die einzelnen Abschnitte des Kreisprozesses in den einzelnen Cylindern gegen einander verschoben sind. So fällt z. B. bei Anwendung von zwei Cylindern die Kompressionsperiode in dem einen Cylinder zusammen mit der Ausstoß-

periode im anderen Cylinder, es kommt also auf jede Umdrehung der Welle eine Explosion, bei vier Cylindern kommt auf jede halbe Umdrehung der Welle eine Explosion u. s. w.

Dem zweiten Übelstande, dem der mangelhaften Ausnutzung der Expansion, hat man ebenfalls in verschiedener Weise abzuhelfen versucht, jedoch haben sich alle diese Aenderungen bis jetzt noch nicht eingebürgert.

Die verschiedenen Abschnitte des Kreisprozesses.

1. Das Ansaugen. In der Art der Ladung liegt, wie hier hervorgehoben werden mag, der ganze Unterschied zwischen den eigentlichen Gasmotoren und den Petroleum- und Benzinmotoren. Um diese letzteren Motoren nachher im Zusammenhange zu besprechen, soll daher hier nur von der Ladung bei den eigentlichen Gasmotoren die Rede sein, d. h. bei den Motoren, welche hauptsächlich mit Leuchtgas betrieben werden. Es wurde bereits oben erwähnt, wenn man Leuchtgas, in angemessener Weise mit atmosphärischer Luft vermischt, in einem geschlossenen Raume entzündet, so verbrennt es unter starker Druckentwickelung, man sagt es explodiert oder es verpufft. Diese Explosionswirkung wird dann am heftigsten sein, wenn der Sauerstoff der Luft gerade zur Verbrennung des der Luft beigemischten Gases ausreicht. Ist weniger Sauerstoff, d. h. weniger Luft vorhanden, so verbrennt nur ein Teil des Gases; ist zu viel Luft vorhanden, so wird ein Teil der entwickelten Wärme dazu benutzt, um diese überschüssige Luft zu erwärmen, die Explosionswirkung wird geringer. Sie wird schließlich ganz aufhören, das Gemisch wird nicht mehr entzündbar sein, wenn die Menge der beigemischten Luft eine bestimmte Größe überschreitet.

Die Luftmengen für die oben erwähnten Fälle sind nun verschieden, je nach der Zusammensetzung des betreffenden Leuchtgases. Im allgemeinen kann man annehmen, daß das Gasgemisch anfängt unter Druckentwickelung zu verbrennen, wenn ein Teil Gas mit einem vierfachen Luftvolumen vermischt wird. Die Mischung hört auf bei atmosphärischer Spannung entzündbar zu sein bei einer Zusammensetzung von 1 Tl. Leuchtgas und 15 Tln. Luft. Die größte Druckentwickelung liegt ungefähr bei einer Zusammensetzung von 1 Tl. Gas und etwa 5 Tln. Luft. Man darf übrigens nicht etwa nur diejenige Menge Luft den Gasen beimischen, welche, wie oben erwähnt, theoretisch zu der heftigsten Druckentwickelung nötig ist, weil es sich herausgestellt hat, daß die Gasmaschinen bei Verwendung gasärmerer Mischungen wirtschaftlich vorteilhafter arbeiten. Aus diesem Grunde pflegt man einerseits Luft im Überschuß hinzuzufügen, anderseits benutzt man auch noch den von dem vorigen Kreisprozesse im Cylinder zurückgebliebenen Rest der Auspuffgase für die Verdünnung des Gasgemisches.

Die Ladung bei den älteren Ottoschen Maschinen geschah gewöhnlich in der Weise, daß zunächst nur reine Luft angesaugt wird, dann eine Mischung von Gas und Luft und zuletzt fast nur reines Gas. Dadurch sollte bewirkt werden, daß nach der Kompression in der Nähe der Zündstelle sich ein sehr reiches Gasgemisch befindet, welches sich leicht und sicher entzündet. In neuerer Zeit ist man dagegen bestrebt, ein möglichst gleichartiges Gasgemisch

zu verwenden, da Versuche gezeigt haben, daß sich hierdurch eine raschere und vollkommenere Verbrennung erzielen läßt.

2. Die Kompression. Es ist leicht ersichtlich, daß die Größe der durch eine Explosion hervorgerufenen Energie im direkten Verhältnis steht zu der Menge des zur Explosion verwendeten Gasgemisches. Ist die Menge des Gasgemisches bei sonst gleicher Beschaffenheit doppelt so groß, so ist natürlich auch die Wirkung doppelt so groß. Um nun die Menge des Gasgemisches zu steigern, müßte man den Laderaum sehr groß, den Cylinder also sehr lang machen. Dieser lange Cylinder würde wiederum eine starke Abkühlungsfläche für die bei der Verbrennung sich bildenden heißen Gase ergeben, was natürlich einen Arbeitsverlust bedeuten würde. Wir vermeiden daher beide Übelstände, wenn wir die Gase (in der Regel auf 3 bis 4 atm) komprimieren. Ein weiterer Umstand, der die Kompression vorteilhaft erscheinen läßt, besteht in der Beschaffenheit des Gasgemisches. Dasselbe ist nämlich durchaus kein gleichförmiges, die einzelnen Glasteilchen sind von Luft umgeben, liegen nicht immer nahe bei einander und es entsteht dadurch eine große Unsicherheit der Zündwirkung. Durch die Kompression kommen die Gasteilchen näher aneinander, die Zündung wird sicherer. Aus diesem Grunde können wir aber auch gasärmere Mischungen anwenden als ohne Kompression, diese Mischungen verbrennen mit geringerer Anfangstemperatur, wir brauchen daher weniger Wärme durch das Kühlwasser abzuführen. Aus all diesen Gründen werden heute wohl ausnahmslos alle Gasmaschinen mit Verdichtung der Ladung ausgeführt.

3. Die Zündung. Die Art und Weise, in welcher die Zündung in der Gasmaschine erfolgt, ist lange Zeit ein viel umstrittener Punkt gewesen und ist auch heute noch nicht ganz klar gestellt. Thatsache ist es, daß das Verbrennen des Gasgemisches nicht augenblicklich geschieht, sondern bis in die Expansionsperiode hinein fortdauert. Otto selbst nahm als Grund hierfür die „schichtenweise Lagerung“ des Gasgemisches an, wie dies bei der Ladung besprochen wurde. Dadurch, daß an der Zündstelle ein reicheres Gasgemisch liegt, während nach dem Kolben zu immer gasärmere Schichten folgen, schreitet die Verbrennung allmählich durch die ganze Gasmenge fort. Verändert man bei konstanter Umdrehzahl der Maschine das Mischungsverhältnis zwischen Gas und Luft und läßt dann die Gasmaschine vermittelst des sogenannten Indikators die Diagramme selbst aufzeichnen, so erkennt man, daß die Zündungskurve um so allmählicher ansteigt, die Zündung also um so langsamer durch das ganze Gasgemisch fortschreitet, je schwächer man das Mischungsverhältnis werden läßt.

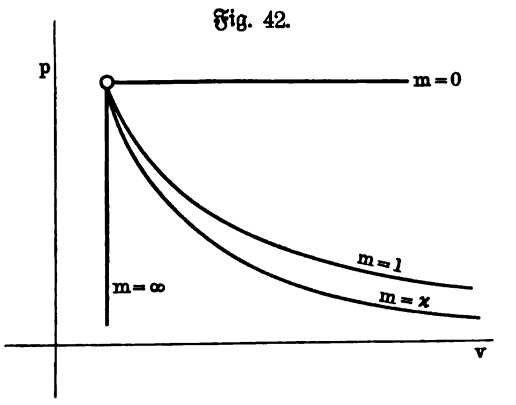
4. Die Expansion. Wir hatten oben bei der Besprechung des thermischen Wirkungsgrades der Gasmaschine angenommen, daß die Expansionskurve eine Adiabate sei, d. h. eine polytropische Kurve (S. 77), deren Exponent $m = \varkappa = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41$ ist. Ist $m = 1$, so hatten wir früher gesehen, daß dies die Kurve für isothermische Zustandsänderung ist, d. h. eine Zustandsänderung, bei welcher die Temperatur konstant bleibt. Wenn also die Kurve für die betreffende Zustandsänderung sich durch eine Gleichung von der Form

$p v^m = const$ ausdrücken läßt, so wird man aus der Größe des Exponenten m schließen können, ob während der Zustandsänderung Wärme zugeführt, Wärme abgeführt oder ob Wärme weder zugeführt noch abgeführt wird.

Denken wir uns durch einen Punkt verschiedene solche Kurven von der Form $p v^m = const$ gezogen (Fig. 42), so können wir diese Kurven in drei Klassen einteilen.

a) Die Kurven liegen in dem Gebiete zwischen $m = 0$ und $m = 1$. Für $m = 0$ wird $p = const.$ Soll nun bei zunehmendem Volumen p konstant bleiben, also Arbeit geleistet werden, so muß Wärme zugeführt werden, und da erst bei $m = 1$ die Temperatur konstant bleibt, so muß bei $m < 1$ die Temperatur zunehmen: das Gas wird erhitzt.

Fig. 42.



b) Die Kurven liegen in dem Gebiete zwischen $m = 1$ und $m = x$. Hier wird Arbeit geleistet auf Kosten der vorhandenen Wärme. Es ist immer noch Wärmezufuhr erforderlich, aber die Zufuhr ist nicht so groß, daß davon die geleistete Arbeit gedeckt werden könnte, es muß noch die innere Wärme in Anspruch genommen werden. Erst bei $m = x$ geschieht die Arbeitsleistung ohne Zufuhr von Wärme lediglich auf Kosten der inneren Wärme des Gases.

c) Die Kurven liegen unterhalb der Kurve $m = x$, in dem Raume zwischen $m = x$ und $m = \infty$. Hier wird Arbeit geleistet auf Kosten der inneren Wärme, aber da die Temperatur tiefer sinkt als dies bei $m = x$ der Fall ist, wo die gesamte innere Wärme zur Arbeitsleistung verwendet wird, so folgt daraus, daß hier Wärme abgeführt wird, d. h. wir haben eine Arbeitsleistung unter Wärmeabführung.

Liegt nun eine Kurve vor, von welcher man weiß, daß sie das Gesetz $p v^m = const$ befolgt, so läßt sich der Exponent m sehr leicht in folgender Weise berechnen. Man ermittelt für zwei Punkte der Kurve das zugehörige p und v, also etwa $p_1 v_1$ und $p_2 v_2$, dann ist:

$$p_1 v_1^m = p_2 v_2^m$$

oder

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^m;$$

$$\log p_1 - \log p_2 = m (\log v_2 - \log v_1)$$

und daraus

$$m = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1}.$$

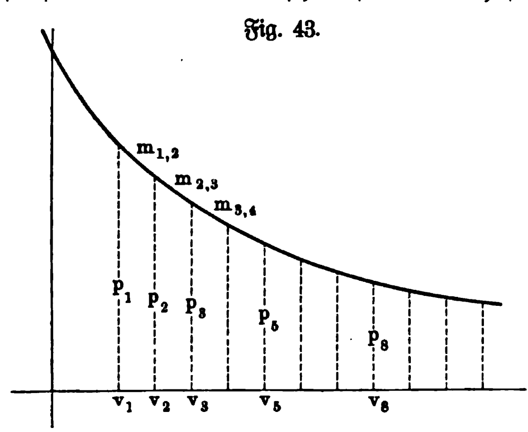
Weiß man dagegen nicht ob die Kurve überhaupt das Gesetz $p v^m = const.$ befolgt, so kann man in folgender Weise vorgehen. Man zerlegt ein Kurven-

stück bezw. die ganze Kurve in kleine Kurvenstückchen (Fig. 43) und ermittelt für diese kleinen Kurvenstückchen nach dem oben angegebenen Verfahren die einzelnen Werte für m, also $m_{1,2}$, $m_{2,3}$, $m_{3,4}$ ...., unter der Annahme, daß diese kleinen Kurvenstückchen für sich das Gesetz $pv^m = const$ befolgen.

Man ersieht dann sehr leicht, ob sich mit genügender Annäherung für die ganze Kurve etwa ein mittlerer Wert von m angeben läßt oder man erkennt, in welches der oben angegebenen drei Gebiete die einzelnen Teile der Kurve fallen.

Bei der Untersuchung einer von dem Indikator aufgezeichneten Expansionskurve der Gasmaschine fand Slaby folgende Werte:

Fig. 43.



$m_{2,3} = 1{,}601$,
$m_{3,4} = 1{,}544$,
$m_{4,5} = 1{,}500$,
$m_{5,6} = 1{,}560$,
$m_{6,7} = 1{,}628$,
$m_{7,8} = 1{,}650$,
$m_{8,9} = 1{,}655$.

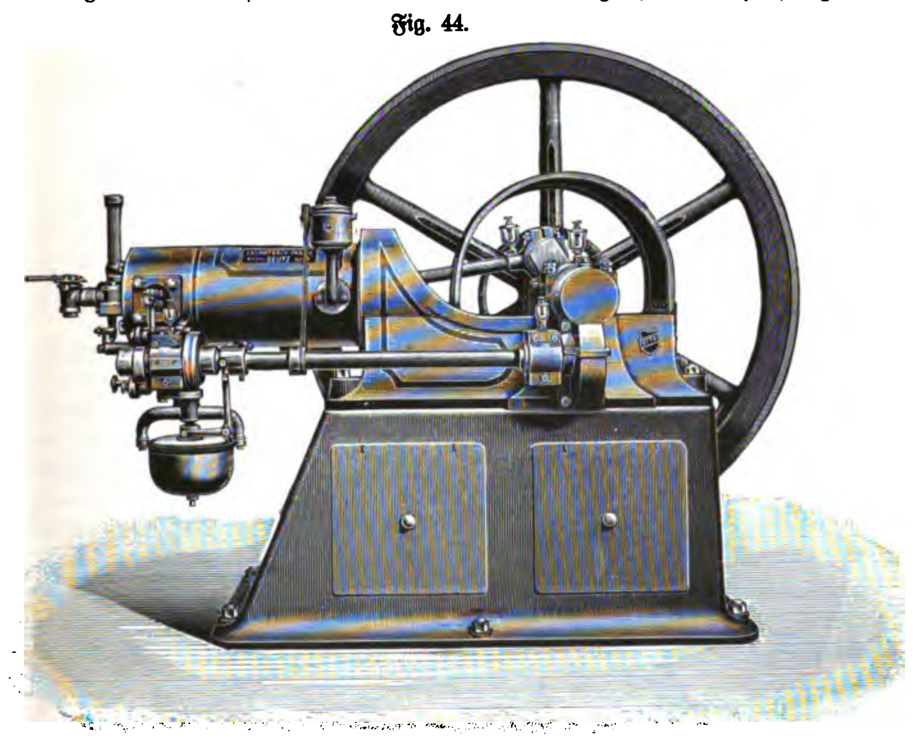
Der Exponent fällt also zunächst sehr schnell. Da er $> \varkappa$ ist, so folgt daraus, daß bei Beginn der Expansion eine lebhafte Abführung von Wärme in das Kühlwasser stattfindet, die allmählich abnimmt. Der Grund hierfür ist offenbar die sehr hohe Temperatur der Gase. In der zweiten Hälfte wird die Wärmeabführung wieder lebhafter. Der Grund ist leicht ersichtlich der, daß der Kolben gegen das Ende des Hubes langsamer geht und die Gase mit den stark gekühlten Wandungen in Berührung treten.

5. Die Entleerung. Bei dem letzten Abschnitte des Kreisprozesses, bei der Entleerung, geht ein beträchtlicher Teil von Energie nutzlos verloren, denn, wenn der Kolben etwa neun Zehntel seines Hubes zurückgelegt hat, öffnet sich bereits das Auslaßventil, während die Expansion der Verbrennungsgase in diesem Punkte bei den Ottoschen Maschinen erst bis auf etwa 3 atm herabgesunken ist und auch die Temperatur der Gase noch eine sehr bedeutende ist. Nun sind allerdings Versuche gemacht worden, diese Verluste dadurch zu vermeiden, daß man sogenannte Verbundmaschinen baute, d. h. Maschinen, bei welchen die Gase, nachdem sie einen Teil der Arbeit verrichtet, in einen zweiten Cylinder übergeführt werden und hier unter weitgehender Expansion ihre Spannung und Temperatur möglichst vollständig verlieren. Der Ausführung dieser Versuche stellen sich aber sehr große praktische Schwierigkeiten entgegen, welche vollständig zu überwinden bis jetzt noch nicht gelungen ist. Trotzdem ist aber begründete Aussicht vorhanden, daß die Wärmeausnützung in der Gasmaschine eine noch viel vollkommenere werden wird. Man hofft, den Gasverbrauch pro effektive Stundenpferdekraft bis auf 300 Liter herabzuziehen und in diesem Falle könnte dann die Gas-

maschine selbst mit den besten größeren Dampfmaschinen in Wettbewerb treten, zumal eine wesentliche Verbesserung der Wärmeausnutzung bei der Dampfmaschine kaum mehr zu erwarten steht.

Die allgemeine Anordnung der Gasmaschinen, wie sie in neuerer Zeit von der Deutzer Gasmotorenfabrik gebaut werden, zeigt Fig. 44. An einem sich breit auflagernden Maschinenrahmen sitzt der mit dem Kühlwassermantel aus einem Stücke gegossene Cylinder. In demselben bewegt sich ein langer, mit gußeisernen Dichtungsringen versehener hohler Kolben, in welchem gleichzeitig der eine Angriffspunkt der Schubstange liegt. Auf diese Weise ist eine besondere Gradführung erspart, wodurch die Maschinen von sehr gedrungener Bauart sind. Mit dem anderen Ende greift die Schubstange an

Fig. 44.



der gekröpften Welle an, auf welcher ein, oder bei großen Maschinen zwei Schwungräder, gewöhnlich „fliegend“, d. h. nur mit einseitiger Lagerung, befestigt sind.

Auf der dem Maschinenrahmen abgewendeten Seite ist der Cylinder durch ein eigenes Stück, den sogenannten Cylindervorkopf, geschlossen. Derselbe dient zur Aufnahme der Ventile und der Zündvorrichtung und enthält gleichzeitig den Laderaum, d. h. denjenigen Raum, in welchem bei beendeter Kompression das verdichtete Gasgemisch eingeschlossen ist.

Parallel zur Cylinderachse läuft an der Maschine entlang die Steuerwelle, auf welcher unrunde Scheiben sitzen, vermittelst deren das Öffnen und Schließen der einzelnen Ventile bethätigt wird. Da die einzelnen Abschnitte

des Arbeitsvorganges bei je zwei Umdrehungen der Maschine nur einmal vorkommen, wird diese Steuerwelle durch ein paar Schraubenräder mit der Übersetzung 1 : 2 in der Weise angetrieben, daß die Steuerwelle sich einmal umdreht, wenn die Maschinenwelle zwei Umdrehungen macht.

Die Figuren 45 bis 48 zeigen die einzelnen Ventile, ihre Anordnung und ihre Bewegung. Um den Gasgehalt des Gemisches nach Belieben mit

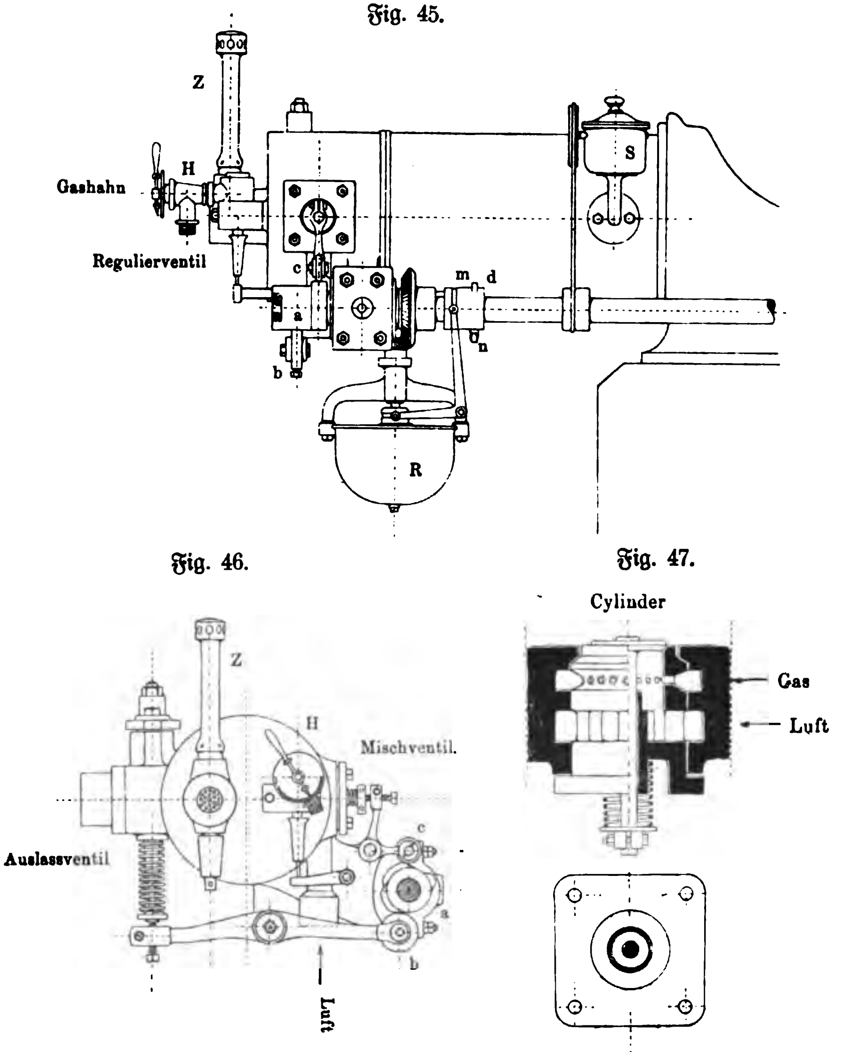


Fig. 45.

Fig. 46.

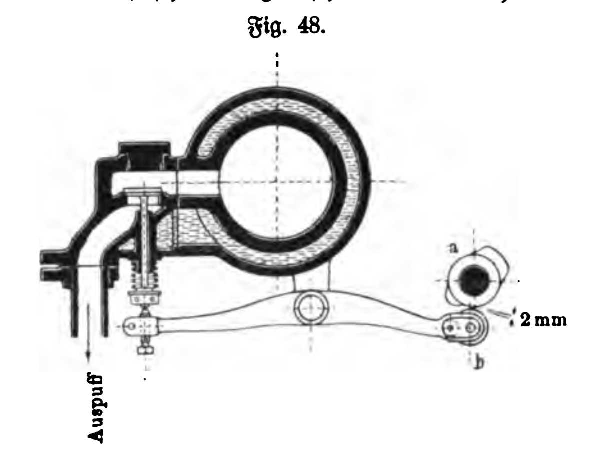
Fig. 47.

der Hand einstellen zu können, dient der Gashahn *H*. Bei jeder Ladung öffnet sich nun das sogenannte Regulierventil, das Gas strömt von hier aus in das Mischventil (Fig. 47) und wird von hier aus bei Öffnung des Ventiles gleichzeitig mit der Luft in den Cylinder eingesaugt.

Die Steuerung des Auslaßventiles zeigt Fig. 48. Der zweite kleinere Nocken auf der unrunden Scheibe *a* tritt nur dann (zugleich mit dem größeren Nocken) in Wirksamkeit, wenn die Laufrolle *b* auf ihrer Achse seitlich gegen ihre normale Stellung etwas verschoben wird. Diese Vorrichtung dient dazu, beim Anlassen des Gasmotors das Auslaßventil auch während der Kompressionsperiode ein klein wenig zu öffnen. Dadurch wird die Kompression vermindert und somit das Umdrehen der Maschine erleichtert. Erst wenn nach einigen schnellen Umdrehungen, die von der Hand bewirkt werden müssen, Zündungen eingetreten sind, wird die Rolle *b* wieder in ihre normale Lage zurückgebracht und dadurch der kleinere Nocken außer Wirksamkeit gesetzt.

Die Zündung des Gasgemisches wird dadurch hervorgebracht, daß durch die Kompression ein Teil des frischen Gasgemisches in ein am hinteren Ende des Cylindervorkopfes befestigtes, gewöhnlich aus Porzellan bestehendes Röhrchen hineingedrückt wird, welches durch eine in einem kleinen Kamine *Z* brennende Gasflamme ständig glühend erhalten wird.

Fig. 48.



Erwähnenswert ist ferner die Art der Regulierung. Dieselbe geschieht nämlich gewöhnlich in der Weise, daß der Kolben, wenn die Maschine zu rasch läuft, ein oder mehrere Male hintereinander nur reine Luft ansaugt. Dies wird dadurch erreicht, daß der in dem Gehäuse *R* (Fig. 45) steckende Regulator die unrunde Scheibe *d* zur Seite schiebt. Dadurch geht der auf der Scheibe sitzende Nocken *m* an dem das Gaseinströmventil (Regulierventil) öffnenden Hebel *n* vorbei, das Ventil bleibt geschlossen, der Kolben saugt durch das Mischventil nur reine Luft an, die Zündung bleibt aus.

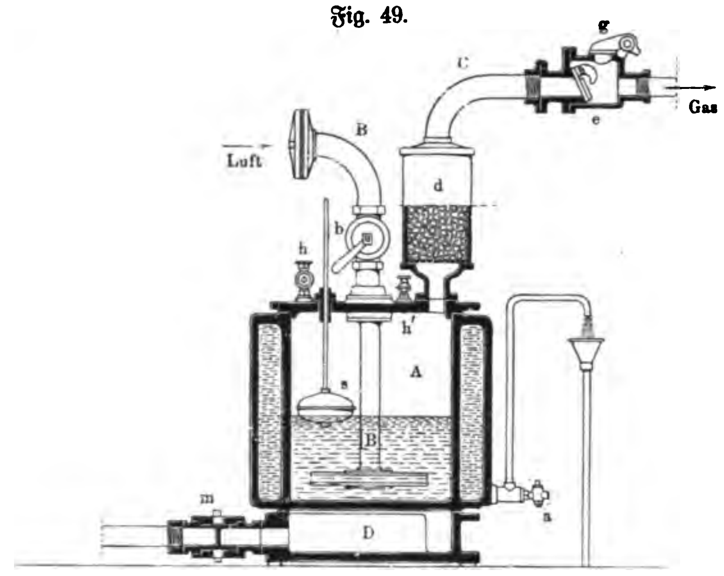
19. Petroleum- und Benzinmotoren. Die Gasmotoren im engeren Sinne, d. h. die Leuchtgasmotoren, haben trotz ihrer großen Einfachheit und trotz ihrer vielen Vorzüge den Nachteil, daß ihre Benutzung an das Vorhandensein einer Gasanstalt gebunden ist. Diesen Übelstand vermeidet die zweite Art der Gasmaschinen, die Petroleum- und Benzinmotoren.

Diese Maschinen unterscheiden sich, wie oben erwähnt, von den eigentlichen Gasmaschinen einzig und allein durch die Vorrichtungen, welche dazu dienen, das Explosionsgemisch herzustellen, denn während das Gas den Leuchtgasmotoren von einer Zentrale fertig zuströmt, wird es in den Petroleum- und Benzinmotoren für jeden Hub erst eigens gebildet, es sind daher einzig und allein diese Vorrichtungen, welche kurz besprochen werden sollen. Der sonstige Bau

der Maschinen, der Arbeitsvorgang im Cylinder, die Regulierung, kurz alles andere stimmt vollständig mit den Leuchtgasmotoren überein.

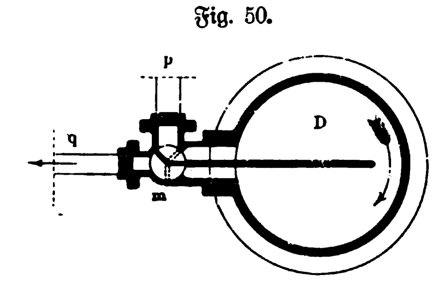
Die Vorrichtungen zur Bildung des Gasgemisches sind nun wesentlich verschieden, je nach der Flüssigkeit, welche zur Bildung des Gases verwendet wird. Diese Flüssigkeiten sind entweder das Benzin oder das gewöhnliche

Fig. 49.



Lampenpetroleum. Beides sind Destillationsprodukte des Rohpetroleums und unterscheiden sich einmal durch ihr specifisches Gewicht, welches beim Benzin im Mittel 0,7, beim Petroleum dagegen 0,8 $\sim$ 0,825 beträgt, dann aber durch ihre größere und geringere Flüchtigkeit. Während nämlich das aus dem Rohpetroleum bei Temperaturen von 80 bis 100° überdestillierende Benzin schon bei gewöhnlicher Temperatur verdunstet und so mit atmosphärischer Luft ein stark explosibles Gemisch bildet, beginnt das bei Temperaturen zwischen 170 bis 300° C. überdestillierende Lampenpetroleum erst bei einer Temperatur von ca. 30° zu verdunsten. Ein brennendes Streichholz, welches man in Petroleum von gewöhnlicher Lufttemperatur wirft, muß sofort verlöschen.

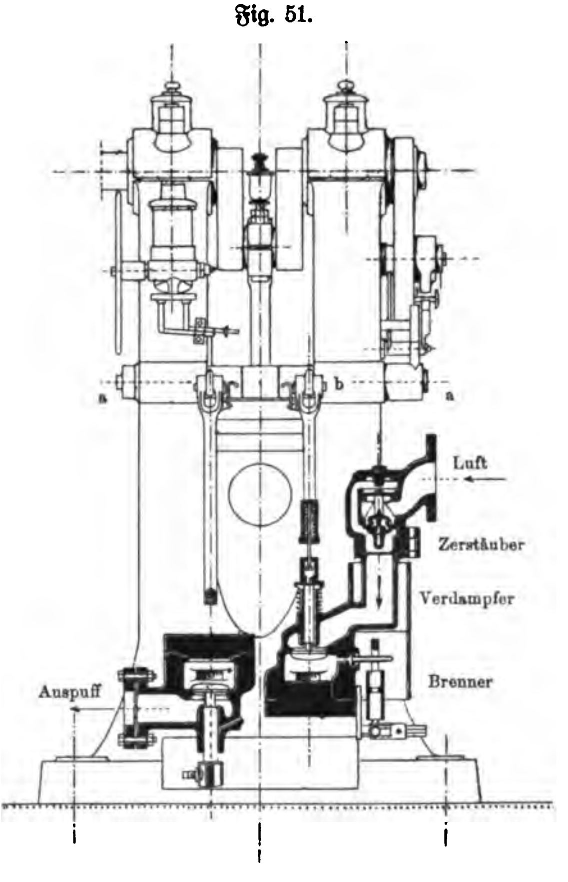
Fig. 50.



Die Bildung des Explosionsgemisches wird daher bei **Benzinmotoren** besonders einfach sein. Sie geschieht in den meisten Fällen einfach in der Weise, daß die atmosphärische Luft durch einen Vorrat von Benzin hindurch angesaugt wird. Sie sättigt sich dadurch mit Benzindämpfen, und das auf diese Weise gebildete Explosionsgemisch kann dann ohne weiteres in der Maschine verwendet werden. In Fig. 49 und 50 ist ein solcher **Benzin**-

gaserzeuger dargestellt, wie er von der Deutzer Gasmotorenfabrik für ihre Benzinmotoren verwendet wird. Die Luft wird vermittelst des Rohres *B* durch eine Schicht von Benzin hindurchgesaugt, sättigt sich dabei mit Benzindämpfen, und dieses Gemisch geht dann, nachdem es einen mit Kieselsteinchen angefüllten Kasten *d*, sowie ein Rückschlagventil *e* durchströmt hat, nach der Maschine. Das eben erwähnte Gefäß *d* sowie das Ventil *e* sind Sicherheitsvorrichtungen, um ein Zurückschlagen der Flamme in das Benzingefäß auf alle Fälle zu verhindern. Einem ähnlichen Sicherheitszwecke dienen mehrere engmaschige Drahtsiebe, welche oben in dem Kopfe des Rohres *B* eingefügt sind. Der Schwimmer *s* dient dazu, um zu erkennen, wie hoch das Benzin im Gefäße steht. Das Gefäß ist mit einem Wassermantel umgeben, um bei geringer Temperatur das Benzin anwärmen zu können. Zu demselben Zwecke dient auch der untere Teil *D* des Gefäßes: durch eine passende Drehung des Hahnes *m* (Fig. 50) kann man entweder ganz, teilweise oder gar nicht die heißen Auspuffgase des Motors hindurchstreichen lassen, und auf diese Weise eine lebhaftere Verdunstung des Benzininhaltes herbeiführen.

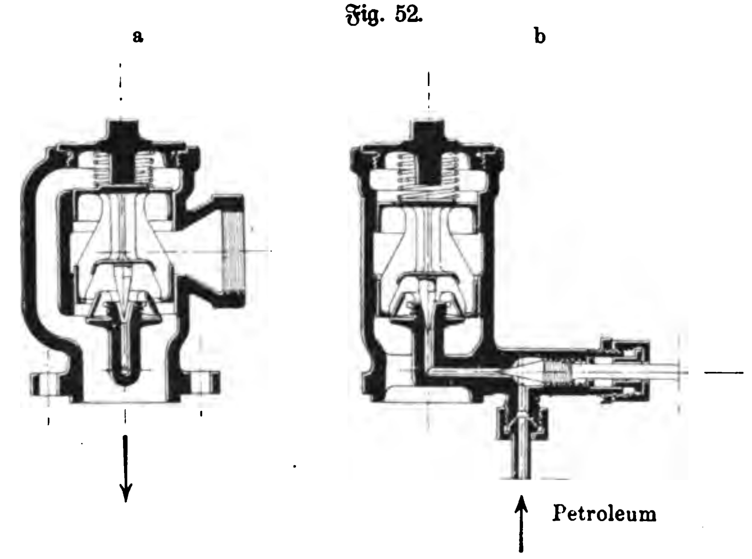
Fig. 51.



Weniger einfach ist die Herstellung des Explosionsgemisches beim Petroleum. Hier muß der Dampf erst durch Erhitzen des Petroleums gebildet werden, und zwar geschieht das in der Weise, daß eine kleine, abgemessene Menge Petroleum bei jedem Hube angesaugt wird, in geeigneter Weise fein zerstäubt wird und dann in einem besonderen geheizten Raume, dem sogenannten Verdampfer, in Dampf verwandelt wird. Fig. 51 u. 52 stellen eine derartige Vorrichtung dar, wie sie von Gebrüder Körting bei den von ihnen gebauten stehenden Petroleummotoren angewendet wird. Fig. 52 (a. f. S.) zeigt das Zerstäuberventil in vergrößertem Maßstabe. Saugt der Maschinenkolben, so hebt infolge der Differenz der oberen und unteren Fläche der Druck

der äußeren Luft das Doppelventil in die Höhe, dadurch öffnet sich das mit einem spitzen Kegel verschlossene Petroleumzuführungsrohr, und es wird gleichzeitig Petroleum mit Luft zusammen angesaugt. Das Petroleum spritzt gegen eine an dem Doppelventile angebrachte Platte, wird von der mit großer Gewalt einströmenden Luft vollends zerstäubt und kommt so als feiner Staub in den durch eine Flamme erhitzen Verdampfer (Fig. 51), wo es in Dampf

Fig. 52.



verwandelt wird, um mit der eingesaugten Luft als Explosionsgemisch in den Cylinder zu gelangen.

Näher auf die Konstruktion der Petroleum- und Benzinmotoren einzugehen, ist hier nicht der Platz. Es sei hier nur noch erwähnt, daß der Verbrauch an Brennmaterial bei gut gebauten Maschinen im Mittel beträgt

bei Petroleum 0,5 Liter = 0,41 kg pro Stunde und effektive Pferdekraft,
bei Benzin 0,6 Liter = 0,42 " " " " " "

woraus sich durch Multiplikation mit dem jeweiligen örtlichen Preise des Petroleums bezw. Benzins die Kosten für eine effektive Stundenpferdekraft ermitteln lassen.

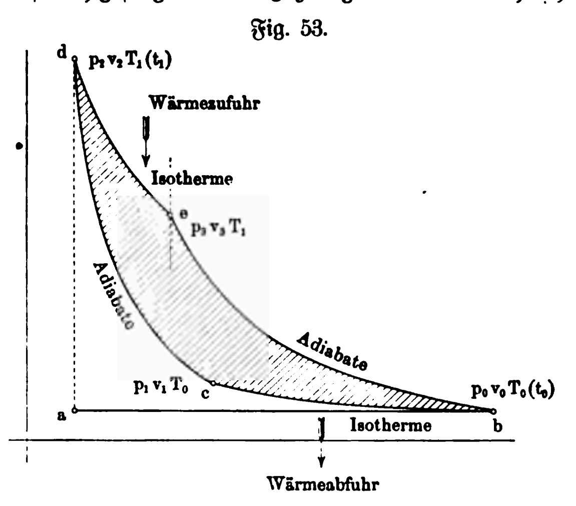
20. Der Dieselmotor. Zu den Gasmaschinen ist nun auch eine in neuester Zeit konstruierte Wärmekraftmaschine zu rechnen, welche sich möglicherweise von großer Bedeutung für die Praxis erweisen wird, da sich in ihr nach den bis jetzt angestellten Versuchen eine so vorzügliche Wärmeausnutzung verwirklichen läßt, wie sie bis vor ganz kurzer Zeit noch bei keiner Wärmekraftmaschine erreicht wurde. Es ist der nach seinem Erbauer genannte Dieselmotor.

Wenn die Wärmeausnutzung bei den neueren Gasmaschinen auch eine wesentlich vollkommenere ist als bei allen früheren Wärmekraftmaschinen, so ist sie doch immer noch ziemlich gering infolge einiger Übelstände, welche in der ganzen Wirkungsweise der Gasmaschine begründet sind. So ist es z. B.

gar nicht zu vermeiden, daß infolge der Vermischung von Gas und Luft das ganze Gemisch sich außerordentlich rasch entzündet. Die infolge davon eingetretene hohe Temperatursteigerung bedingt eine sehr wirksame Cylinderkühlung und damit eine Quelle bedeutender Wärmeverluste. Diese und andere Übelstände suchte nun Diesel zu umgehen, indem er in seinem stehenden Motor folgenden Arbeitsvorgang zu verwirklichen strebte, der durch das nebenstehende Diagramm (Fig. 53) erläutert wird.

Der Arbeitskolben der stehenden Maschine saugt auf seinem Niedergange (*ab*) reine atmosphärische Luft an und verdichtet sie beim Aufwärtsgehen zunächst isothermisch (*bc*), dann adiabatisch (*cd*) so stark, daß ihre Temperatur bis über die Entzündungstemperatur des verwendeten Brennstoffes (Leuchtgas, Staub von Erdöl, Benzin, ja selbst Kohlenstaub) gesteigert wird. Jetzt beginnt die allmähliche Zuführung des Brennstoffes, die dann während eines Teiles des Kolbenniederganges fortdauert (*de*) und zwar in der Weise, daß die Verbrennung, das heißt die Wärmezuführung, annähernd unter gleicher Temperatur stattfindet. Dann hört die Brennstoffzufuhr auf, die Gase expandieren adiabatisch (*eb*) ungefähr bis auf den atmosphärischen Druck, sie werden dadurch wieder stark abgekühlt und verlassen die Maschine unter einem möglichst geringen Wärmeverluste.

Fig. 53.



Damit wäre aber der Kreisprozeß zu einem vollkommenen Carnotschen Kreisprozeß geworden. Wenn nun auch Diesel den oben geschilderten Arbeitsvorgang in seinem Motor nur teilweise zu verwirklichen vermochte, da z. B. die Verbrennung durchaus nicht isothermisch ist und auch eine Cylinderkühlung durch Wasser sich nicht, wie erwartet, als überflüssig herausgestellt hat, so zeigen doch die neuesten, einwandfrei angestellten Versuche am Dieselmotor eine so vorzügliche Ausnutzung des Brennstoffes, wie sie erst in allerjüngster Zeit von den besten Gasmaschinen und Petroleummaschinen erreicht wurde.

Ob aber der Dieselmotor in der That imstande sein wird, die anderen Wärmekraftmaschinen, namentlich die Gasmaschinen, zu verdrängen, muß erst die Erfahrung lehren. Bedenklich erscheinen bis jetzt noch die hohen Herstellungskosten der Maschine und ihr geringer mechanischer Wirkungsgrad, der auf die Abnutzung der Maschine von nicht zu unterschätzender Bedeutung sein dürfte.

21. Dampfmaschinen. Diejenigen Maschinen, welche durch die Spannkraft des Wasserdampfes in Bewegung gesetzt werden, heißen Dampfmaschinen.

Sie zerfallen, je nach der Wirkung des Dampfes, in Maschinen mit hin- und hergehendem, und in Maschinen mit rotierendem Kraftaufnehmer. Die Dampfmaschinen mit rotierendem Kraftaufnehmer, d. h. diejenigen Maschinen, bei welchen der Dampf unmittelbar eine drehende Bewegung erzeugt, bilden die Ausnahme. Die Regel bilden die Dampfmaschinen mit hin- und hergehendem Kraftaufnehmer, und zwar besteht dieser Kraftaufnehmer aus einem Kolben, welcher sich in einem Cylinder bewegt, weshalb diese Gattung von Dampfmaschinen gewöhnlich Kolbendampfmaschinen genannt wird. Diese hin- und hergehende Bewegung des Kolbens wird dann entweder durch Zwischengetriebe in eine drehende Bewegung umgesetzt oder sie kann auch direkt zum Antriebe von Pumpen und Gebläsen benutzt werden.

Bewirkt der Dampf die hin- und die hergehende Bewegung, wirkt er also wechselseitig gegen beide Kolbenflächen, so heißt die Maschine doppeltwirkend. Wird dagegen nur eine der beiden Kolbenbewegungen durch den Dampf hervorgebracht, die andere aber durch ein niedersinkendes Gewicht erzeugt oder durch die Arbeit, die in einem Schwungrade aufgespeichert wurde, so heißt die Maschine einfachwirkend. Die doppeltwirkenden Dampfmaschinen bilden wegen der größeren Gleichmäßigkeit in ihrer Bewegung die Regel. Einfachwirkende Dampfmaschinen werden meist nur dann verwendet, wenn es sich darum handelt, Gewichte zu heben, wie z. B. bei Bergwerkspumpen mit schweren Gestängen, Dampframmen u. dergl., sie werden aber auch sonst noch in neuerer Zeit vielfach ausgeführt. Ein Beispiel hierfür bilden die Schmidtsche Heißdampfmaschine, die Maschine von Westinghouse u. a.

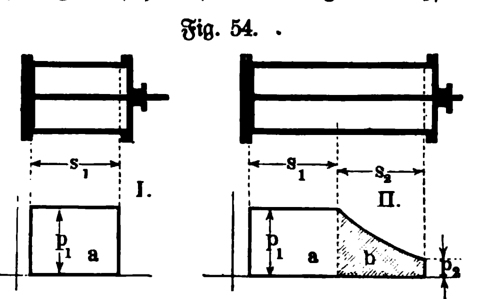
Die Zahl der verschiedenen Arten und Systeme von Kolbendampfmaschinen ist eine außerordentlich große, namentlich aus dem Grunde, weil sich die verschiedenen Gattungen in beliebiger Weise miteinander vereinigen lassen. Es können daher hier nur die hauptsächlichsten Arten angeführt werden, und zwar zunächst mit Rücksicht auf die verschiedenen im Cylinder sich abspielenden Arbeitsvorgänge. Später sollen dann die mannigfachen äußeren Gestalten in ihren hauptsächlichsten Arten kurz besprochen werden.

1. Volldruckmaschinen und Expansionsmaschinen. Die einfachste Art, den Dampf auf den Kolben wirken zu lassen, besteht darin, daß man Dampf auf dem ganzen Kolbenwege in den Cylinder einströmen läßt. Man nennt solche Maschinen Volldruckmaschinen. Sie werden nur in seltenen Fällen angewendet, da diese Wirkungsweise eine sehr kostspielige ist gegenüber den Expansionsmaschinen, d. h. denjenigen Maschinen, in welchen der Cylinder bei jedem Hube nur teilweise gefüllt wird, während dann die Expansion, d. h. das Ausdehnungsbestreben des Dampfes, den Kolben während des letzten Teiles seines Weges vorwärts treibt.

Daß durch die Expansion des Dampfes eine wesentliche Ersparnis erzielt wird, ergiebt sich leicht aus folgender Betrachtung: Denken wir uns zwei Dampfcylinder (Fig. 54) von gleichem Querschnitte, aber ungleicher Länge. In beiden Cylindern bewege sich ein Kolben, und zwar sei der Hub des Kolbens im kleineren Cylinder $= s_1$, im zweiten Cylinder $= s_1 + s_2$. Auf beide Kolben drücke während des Weges s_1 der Dampf mit seiner vollen Spannung p, während die andere Seite des Kolbens mit einem luftleeren Raume in Ver-

bindung stehe. Tragen wir nun (Fig. 54) in einem rechtwinkligen Koordinatensysteme die aufeinander folgenden Kolbenstellungen als Abscissen, die zugehörigen Spannungen als Ordinaten auf, so stellt das Rechteck $a = p_1 . s_1$ die Größe der von dem Kolben auf dem Wege s_1 verrichteten Arbeit dar. Diese Arbeit ist offenbar in beiden Cylindern gleich groß. Während ich aber in dem Cylinder I den Dampf jetzt ins Freie entweichen lasse, lasse ich den Dampf in dem Cylinder II expandieren. Seine Spannung nimmt allerdings dabei allmählich von p_1 bis p_2 ab, er verrichtet aber während dieser Expansion noch Arbeit und zwar von der Größe, wie sie durch die schraffierte Fläche b dargestellt wird. Nehmen wir etwa an, daß diese Fläche b gerade so groß ist wie das Rechteck $a = p_1 . s_1$, so ergiebt sich, daß wir infolge der Expansion in dem Cylinder II mit derselben Menge Dampf, d. h. mit derselben aufgewendeten Wärmemenge, die doppelte Arbeit geleistet haben wie in dem Cylinder I. Das Verhältnis zwischen den Strecken s_1 und $s_1 + s_2$, also das Verhältnis $\frac{s_1}{s_1 + s_2}$ nennt man das Expansionsverhältnis

Fig. 54.



und spricht dann je nachdem $\frac{s_1}{s_1 + s_2} = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \cdots$ von 2-, 3-, 4-... facher Expansion oder von halber, drittel, viertel u. s. w. Füllung des Cylinders. Nimmt man an, daß die Spannungen des Dampfes während der Expansionsperiode nach dem Gesetze von Mariotte abnehmen und nimmt man ferner an, daß auf der anderen Seite des Kolbens gar kein Gegendruck herrscht, also etwa bei vollkommener Kondensation des auf der anderen Seite befindlichen Dampfes, so ergeben sich für die verschiedenen Füllungsgrade folgende Größen der Flächen b (d. h. der gewonnenen Arbeit) gegenüber der Volldruckarbeit, dargestellt durch die Fläche $a = 1$:

$$\text{für } \frac{s_1}{s_1 + s_2} = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}$$

wird $b = 0$, 0,693, 1,099, 1,368, 1,609, 1,729, 1,946, 2,079, 2,179, 2,303,

demnach $a + b = 1$, 1,693, 2,099, 2,368, 2,609, 2,729, 2,946, 3,079, 3,179, 3,303,

also z. B. bei viertel Füllung oder bei vierfacher Expansion haben wir ohne neuen Wärmeaufwand lediglich durch Expansion des Dampfes 2,368 mal soviel Arbeit erhalten, als wenn wir den Dampf nur auf der Strecke s_1 mit Volldruck hätten wirken lassen.

2. **Mehrstufige Expansion.** Geht man mit der Expansion in einem Cylinder sehr weit, läßt man also den Dampf sich in *einem* Cylinder um das 5, 6, 7 ... fache ausdehnen, so stellen sich andere Übelstände ein, die eine Abänderung des Vorganges rätlich erscheinen lassen. Während der Expansion verliert nämlich der Dampf nicht nur an Spannung, sondern

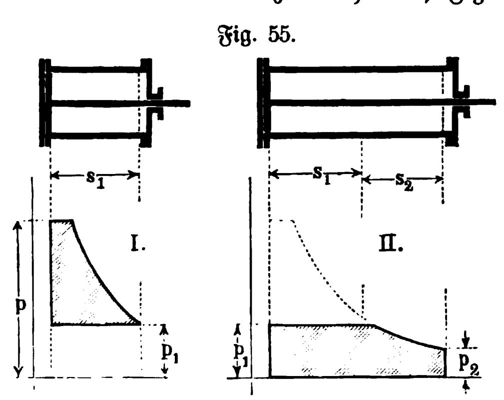
auch an Temperatur, und zwar um so mehr, je weiter er expandiert. Eine Folge davon ist, daß auch das Innere des Cylinders entsprechend abgekühlt wird. Tritt nun neuer Dampf mit hoher Spannung in diesen verhältnismäßig kühlen Cylinderraum, so wird er infolge des hohen Temperaturunterschiedes sehr rasch einen Teil seiner Wärme und damit seiner Spannung verlieren, was natürlich gleichbedeutend ist mit Arbeitsverlust.

Ein zweiter Übelstand bei sehr weitgehender Expansion in einem Cylinder besteht in der sehr stark schwankenden Kraftäußerung. Während zuerst auf den Kolben ein sehr hoher Druck ausgeübt wird, nimmt dieser Druck im Verlaufe der Expansion sehr stark ab. Die Folge wird sein eine entsprechende Unregelmäßigkeit der Kolbenbewegung und damit zusammenhängend ein unregelmäßiger Gang der Maschine.

Ein dritter Übelstand endlich besteht in dem hohen Drucke, welchen das ganze Gestänge der Maschine, also Kolben, Kolbenstange Schubstange, Kurbelzapfen u. s. w. auszuhalten hat, und dieser Druck wird natürlich um so höher, je höher die Anfangsspannung des Dampfes ist. Die Folge ist, daß alle diese Teile sehr stark ausgeführt werden müssen, was die Maschine erstens verteuert und auch sonst für den ruhigen Gang der Maschine nicht vorteilhaft ist, da diese großen Massen bei jedem Hube des Kolbens immer wieder beschleunigt und verzögert werden müssen.

Alle diese Übelstände mildert man dadurch, daß man die Expansion nicht in einem Cylinder, sondern in zwei oder mehreren Cylindern sich abspielen läßt. Die Art und Weise, in welcher das geschieht, ist folgende: Denken wir uns wieder zwei Cylinder, Fig. 55, von gleichem Querschnitte, aber verschiedener Länge. Der Hub des einen Kolbens betrage wieder s_1, der des anderen Kolbens $s_1 + s_2$. In den ersten Cylinder lasse ich nun Dampf z. B. von der Spannung p einströmen, sperre ihn nach einer gewissen Zeit ab und lasse ihn in dem Cylinder expandieren bis zum Ende des Kolbenhubes s_1, wobei seine Spannung auf p_1 gesunken sein mag. Auf dem Rückwege des Kolbens I lasse ich den Dampf nicht ins Freie ausströmen, sondern in einen zweiten Cylinder II von demselben Querschnitt. Ist der Kolben I wieder in seiner ersten Endlage angekommen, so hat der Kolben II auch den Weg s_1 zurückgelegt. Wir sperren nun die Verbindung zwischen den beiden Cylindern ab und lassen den Dampf, der immer noch die Spannung p_1 hat, in dem zweiten Cylinder beliebig weit, also etwa bis zur Spannung p_2 expandieren. Den Cylinder I nennt man dann Hochdruckcylinder, den Cylinder II Niederdruckcylinder.

Fig. 55.

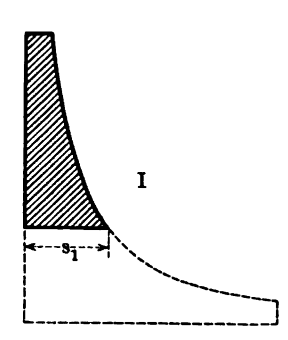


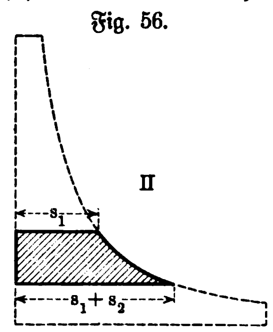
Was wir durch die zweistufige Expansion erreicht haben, ist nun nichts

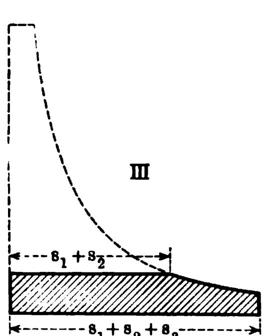
Anderes, als daß wir die durch das Gesamtdiagramm dargestellte Arbeit in zwei Teile zerlegt haben und je einen Teil in einem besonderen Cylinder zur Wirkung gebracht haben.

Ganz entsprechend kann man die Arbeit auch in drei oder vier Teile teilen und spricht dann von Maschinen mit drei- oder vierfacher Expansion. Bei einer Dreifach-Expansionsmaschine z. B. wäre die Arbeitsverteilung ungefähr so, wie sie durch die drei nebenstehenden Diagramme, Fig. 56, veranschaulicht wird. Hier müßten wir natürlich drei Cylinder haben, deren Längen sich bei gleichem Durchmesser verhalten müßten wie $s_1 : s_1 + s_2 : s_1 + s_2 + s_3$. Da man aus praktischen Gründen gewöhnlich alle Cylinder gleich lang macht, so folgt daraus, daß sich bei der Zweifach-Expansionsmaschine (Fig. 55) die Querschnitte der beiden Cylinder verhalten müßten wie $s_1 : s_1 + s_2$, während im zweiten Falle, bei der Dreifach-Expansionsmaschine (Fig. 56), sich die Querschnitte der drei Cylinder verhalten müssen wie

Fig. 56.







$s : s_1 + s_2 : s_1 + s_2 + s_3$. Man bezeichnet dann die drei Cylinder I, II, III gewöhnlich mit den Namen Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruckcylinder.

Durch eine solche mehrstufige Expansion haben wir nun in der That die oben erwähnten drei Übelstände wesentlich verringert. Betrachten wir z. B. die zweistufige Expansion und nehmen wir an, es sei $p = 7$ atm, $p_1 = 3$ atm, $p_2 = 1$ atm. Gesättigter Wasserdampf von 7 atm hat aber eine Temperatur von 164°, der von 3 atm eine solche von 132°, der von 1 atm eine Temperatur von 100°. Hätten wir die ganze Expansion in einem einzigen Cylinder vollführt, so hätten wir in dem Cylinder bei jedem Hubwechsel des Kolbens einen Temperaturwechsel von über 60°, während wir bei zweistufiger Expansion jedesmal nur einen Temperaturwechsel von etwa 30° haben. Daß auch der zweite Übelstand, das starke Schwanken der Kraftäußerung, bedeutend verringert ist, ergiebt sich ohne weiteres aus der Betrachtung der beiden Diagramme (Fig. 55). Auch die größten Drucke auf den Kolben sind jetzt wesentlich kleiner. Denn während sie bei einstufiger Expansion p kg auf den Quadratcentimeter Kolbenfläche betragen würden, betragen sie jetzt nur noch $(p - p_1)$ kg bezw. p_1 kg, ganz abgesehen von dem erwähnten Umstande, daß bei mehrstufiger Expansion gewöhnlich die Kolbenfläche des Hochdruckcylinders ebenso wie die des Mitteldruckcylinders verkleinert wird, wodurch die Gesamtdrucke natürlich auch verkleinert werden.

3. Kondensationsmaschinen. Wenn der Dampf seine Arbeit im Cylinder vollendet hat, so muß er aus dem Cylinder entfernt werden. Macht man das in der Weise, daß man den Dampf einfach in die atmosphärische Luft austreten läßt — man nennt solche Maschinen Auspuffmaschinen —, so lastet also auf dieser Seite des Kolbens immer noch der Atmosphärendruck, d. h. ein Druck von 1 kg für den Quadratcentimeter. Könnte man diesen Druck vollständig beseitigen, so wäre der jeweilige Druck auf der anderen Seite des Kolbens natürlich um 1 atm, d. h. um 1 kg für den Quadratcentimeter stärker. Das Beseitigen dieses atmosphärischen Druckes in mehr oder minder vollständiger Weise wird um so wichtiger sein, je geringer der Druck auf der anderen Seite des Kolbens ist. Die allerersten Dampfmaschinen, z. B. die erste von Newcomen im Jahre 1705 gebaute Dampfmaschine, wirkten überhaupt nur in der Weise, daß unter dem Kolben ein Raum von möglichst geringem Drucke geschaffen wurde, sodaß der Atmosphärendruck allein den Kolben in den Cylinder hineintrieb. Solche Maschinen nennt man dann atmosphärische Dampfmaschinen.

Neben dem Druckverluste hat das Auspuffenlassen des Dampfes aber noch einen Nachteil. Es geht nämlich auch die in dem Dampfe noch vorhandene Wärme vollständig nutzlos verloren. Diese Überlegung hat dazu geführt, diesen Auspuffdampf manchmal zum Heizen von Gebäuden, zur Anwärmung des Dampfkesselspeisewassers u. dergl. zu benutzen, jedoch ist hierbei wieder zu bedenken, daß dann der Dampf beim Hindurchgehen durch enge Rohrleitungen u. s. w. eine Menge Widerstände zu überwinden hat, und daß infolge des hierdurch bedingten höheren Gegendruckes auf den Kolben der erzielte Vorteil sehr leicht wieder verloren gehen kann. Anders wird die Sache, wenn wir den Dampf, nachdem er seine Arbeit im Cylinder verrichtet hat, mit einem stark abgekühlten Raume in Verbindung bringen, z. B. mit einem Raume, in welchen kaltes Wasser eingespritzt wird. Nehmen wir an, daß wir so große Mengen kalten Wassers, und zwar von 0°, in diesen kalten Raum, den sogenannten offenen Kondensator, einspritzen könnten, daß der gesamte Dampf ebenfalls zu Wasser von 0° kondensiert, so hätten wir, da die Spannung des gesättigten Wasserdampfes allein von der Temperatur abhängt, auf dieser Seite des Kolbens nahezu einen Raum von der Spannung 0. In Wirklichkeit läßt sich das wohl nie erreichen. In den weitaus meisten Fällen wird man sich begnügen müssen, die Temperatur des aus dem kondensierten Dampfe entstandenen Wassers etwa auf 45° zu erniedrigen, was einem Gegendrucke von ungefähr 0,1 atm entspricht.

Das für die Kondensation des Dampfes benötigte Wasser muß natürlich aus dem Kondensator wieder fortgeschafft werden, ebenso wie die Luft, welche sich bei der im Kondensator herrschenden geringen Spannung in ziemlich beträchtlichen Mengen aus dem Wasser ausscheidet. Zu beiden Zwecken werden Pumpen aufgestellt, die entweder nur Luft und nur Wasser fortschaffen, oder es wird nur eine Pumpe aufgestellt — die sogenannte nasse Luftpumpe —, welche gleichzeitig Luft und Wasser fortschafft und in den meisten Fällen von der Dampfmaschine angetrieben wird.

Man kann die Kondensation des Dampfes auch dadurch bewirken. daß man den Dampf in einen Raum treten läßt, dessen Wände durch reichliche

Wasserzufuhr von außen stark abgekühlt werden. Diese „geschlossenen Kondensatoren“ haben dann noch den weiteren Vorteil, daß man fast den gesamten Dampf, der in der Maschine verwendet wurde, als warmes Wasser wiedergewinnt, und daß man das so gewonnene Wasser sofort wieder zum Kesselspeisen verwenden kann. Dies wird besonders dann von Wichtigkeit sein, wenn die Beschaffung guten Kesselspeisewassers Schwierigkeiten bereitet, z. B. auf den meisten Dampfschiffen, bei denen fast stets geschlossene Kondensatoren angewendet werden. Auch hier ist natürlich zum Fortschaffen des kondensierten Dampfes eine eigene Pumpe erforderlich, Luftpumpe oder Kondensatorpumpe genannt. Wir finden demnach als Eigentümlichkeit der Kondensationsmaschinen erstens den Kondensator und zweitens die Luftpumpe.

Äußere bauliche Anordnung der Dampfmaschinen.

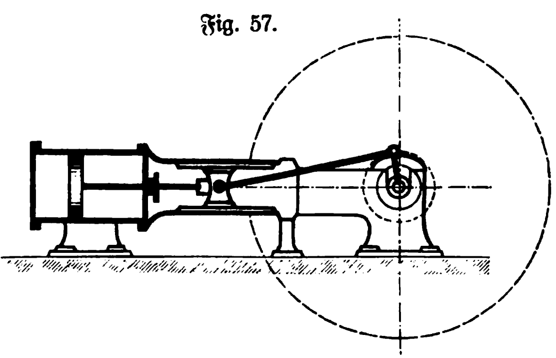
Die bauliche Anordnung der Dampfmaschinen kann zwar eine außerordentlich mannigfaltige sein, jedoch lassen sich im wesentlichen folgende vier Hauptgattungen unterscheiden:

1. Maschinen mit liegendem Cylinder. Fig. 57*).

Sind zwei Cylinder vorhanden, so können dabei folgende Fälle eintreten:

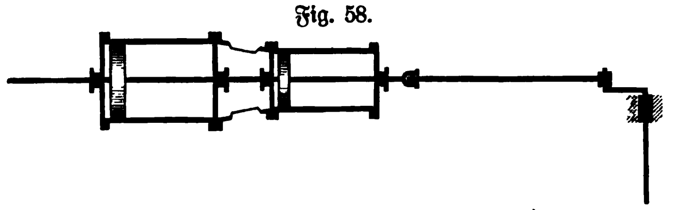
a) Der Dampf expandiert in jedem der beiden Cylinder wie in einer Eincylindermaschine, wir haben also nur eine doppelt ausgeführte Eincylindermaschine. Derartige Maschinen nennt man Zwillingsmaschinen.

Fig. 57.



b) Der Dampf expandiert zuerst in dem kleineren (Hochdruck-) und darauf in dem größeren (Niederdruck-) Cylinder. Sind dann die beiden Kurbeln, auf welche die Kolben wirken, gegeneinander um 90° versetzt, so kann der Dampf, nachdem er seine Arbeit in dem Hochdruckcylinder verrichtet, nicht unmittelbar in den Niederdruckcylinder übertreten, weil ja dann hier der Kolben gerade

Fig. 58.



in seiner Mittellage steht. In diesem Falle tritt der Dampf zunächst in ein zwischen den beiden Cylindern befindliches Gefäß, den sogenannten Aufnehmer

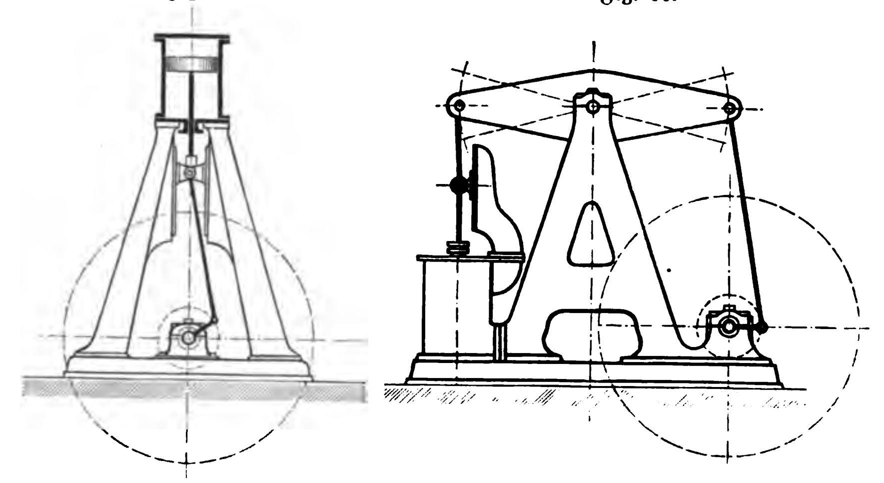
*) Fig. 57, 58, 59 und 61 nach Skizzen aus Haeder, Dampfmaschinen.

(Receiver); man nennt diese Maschinen Verbund- (Kompound-), auch wohl Receivermaschinen.

c) Der Dampf wirkt wie bei b), jedoch sind die beiden Kurbeln entweder gleich gerichtet, oder um 180° gegeneinander versetzt. Solche Maschinen nennt man gewöhnlich Woolfsche Maschinen.

d) Der Dampf wirkt wie bei b), die beiden Cylinder liegen hintereinander, die Kolben sitzen auf einer Kolbenstange, es ist also auch nur eine

Fig. 59. Fig. 60.

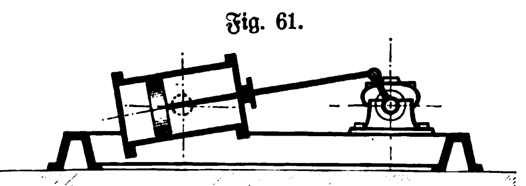


Kurbel und eine Schubstange vorhanden: die sogenannten Tandemmaschinen. Fig. 58 (a. v. S.).

2. Maschinen mit stehendem Cylinder (Fig. 59), die meist in der Weise angeordnet werden, daß der oder die Dampfcylinder oben auf einem Gestelle befestigt sind, während die Kurbelwelle mit dem Schwungrade sich unten befindet.

3. Maschinen mit Balancier (Fig. 60). Hier wird die Kolbenkraft nicht direkt vermittelst Kolbenstange und Schubstange auf die Kurbel übertragen, sondern mit Hülfe eines Zwischengliedes, Balancier genannt.

Fig. 61.



4. Maschinen mit schwingendem Cylinder (oscillierende Dampfmaschinen, Fig. 61), bei welchen der Dampfcylinder um zwei Zapfen schwingt, sodaß die Kolbenstange unmittelbar, also ohne Vermittelung der Schubstange, an dem Kurbelzapfen angreift. Derartige Maschinen nehmen einen verhältnismäßig kleinen Raum ein, weswegen sie hauptsächlich als Schiffsmaschinen verwendet werden.

Einzelheiten der Kolbendampfmaschinen.

Zu jeder Kolbendampfmaschine gehören die folgenden Hauptteile, die sich, je nach der Art der Maschine, in verschiedener Konstruktion an derselben vorfinden.

1. Der Dampferzeuger oder der Dampfkessel.

2. Der Dampfcylinder, mit Kolben und Kolbenstange.

3. Das Zwischengetriebe. Dazu gehören: die Schubstange, gegebenen Falls der Balancier, die Gradführung, die Kurbel mit Kurbelzapfen, die Kurbelwelle.

4. Die Steuerung, d. h. die Vorrichtung, durch welche die regelmäßige Verteilung des Dampfes bewirkt wird. Hierbei lassen sich zwei Hauptklassen unterscheiden, welche ihrerseits auf mannigfache Art verändert werden können, nämlich die Schiebersteuerungen und die Ventilsteuerungen. Aus der großen Zahl von Steuerungen möge hier nur für jede der beiden Hauptarten ein Beispiel angeführt werden.

a) Die einfache Schiebersteuerung, auch wohl Muschelschiebersteuerung genannt (Fig. 62 bis 65). Sie besteht aus dem Schieber A, welcher vermittelst der Schieberstange durch eine kleine Kurbel oe (Fig. 63) auf dem an den Dampfcylinder angegossenen Schieberspiegel B in geeigneter Weise hin und her bewegt wird. Über dem Schieber haben wir uns einen mit Dampf angefüllten Raum zu denken, aus welchem je nach der Stellung des Schiebers der Dampf durch die nach rechts und links abgehenden Dampfkanäle bald auf die eine, bald auf die andere Seite des Kolbens geleitet wird, während aus der dem Dampfeintritte entgegengesetzten Seite des Cylinders der Dampf durch die mittlere Öffnung des Schieberspiegels entweder ins Freie oder in den Kondensator entweicht. Statt der kleinen Kurbel oe wird gewöhnlich ein Excenter mit der Excentrizität oe ausgeführt, welches in der Weise auf die Kurbelwelle aufgekeilt wird, daß die das Excenter ersetzende Kurbel der Maschinenkurbel ok (Fig. 63) um den Winkel $90^\circ +$ einem gewissen Winkel v, dem sogenannten Voreilwinkel, voreilt. Von der Größe dieses Winkels v, sowie von der Größe der sogenannten Überdeckungen des Schiebers (a und i, Fig. 62) hängt unter anderem die Größe der Expansion ab, welche sich vermittelst dieser Steuerung im Dampfcylinder erreichen läßt.

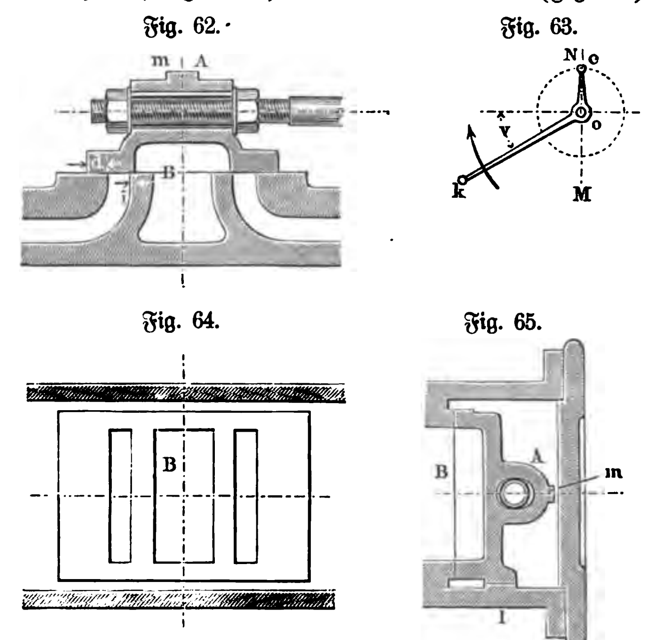
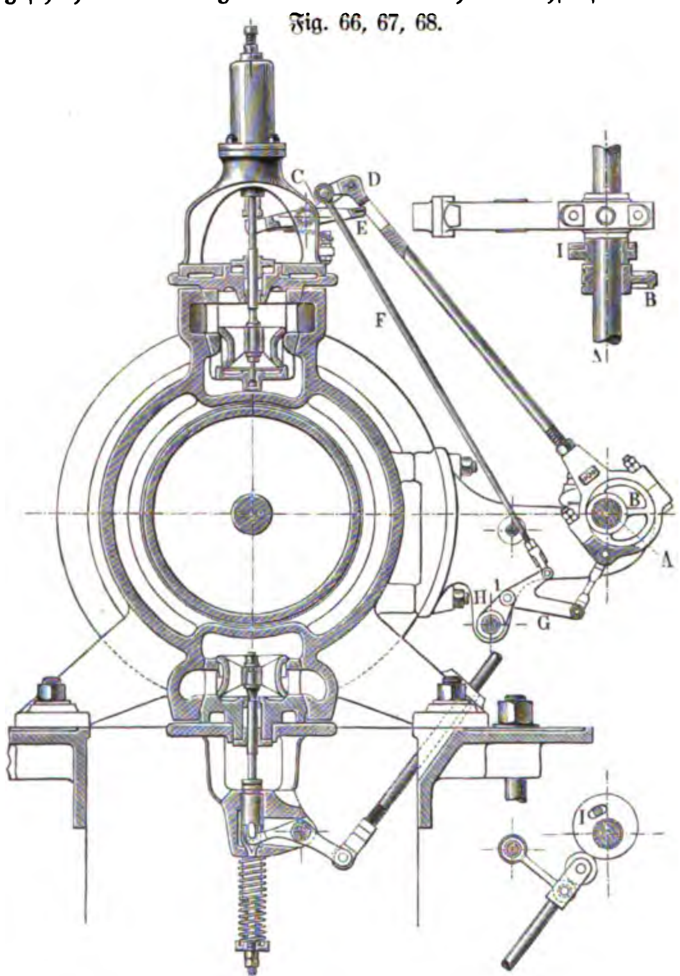


Fig. 62. Fig. 63. Fig. 64. Fig. 65.

b) Die Ventilsteuerung. Während bei der einfachen Schiebersteuerung für Ein- und Auslaß des Dampfes auf beiden Kolbenseiten zusammen nur ein Organ, der Schieber, vorhanden ist, sind bei der Ventilsteuerung stets vier Organe vorhanden, nämlich vier Ventile, und zwar je eins für den Einlaß und für den Auslaß auf jeder Kolbenseite. Die Bewegung dieser Ventile geschieht in der Regel von einer der Cylinderachse parallelen Welle

Fig. 66, 67, 68.



aus, der sogenannten Steuerwelle. Auf dieser Steuerwelle sitzen kleine Excenter oder unrunde Scheiben, von denen vermittelst einer Anzahl Hebel und Zugstangen das Öffnen und Schließen der Ventile in dem gegebenen Augenblicke bewirkt wird. Die Ventile sind durchweg Doppelsitzventile, um das Lüften des mit dem ganzen Dampfdrucke belasteten Ventiles zu erleichtern.

Die Fig. 66 bis 68 zeigen den Querschnitt durch eine Ventilsteuerung, wie sie von Gebrüder Sulzer in Winterthur ausgeführt wird.



Zu Seite 105.

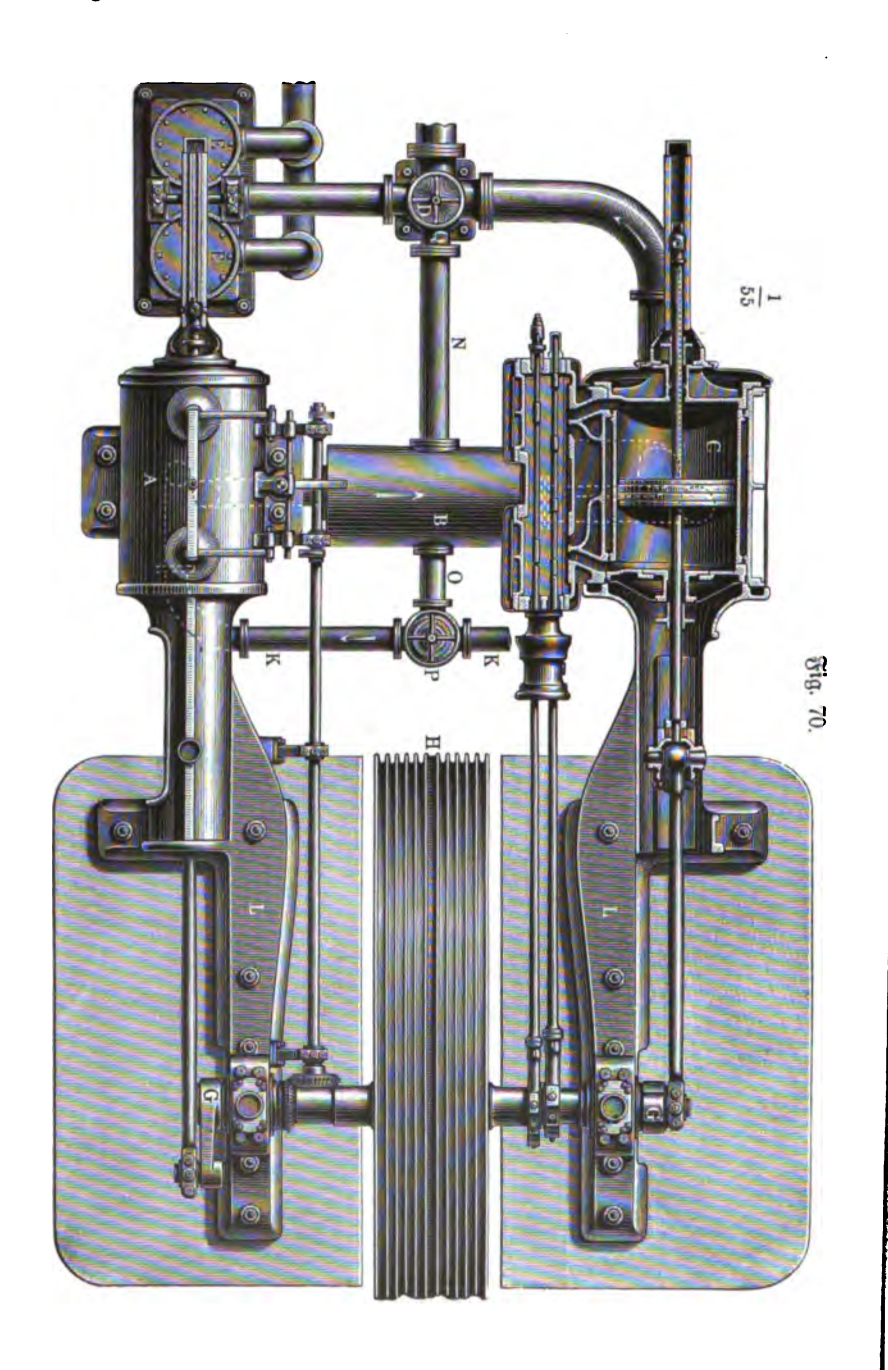


Fig. 70.

$\frac{1}{55}$

Zu der Steuerung gehört schließlich auch noch der an den meisten Maschinen befindliche **Regulator**, in der Regel bestehend aus zwei Kugeln, welche um eine vertikale Welle in Umdrehung versetzt werden. Läuft die Maschine zu schnell, so fliegen die Kugeln auseinander, und diese Bewegung wird in geeigneter Weise benutzt, entweder, um vermittelst einer Drosselklappe den Dampf teilweise abzusperren, zu drosseln, oder um die Steuerung so zu verstellen, daß die Füllung des Cylinders verkleinert wird, solange bis die normale Umdrehzahl der Maschine erreicht ist.

Ist nur eine Kurbel vorhanden oder sind mehrere Kurbeln vorhanden, die um 0° oder 180° gegeneinander versetzt sind, so gehört zu der Dampfmaschine ferner stets ein **Schwungrad**, weil sonst die Maschine in den äußersten Kolbenstellungen, den sogenannten Kolbentotpunkten, jedesmal stehen bleiben würde. Außerdem wird das Schwungrad bei allen Maschinen dazu verwendet, um eine möglichst gleichmäßige Umdrehung der Kurbelwelle zu erzielen.

Die Fig. 69 und 70 zeigen die Anordnung einer neueren liegenden Verbundmaschine, bei welcher der Hochdruckcylinder A mit Ventilsteuerung, der Niederdruckcylinder C dagegen mit Schiebersteuerung versehen ist. Ventile sowohl wie Schieber sind fortgenommen gedacht. B ist der Aufnehmer oder Receiver, D ist der Kondensator, welcher durch ein Rohr mit der doppelten Luftpumpe E verbunden ist, die ihrerseits von der durch den hinteren Cylinderdeckel hindurchgeführten Kolbenstange des Hochdruckcylinders angetrieben wird. Das zwischen den beiden Kurbeln sitzende Schwungrad ist hier als Seilscheibe ausgebildet, vermittelst deren eine Transmission oder dergleichen angetrieben werden kann.

Berechnung der Leistung einer Kolbendampfmaschine.

Bei der Berechnung der Leistung einer Kolbendampfmaschine hat man sich zunächst darüber klar zu werden, daß es weder bei einer Volldruck- noch bei einer Expansionsmaschine möglich sein wird, eins der theoretischen Diagramme zu erreichen, wie sie bei den betreffenden Maschinen (S. 97 u. ff.) besprochen wurden. Es wird z. B. ganz unmöglich sein, in einer Volldruckmaschine bei Beginn des Kolbenhubes den Dampf von der Spannung 0 sofort auf die Spannung p zu bringen, namentlich wenn diese Spannung p eine hohe ist, ebenso unmöglich wird es sein, am Ende des Kolbenhubes den Dampf **plötzlich** von der Spannung p auf die Spannung 0 oder 1 atm zu bringen, vielmehr wird während der Einströmung die Spannung erst allmählich von 0 bis

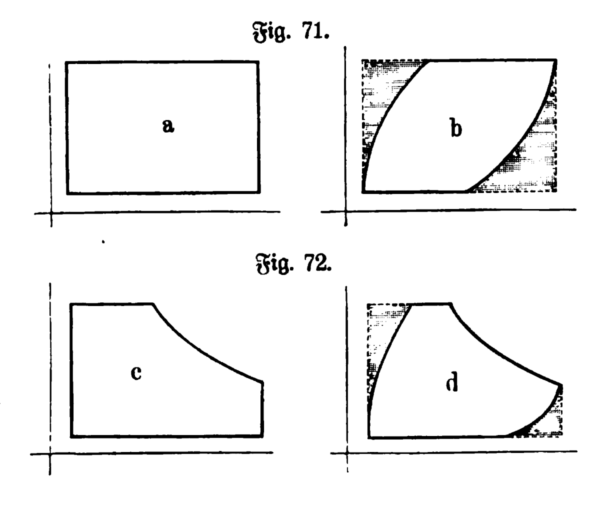


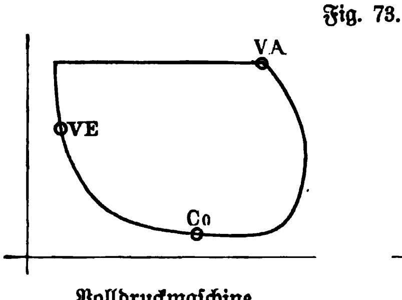
Fig. 71.
Fig. 72.

p steigen, bei der Ausströmung erst allmählich von p bis 0 fallen, d. h. man würde statt eines Diagrammes von der Form a (Fig. 71 a. v. S.) immer mehr oder weniger ein solches von der Form b erhalten, wobei die wagerecht gestrichelten Flächen einen Arbeitsverlust darstellen würden.

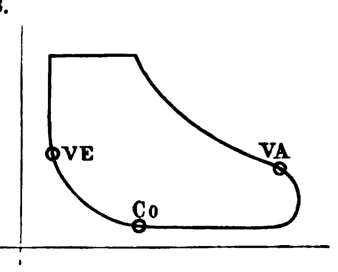
Ganz dasselbe würde auch bei einer Expansionsmaschine der Fall sein. Statt eines Diagrammes von der Form c (Fig. 72 a. v. S.) würden wir immer ein solches nach der Form d erhalten, wobei wieder die wagerecht gestrichelten Flächen einen Arbeitsverlust darstellen würden.

Um dies zu vermeiden, hat man die Vorausströmung, die Kompression und die Voreinströmung eingeführt. D. h.: Schon bevor der Dampf seine Arbeit vollendet hat, also bevor der Kolben in seiner Endlage angekommen ist, läßt man den Dampf aus dem Cylinder ausströmen (VA, Fig. 73) und zwar so, daß er am Ende des Kolbenhubes ungefähr die Spannung erreicht

Fig. 73.



Volldruckmaschine.



Expansionsmaschine.

hat, mit welcher er ausströmen soll. Dasselbe geschieht nun bei der Einströmung. Schon geraume Zeit bevor der Kolben in seiner ersten Totlage wieder angekommen ist, sperrt man die Ausströmungsöffnung ab (Co, Fig. 73), und die Folge davon ist, daß der im Cylinder verbleibende Rest des Dampfes komprimiert wird. Kurz vor dem Hubwechsel läßt man nun bereits die Einströmung des Dampfes beginnen (VE), sodaß, wenn der Kolben in seiner Totlage angekommen ist, der Dampf bereits seine volle Eintrittsspannung erlangt hat. Die Diagramme, wie sie thatsächlich bei den beiden Maschinengattungen zu erreichen wären, würden also etwa die obenstehenden sein (Fig. 73).

Fig. 74.

Bei der Berechnung der Leistung einer Kolbendampfmaschine lassen sich nun folgende beiden Hauptfälle unterscheiden:

1. Die Abmessungen der Dampfmaschine (Cylinderdurchmesser und Länge des Kolbenhubes) sind gegeben, ebenso das Diagramm, welches wir vermittelst des Indikators die Maschine selbst haben aufschreiben lassen. Die von der Maschine geleistete Arbeit berechnet sich dann sehr einfach wie folgt:

Wir verwandeln zunächst das gegebene Diagramm (Fig. 74) in ein

Rechteck von der Länge des Diagrammes. Das so gefundene Rechteck, dessen Höhe p_i sein möge, stellt dann natürlich genau dieselbe Arbeit dar wie das Diagramm. Wir können uns also vorstellen, daß die Arbeit, die der Kolben in der Maschine verrichtet hat, dadurch geleistet wurde, daß während des ganzen Kolbenhubes s die konstante Spannung p_i auf den Kolben wirkte. Wir wollen diese Arbeit L nennen. Nun ist allgemein: Arbeit in Meterkilogrammen = Kraft in Kilogrammen × Weg in Metern pro Sekunde. Die Kraft, die in jedem Augenblicke auf den Kolben wirkt, ist aber, wie oben gefunden, $= F . p_i$, wenn F die Kolbenfläche in Quadratcentimetern, p_i die mittlere indicierte Spannung in Atmosphären, d. h. in Kilogrammen für den Quadratcentimeter ist. Weg in der Sekunde ist nichts anderes als die Geschwindigkeit des Kolbens. Ist s die Länge des Kolbenhubes in Metern und macht die Maschine n Umdrehungen in der Minute, so legt der Kolben in der Minute den Weg $2 s . n$ zurück, in der Sekunde also den Weg $\frac{2 s . n}{60}$, das heißt die mittlere Geschwindigkeit (v) des Kolbens ist

$$v = \frac{2 s n}{60},$$

wobei s in Metern ausgedrückt ist. Drücken wir s in Centimetern aus, so ist v (in Metern) $= \frac{2 s n}{60 . 100}$. Damit wird die von der Maschine geleistete Arbeit in Meterkilogrammen

$$L = F . p_i \cdot \frac{2 s n}{60 . 100} \quad \text{. . . . . (29)}$$

Wollen wir die Arbeit in PS ausdrücken (sie möge in diesem Falle mit N_i bezeichnet werden), so müssen wir, da 75 secmkg eine PS bedeuten, die Gleichung 29 in der Form schreiben:

$$N_i = \frac{F . p_i 2 s n}{60 . 100 . 75} \quad \text{. . . . . (30)}$$

darin bedeutet also:

F die Kolbenfläche in Quadratcentimetern nach Abzug des Querschnittes der Kolbenstange;

p_i den mittleren indicierten Druck in Kilogrammen für den Quadratcentimeter;

s den Kolbenhub in Centimetern;

n die minutliche Umdrehungszahl der Maschine.

Diese Berechnung gilt natürlich nicht nur für Dampfmaschinen, sondern überhaupt für jede hin- und hergehende Wärmekraftmaschine. Für einfachwirkende Maschinen, bei welchen die Arbeit des Diagrammes nur auf einer Seite des Kolbens geleistet wird, wäre der Wert von N_i (Formel 30) durch 2 zu dividieren, bei den sogenannten Viertaktmaschinen dagegen durch 4, es wäre also z. B. für die oben besprochenen Gasmaschinen:

$$N_i' = \frac{F . p_i . 2 . s . n}{4 . 60 . 100 . 75}.$$

2. Gegeben ist N_i, die von der Maschine verlangte theoretische Arbeitsleistung in PS. Es sollen die Abmessungen der Maschine ermittelt werden.

Hier wird es sich zunächst darum handeln, die Form des Diagrammes festzustellen, nach welchem wir den Dampf in der Maschine wirken lassen wollen. Handelt es sich dabei um eine Expansionsmaschine, so müssen wir das Gesetz oder die Kurve kennen, nach welcher der Dampf expandiert. Man nimmt hierfür gewöhnlich das Gesetz von Mariotte: $pv = const$ an, d. h. man nimmt an, daß die Expansion nach einer Isotherme erfolge. Nimmt man auch für die Kompression eine Isotherme an, so kann man daraus bei gegebener Füllung des Cylinders das Diagramm konstruieren. Dieses Diagramm verwandelt man wieder in ein Rechteck von der Länge des Diagrammes mit der konstanten Höhe p_i und hat dann in der oben angegebenen Gleichung (30) nur noch drei Unbekannte, nämlich F, s und n. Machen wir für n, die minutliche Umdrehzahl der Maschine, eine Annahme, setzen also n als bekannt voraus, so erhalten wir für das Volumen des Cylinders $= F.s$ die Formel:

$$F.s = \frac{N_i.60.75.100}{2.p_i.n} \quad \dots \dots \dots \quad (31)$$

Für verschiedene Werte von s erhalten wir je einen zugehörigen Wert für F und wählen dann unter diesen Werten den uns geeignet erscheinenden heraus.

Beispiel. Es sei eine Auspuffdampfmaschine mit einstufiger Expansion zu berechnen. Die Anzahl der effektiven PS soll $N_e = 7{,}5$ betragen. Der mechanische Wirkungsgrad sei $\eta = 0{,}7$, dann ist $N_i = \frac{N_e}{\eta} = 10{,}8$ PS. Die Einlaßspannung betrage $p = 4$ atm Überdruck, die Füllung sei $s_1 = 0{,}21\, s$. Die Maschine mache $n = 40$ minutliche Umdrehungen.

Nachdem wir mit diesen Angaben das Diagramm verzeichnet haben, stellen wir aus der Zeichnung fest, daß $p_i = 1{,}92$ atm ist. Aus der Formel (31) folgt unter Eintragung der entsprechenden Werte:

$$F.s = \frac{10{,}8.60.75.100}{2.1{,}92.40}$$

$$= 31\,700 \text{ cbcm},$$

für $s =$ 40, 50, 60 cm angenommen, wird
$F =$ 792, 635, 530 qcm und damit der Durchmesser des Cylinders
$D =$ 31,8, 28,4, 26,0 cm.

Hieraus wählen wir als für unsere Zwecke am passendsten die zusammengehörigen abgerundeten Werte:

$$s = 500 \text{ mm}$$

$$D = 290 \text{ mm}.$$

Der mechanische Wirkungsgrad der Dampfmaschinen.

Uber den mechanischen Wirkungsgrad einer Maschine, d. h. über das Verhältnis $\eta = \frac{N_e}{N_i} < 1$ wurde bereits früher (Anwend. 13) gesprochen. Bei

einer neu zu berechnenden Maschine läßt sich derselbe natürlich im Voraus nicht genau bestimmen, er wird auch verschieden sein je nach der mehr oder weniger guten Ausführung und je nach der Größe der Maschine. Als ungefähre Mittelwerte können angenommen werden:

für kleine Maschinen und schlechte Ausführung $\eta = 0,66$ bis 0,7,
" mittlere " " gute " $\eta = 0,83$ " 0,86,
" große " " " " $\eta = 0,9$ " 0,93.

Dampfmaschinen mit rotierendem Kraftaufnehmer.

Das Bestreben, die vielen hin- und hergehenden Teile der gewöhnlichen Kolbendampfmaschinen zu vermeiden und dafür eine einfachere Maschine zu bauen, deren Treibachse ohne weiteres durch den Dampf in Umdrehung versetzt wird, führte schon seit langer Zeit zum Bau von Dampfmaschinen mit rotierendem Kraftaufnehmer. Die Versuche scheiterten aber entweder an der Schwierigkeit der praktischen Ausführung, oder aber daran, daß sich der Dampfverbrauch gegenüber den gewöhnlichen Kolbendampfmaschinen als zu groß herausstellte, der Betrieb einer solchen Maschine also ein viel zu kostspieliger war. Erst in neuester Zeit sind diese Schwierigkeiten in der von De Laval konstruierten Dampfturbine zum größten Teile überwunden worden.

Der Dampf von hoher Spannung bläst hier durch eine größere oder kleinere Anzahl Düsen gegen Schaufeln, welche auf dem Umfange eines kleinen, auf einer horizontalen Welle sitzenden Rades befestigt sind. Die Düsen sind so konstruiert, daß der Dampf in einem vollständig geschlossenen Strahl in die Schaufeln tritt, ohne daß eine besondere dampfdichte Verbindung zwischen Düse und Laufrad erforderlich wird. Die hohe Geschwindigkeit des aus den Düsen ausströmenden Dampfes (sie beträgt bei Expansion von 5 auf 1 atm ungefähr 770 m, bei Expansion von 5 auf 0,1 atm ungefähr 1100 m in der Sekunde) kann allerdings im Rade nicht vollständig ausgenutzt werden, da die Umfangsgeschwindigkeit des Rades in der zulässigen Beanspruchung des Materials durch die Centrifugalkraft eine Begrenzung findet und etwa 360 m in der Sekunde nicht überschreiten darf. Auch wird bei der hohen Umdrehzahl die Reibung des Schaufelrades in der umgebenden Atmosphäre eine sehr beträchtliche, was jedoch durch Kondensation des Dampfes vermieden wird, die deshalb, wenn möglich, immer angewendet werden sollte.

Für eine so hohe Umdrehzahl (bei einem mittleren Durchmesser der Laufräder von 10 bis 50 cm betragen die minutlichen Umdrehzahlen 30 000 bis 13 000) die Räder genau auszubalancieren, hat sich als unmöglich herausgestellt. Wenn aber sehr schnell rotierende Körper nicht genau um ihre Schwerpunktsachse umlaufen, so treten in der Drehachse Schwingungen auf, die sich als Drucke in die Lagerung der Welle fortpflanzen. Um diese hier sehr hohen Lagerdrucke zu beseitigen, setzt De Laval das Laufrad auf eine sehr dünne Welle — bei einer 20 pferdigen Dampfturbine ist z. B. die Welle

nur 12 bis 13 mm dick — welche die Fähigkeit besitzt, bei Beginn der Bewegung dem Einflusse der Centrifugalkraft nachzugeben, sich durchzubiegen, bei höheren Geschwindigkeiten aber die Drehung um die Hauptachse herbeizuführen und zu erhalten und dadurch die zerstörende Einwirkung auf die Lager aufzuheben.

Um die hohe Umdrehzahl der Laufradwelle auf ein für die Anwendung brauchbares Maß zu vermindern, sitzen auf der Laufradwelle zwei kleine Schraubenräder mit entgegengesetzter Steigerung, welche in ein, bei größeren Turbinen in zwei Räder von 10 bis 13 mal größerem Durchmesser eingreifen. Diese großen Räder sitzen auf Vorgelegewellen parallel zur Laufradwelle, und von ihnen aus wird dann entweder vermittelst Riementriebes die Arbeit weitergeleitet, wobei die Umdrehzahl gewöhnlich noch weiter ermäßigt wird, oder man setzt auf die Vorgelegewelle selber Maschinen, welche hohe Umdrehzahlen erfordern, wie z. B. Dynamomaschinen, Ventilatoren, Centrifugalpumpen u. dergl.

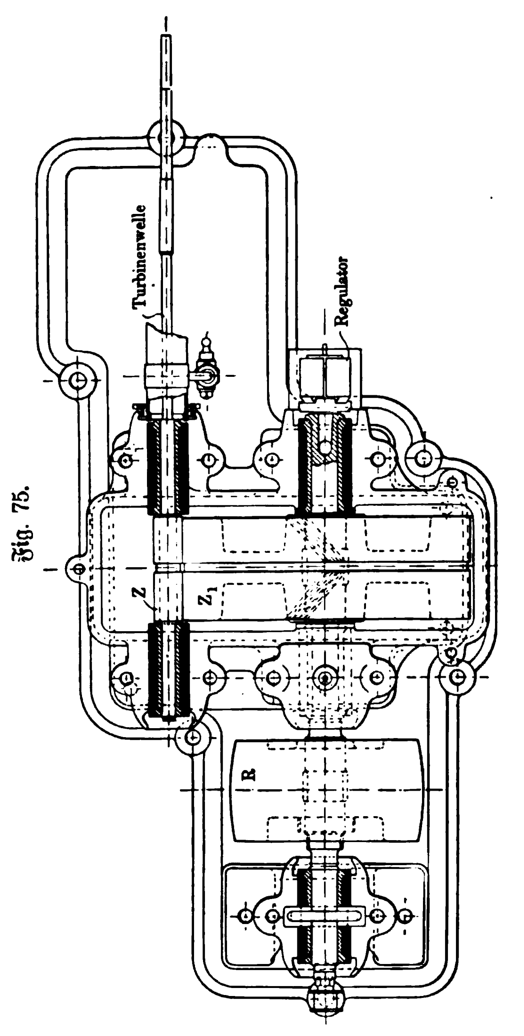


Fig. 75.

Ein sehr großer Vorteil der Dampfturbine besteht in dem geringen Raume, den sie erfordern, weil die Maschinen sehr gedrungen gebaut und von außergewöhnlich kleinen Abmessungen sind. So hat z. B. eine Dampfturbine von 20 PS bequem auf einem Tische von 0,7 m Breite und 1,2 m Länge platz.

Der Dampfverbrauch wird um so geringer, je höher die verwendete Dampfspannung ist, und ermäßigt sich noch bedeutend durch Anwendung von Kondensation. So beträgt z. B. bei den Dampfturbinen von 300 PS, wie sie die Maschinenbauanstalt Humboldt in Kalk bei Köln baut, nach den Angaben der Firma der Dampfverbrauch bei einer Spannung von 20 atm unter Anwendung von Kondensation nur

7,2 kg Dampf pro Stunde und effektive Pferdekraft, eine Zahl, welche dem Dampfverbrauche einer gleichgroßen, gut gebauten Dampfmaschine gleichkommt. Diese günstigen Ergebnisse und die ungemeine Einfachheit des Betriebes und der Unterhaltung sichern dem neuen Motor unbedingt eine Stelle

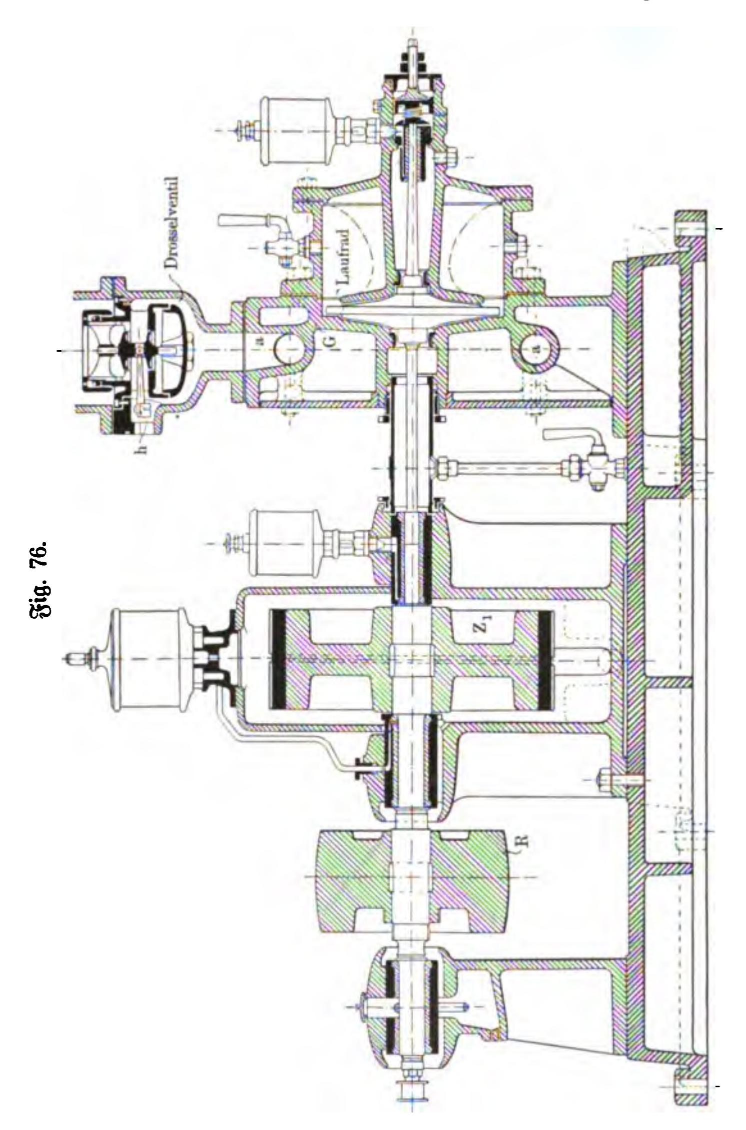


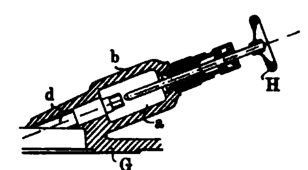
Fig. 76.

unter den Kraftmaschinen, namentlich für die Fälle, wo große Umdrehzahlen erforderlich sind.

Die Fig. 75 und 76 zeigen in $^2/_{15}$ natürlicher Größe die Bauart einer von der Maschinenbauanstalt Humboldt ausgeführten 20 pferdigen

Dampfturbine, während Fig. 77 den Schnitt durch eine Dampfdüse nebst Absperrvorrichtung darstellt. Die Dampfdüsen sitzen seitlich an dem Gehäuse *G*, *z* (Fig. 76) stellt ein doppeltes Schraubenrad dar, welches in ein doppeltes Rad z_1 eingreift. Auf der Welle dieses Rades z_1 sitzt die Riemenscheibe *R*, von welcher vermittelst Riemens die Arbeit weitergeleitet wird. Ein auf derselben Welle sitzender Regulator wirkt vermittelst Zugstange auf ein Drosselventil, durch welches bei zu schnellem Gange der einströmende Dampf gedrosselt und damit die Geschwindigkeit verringert wird.

Fig. 77.



Übungen.

1. Es stellt $ABCD$ (Fig. 78) den Durchschnitt einer Zelle eines oberschlächtigen Rades dar.

Es ist die freie Oberfläche des in der Zelle befindlichen Wassers zu bestimmen, wenn das Rad sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω bewegt.

Die freien Oberflächen des Wassers in den Zellen bilden cylindrische Flächen, deren gemeinschaftliche Achse durch M geht. Zur Bestimmung von M findet sich die Gleichung:

$$OM = \frac{g}{\omega^2}.$$

Es ist diese Bestimmung der freien Oberfläche von Wichtigkeit, da man hierdurch finden kann, welche Zelle bei dem Rade zuerst das Wasser ausfließen läßt, oder von welcher Zelle an das Wasser auszufließen anfängt.

Fig. 78.

2. Ein prismatisches Gefäß von 0,5 qm Bodenfläche ist auf eine Höhe von 3 m mit Wasser gefüllt. Wie groß ist der Druck auf den Boden?

1500 kg.

3. Ein cylindrisches Gefäß von 0,63 m Höhe und 0,16 m Bodendurchmesser ist mit Schwefelsäure vom specif. Gewicht 1,9 gefüllt. Wie groß ist der Druck auf den Boden?

24 kg.

4. Ein Gefäß von der Form eines abgekürzten Kegels ist mit Quecksilber gefüllt. Die Höhe des Kegels ist 0,313 m, der untere Boden hat einen Durchmesser von 0,16 m, der obere einen von 0,105 m. Wie groß ist der Druck auf den Boden? wie groß das Gewicht des in dem Gefäße vorhandenen Quecksilbers?

85,6 kg.
59,5 „

5. Wie hoch steht das Wasser in einem Gefäße, wenn der Druck auf 6,8 qcm Bodenfläche 12 kg beträgt?

17,65 m.

6. Bei einem anatomischen Heber ist der Durchmesser der kürzeren Röhre 0,314 m, und der Unterschied in der Höhe beider Schenkel, wenn der Apparat mit Wasser gefüllt ist, 3,14 m. Welchen Druck hat der Deckel des kürzeren Schenkels auszuhalten?

243 kg.

7. Welchen Durchmesser hat der kürzere Schenkel in dem vorigen Apparat, wenn der gegen den Deckel ausgeübte Druck 300 kg betragen soll?

0,348 m.

8. Wie groß ist der Druck auf den Quadratmeter, welchen der Boden eines Schiffes in einer Tiefe von 1,6 m und 2,2 m auszuhalten hat?

1600 kg.
2200 „

9. Wie groß ist der Bodendruck des Wassers in einem senkrechten prismatischen Gefäße, das 1,25 m tief, 0,9 m breit, und auf 3,14 m Höhe mit Wasser gefüllt ist?

3532,5 kg.

10. Die eine Seitenwand eines 1,57 m hohen Gefäßes ist gegen den Horizont geneigt, und hat die Form eines Rechteckes von 1,25 m Grundlinie und 2,2 m Höhe.

Wie groß ist der Druck gegen diese Seitenwand, wenn das Gefäß vollständig mit Wasser gefüllt ist?

2158,75 kg.

11. Ein Gefäß von der Form einer nach unten abgestumpften Pyramide ist mit Quecksilber gefüllt. Die quadratischen Grundebenen haben 0,078 m und 0,130 m zu Seiten und die Höhe einer Seitenfläche ist 0,262 m.

Wie groß ist der Boden- und Seitendruck?

21,2 kg.
43,4 „

12. Ein Gefäß mit horizontalem Boden ist mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllt und wird in senkrechter Richtung mit der Beschleunigung g_1 fortbewegt.

Wie groß ist für die Flächeneinheit der Druck auf den Boden, wenn die Druckhöhe h ist?

a) Wenn das Gefäß tiefer bewegt wird:

$$q = p + mh\,(g - g_1).$$

Ist $g_1 = g$, so findet gar kein hydrostatischer Druck auf den Boden statt.

Ist $g_1 > g$, so wird der Ausdruck für den hydrostatischen Druck negativ, d. h. das Wasser bleibt bei der Bewegung zurück, da dasselbe mit einer geringeren Beschleunigung fällt, als es die stattfindende Bewegung verlangt.

b) Wenn das Gefäß senkrecht in die Höhe bewegt wird:

$$q = p + mh\,(g + g_1).$$

13. In den beiden Schenkeln einer kommunizierenden Röhre steht Quecksilber auf gleicher Höhe. Das Quecksilber soll vermittelst einer in den einen

Schenkel eingefüllten Wassermasse in dem anderen Schenkel um 0,05 m steigen. Welche Höhe erhält die Wassersäule?

0,68 m.

14. Ein Schutzbrett aus Eichenholz ist 0,9 m breit, 1,25 m hoch und 0,05 m stark, und das Wasser steht vor dem Brette 0,783 m hoch. Wie groß ist der Druck gegen das Brett, wie groß ist die Kraft zum Aufziehen desselben?

Specifisches Gewicht des Eichenholzes . . . = 1,2,
Reibungskoeffizient . . . . = 0,7.

275,89 kg.
260,62 „

15. Es sind die Koordinaten des Druckmittelpunktes zu bestimmen, wenn die gedrückte Fläche eine senkrechte Lage hat.

a) Die gedrückte Fläche ist ein Rechteck mit wagerechter Grundlinie; b und h seien die Abmessungen, und die Entfernung der oberen Seite vom Wasserspiegel sei $\pm a$.

b) Die gedrückte Fläche ist ein Kreis vom Halbmesser r, und die Entfernung seines Mittelpunktes vom Wasserspiegel $r + a$.

c) Die gedrückte Fläche ist ein Paralleltrapez mit wagerechten Grundlinien b_1 und b_2. Die Höhe sei h und die Entfernung der oberen Grundlinie b_2 vom Wasserspiegel a.

Nehmen wir die Mittellinie der Flächen als Y-Achse, so befindet sich der Mittelpunkt des Druckes in dieser Linie:

$$\text{a)}\quad \begin{cases} y = {}^1/_6 \dfrac{4h^2 + 12ah + 12a^2}{2a + h}, \\ y = {}^2/_3 (h - a). \end{cases}$$

$$\text{b)}\quad y = {}^1/_4 \frac{5r^2 + 8ar + 4a^2}{r + a},$$

$$\text{c)}\quad y = \frac{h^2(3b_1 + b_2) + 4ah(2b_1 + b_2) + 6a^2(b_1 + b_2)}{6a(b_1 + b_2) + 2h(2b_1 + b_2)}.$$

16. Wie ändern sich die Koordinaten in den vorigen Beispielen, wenn die gedrückten Flächen bis an den Wasserspiegel reichen:

$$\text{a)}\quad y = {}^2/_3 h,$$

$$\text{b)}\quad y = {}^5/_4 r,$$

$$\text{c)}\quad y = \frac{h}{2} \frac{3b_1 + b_2}{2b_1 + b_2}.$$

17. Bei einer Schifffahrtsschleuse beträgt die Höhe des Oberwasserspiegels 2,5 m, und in der Kammer steht das Wasser am Schleusenthor noch 1,25 m hoch.

Welchen Druck hat das Schleusenthor auszuhalten und wo liegt der Angriffspunkt desselben, wenn die Breite der Kammer und des Kanals 1,88 m beträgt?

4406,25 kg.

$$y = \frac{1{,}88 \,.\, 2{,}5 \,.\, 1{,}25 \,.\, {}^2/_3 \,.\, 2{,}5 - 1{,}88 \,.\, 1{,}25 \,.\, 0{,}625\,({}^2/_3 \,.\, 1{,}25 + 1{,}25)}{1{,}88 \,.\, 2{,}5 \,.\, 1{,}25 - 1{,}88 \,.\, 1{,}25 \,.\, 0{,}625}$$

$y = 1{,}53$ m.

18. In einer senkrechten Wand, die zu beiden Seiten vom Wasser gedrückt wird, befindet sich eine Fläche vom Inhalte f. Die Schwerpunktsabstände dieser Fläche von den beiden Wasserspiegeln seien h_1 und h_2. Wie groß ist der Druck gegen diese Fläche?

$$Q = f\gamma(h_1 - h_2),$$

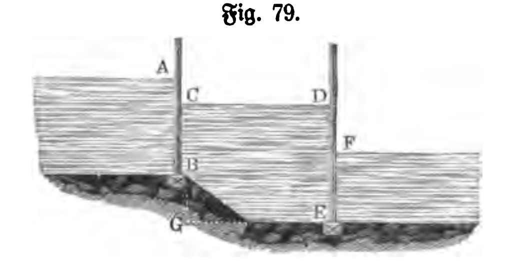
d. h. dieser Überschuß des senkrecht zur Fläche gerichteten Druckes ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Höhe dem Abstande beider Wasserspiegel und deren Grundfläche dem Inhalte der gedrückten Fläche gleich ist.

Hieraus folgt, der Druck gegen diese Fläche wird, solange sich der Abstand der Wasserspiegel nicht ändert, stets dieselbe Größe behalten, gleichviel in welcher Tiefe sich die gedrückte Fläche befindet.

19. Wie hoch muß das Wasser in der Kammer $BCDE$ (Fig. 79) einer Schleuse stehen, wenn beide Schleusenthore AB und DE gleich stark gedrückt werden sollen?

Die Höhe AB des Oberwassers vor dem ersten Schleusenthore sei $= h_1$, die Höhe EF des Unterwassers vor dem zweiten Schleusenthore $= h_2$.

Fig. 79.



Das Gefälle von B bis E oder BG sei $= h$ und die Breite der Schleusenthore sei b. Nehmen wir die gesuchte Wasserhöhe in der Schleusenkammer gleich x, so ist der Druck Q_1 gegen AB gleich

$${}^1/_2\, b\gamma h_1^2 - {}^1/_2\, b\gamma(x - h)^2$$

und der Druck Q_2 gegen ED gleich

$${}^1/_2\, b\gamma x^2 - {}^1/_2\, b\gamma h_2^2.$$

Da Q_1 gleich Q_2 sein soll, so haben wir zur Bestimmung von x:

$$x^2 - h_2^2 = h_1^2 - (x - h)^2.$$

Hieraus folgt:

$$x = \frac{h + \sqrt{2(h_1^2 + h_2^2) - h^2}}{2}.$$

Es sei:

$h_1 = 3{,}14$ m; $h_2 = 3{,}77$ m und $h = 1{,}25$ m; dann ist $x = 4{,}03$ m;

$BC = 4{,}03 - 1{,}25 = 2{,}78$ m; $AC = 3{,}14 - 2{,}78 = 0{,}36$ m;

$$DF = 4{,}03 - 3{,}77 = 0{,}26 \text{ m}.$$

Ist die Wassertiefe vor den Oberthoren und hinter den Unterthoren gleich groß, also $h_1 = h_2$, so ist

$$x = \frac{h + \sqrt{4 h_1^2 - h^2}}{2}.$$

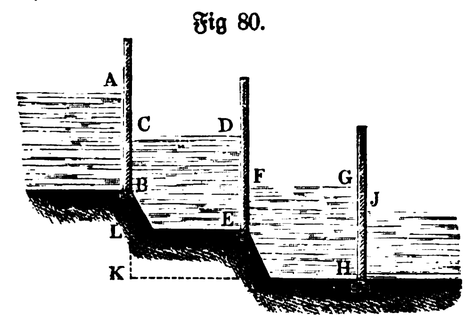
Für $h_1 = 1{,}57$ m und $h = 1{,}88$ m wird:

$$x = 2{,}195 \text{ m}; \quad BC = 2{,}195 - 1{,}88 = 0{,}315 \text{ m};$$

$$AC = 1{,}57 - 0{,}315 = 1{,}255 \text{ m}; \quad DF = 2{,}195 - 1{,}57 = 0{,}625 \text{ m}.$$

20. Eine Schleuse besteht aus zwei Kammern, $ACED$ und $DEHG$ (Fig. 80), und hat daher in AB, DE und GH Thore. Es ist die Wasserhöhe in den beiden Kammern so zu bestimmen, daß der Druck gegen die Schleusenthore gleich groß werde.

Fig 80.



Es sei:

$$AB = a = 1{,}88 \text{ m};$$

$$BL = b = 1{,}57 \text{ m}; \quad LK = c = 2{,}20 \text{ m}; \quad JH = d = 1{,}88 \text{ m}.$$

Setzen wir ferner $DE = x$ und $GH = y$, so ist:

$a^2 - (x - b)^2 = x^2 - (y - c)^2 = y^2 - d^2$ und hieraus

$y^2 - d^2 - a^2 + x^2 - 2xb + b^2 = 0,$

$y^2 - {}^1/_2 d^2 - {}^1/_2 x^2 - cy + {}^1/_2 c^2 = 0$, d. h.:

$$y = \frac{d^2 + 2a^2 - 3x^2 + 4bx - 2b^2 + c^2}{2c} = \frac{4bx - 3x^2 + \alpha}{2c}$$

und

$$y^2 = a^2 - x^2 + 2bx - b^2 + d^2 = 2bx - x^2 + \beta,$$

worin der Abkürzung wegen

$$\alpha = d^2 + 2a^2 - 2b^2 + c^2 \quad \text{und} \quad \beta = a^2 - b^2 + d^2$$

gesetzt worden ist.

Zur Berechnung von x haben wir deshalb

$$2bx - x^2 + \beta = \left(\frac{4bx - 3x^2 + \alpha}{2c}\right)^2,$$

welche Gleichung, geordnet, folgende Form annimmt:

$$x^4 - {}^8/_3 b x^3 + x^2(8b^2 + 2c^2 - 3\alpha)\,{}^2/_9 + x(\alpha - c^2)\,{}^8/_9 b + \frac{\alpha^2 - 4c^2\beta}{9} = 0.$$

Bei Benutzung der obigen Zahlenwerte ist $\alpha = 10{,}5134$; $\beta = 4{,}6039$;

$$x^4 = 4{,}1867 x^3 - 0{,}4758 x^2 + 7{,}9175 x + 2{,}3778 = 0.$$

Der brauchbare Wert von x muß zwischen b und $b + a$, d. i. 1,57 und 3,45 liegen. Für $x = 1{,}88$ ist $f_x = + 0{,}254$ und für $x = 2$ ist $f_x = - 1{,}184$. Demnach liegt x zwischen 1,88 und 2. Zur Berechnung

eines genaueren Wertes haben wir, wenn z die Vergrößerung von 1,88 vorstellt:

$$0{,}254 : 1{,}184 = z : 0{,}12 - z,$$

$$1438 : \ 254 = 0{,}12 : z,$$

$$z = \frac{254 \,.\, 0{,}12}{1438} = 0{,}02.$$

Und der genauere Wert $x = 1{,}88 + 0{,}02 = 1{,}9$.

Nachdem x gefunden, haben wir

$$y = \frac{4bx - 3x^2 + \alpha}{2c} = 2{,}64.$$

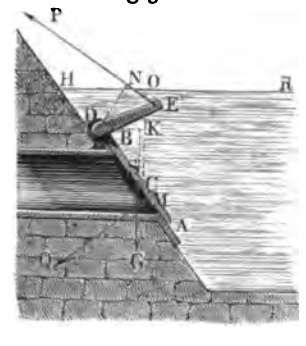


Fig. 81.

21. Aus einem Wasserbehälter (Fig. 81) führt ein durch eine kreisförmige Klappe AB geschlossenes Abzugsrohr. Die Länge DA der Klappe sei 0,63 m, ihr Durchmesser AB 0,55 m, der Abstand ihres Schwerpunktes S von der Drehachse D, $DS = 0{,}314$ m und ihr Gewicht = 22 kg. Der Abstand DH der Drehachse D von dem Wasserspiegel HR in der Ebene der Klappe gemessen sei 0,471 m und der Neigungswinkel der Klappenebene gegen den Horizont sei $\alpha = 55^0$. Wie groß ist der Normal-Horizontal- und Vertikaldruck gegen die Klappe?

Wie groß ist die Kraft P, um die Klappe aufzuziehen, wenn der Arm DN der Kraft gleich 0,251 m ist?

Ist C der Mittelpunkt der Klappe, so ist die Druckhöhe gleich

$$HC \sin 55 = 0{,}826 \,.\, \sin 55 = 0{,}677 \text{ m},$$

$$\text{Normaldruck} = \frac{\pi}{4} \cdot 0{,}55^2 \cdot 0{,}677 \cdot 1000 = 160{,}84 \text{ kg},$$

$$\text{Horizontaldruck} = 160{,}84 \sin 55 = 131{,}75 \text{ kg},$$

$$\text{Vertikaldruck} = 160{,}84 \cos 55 = 92{,}26 \text{ kg}.$$

Die Entfernung y des Druckmittelpunktes M von H ist nach Aufgabe 18

$$y = \frac{1}{4} \, \frac{5r^2 + 8ar + 4a^2}{r + a} = 0{,}849 \text{ m},$$

$$P \,.\, 0{,}251 = 160{,}84 \,.\, (0{,}849 - 0{,}471) + 22 \,.\, 0{,}314 \cos 55,$$

$$P = 258 \text{ kg}.$$

22. Die Schleusenthore (Fig. 82) bestehen in ihrem Gerippe aus der **Wendesäule** A mit dem Halse C als obere Drehachse des Thores, aus der **Anschlagsäule** B, aus den **Querriegeln** K, L, M und aus dem oberen und unteren **Rahmstücke** D und E. Da der Druck des Wassers gegen ein Schleusenthor von oben nach unten zunimmt, so darf man die Querriegel, welche hauptsächlich den Druck auszuhalten haben, auch nicht in gleichen Abständen anbringen, sondern muß sie in solchen Zwischenräumen anordnen, daß jeder von ihnen denselben Druck erleidet.

Es stelle $ABCD$ (Fig. 83) die Druckfläche eines Schleusenthores vor, die Breite AB sei $= b$, die Höhe $AD = h$.

Der Druck Q gegen das Thor ist für diese Annahmen $= {}^1/_2 b h^2 \gamma$, der Druck Q_1 auf ein Feld $ABEE_1$ des Thores ist in ähnlicher Weise, wenn wir BE_1 mit h_1 bezeichnen:

$$Q_1 = {}^1/_2 b h_1^2 \gamma.$$

Für die Annahme, daß $Q_1 = \frac{Q}{n}$ sein soll, haben wir:

$$\frac{Q}{n\,Q} = \frac{{}^1/_2 b h_1^2 \gamma}{{}^1/_2 b h^2 \gamma},$$

$$h_1^2 = \frac{1}{n} h^2,$$

oder

$$h_1 = \sqrt{h \frac{h}{n}},$$

d. h. h_1 ist die mittlere Proportionale zwischen h und $\frac{h}{n}$.

In gleicher Weise ist, wenn das Rechteck E_1EFF_1 wieder den Druck $\frac{Q}{n}$ auszuhalten, das Rechteck $ABFF_1$ also dem Drucke $2\frac{Q}{n}$ widerstehen soll,

Fig. 82.

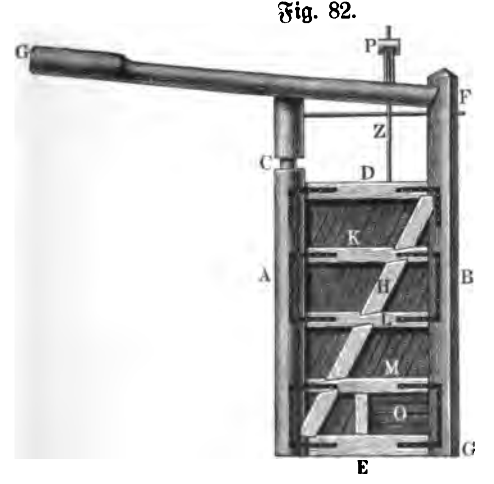
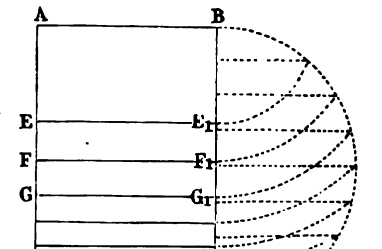


Fig. 83.



die Höhe $BF_1 = h_2$, die mittlere Proportionale zwischen h und $2\frac{h}{n}$. Hiernach ergiebt sich für die Lage der Querriegel EE_1, FF_1, GG_1 ... die bekannte vorstehende Konstruktion (Fig. 83).

Nimmt man an, daß jeder der Querriegel für sich den Druck $\frac{Q}{n}$ aushalten soll und sieht jeden als einen mit beiden Enden eingeklemmten Balken an, so erhält man die Höhe b_1 und Dicke δ eines Querriegels nach den in Teil I entwickelten Regeln über Tragfestigkeit

$$^1/_8\, Pl = k\frac{J}{e},$$

worin wir statt P, $\frac{Q}{n}$; statt l, b; statt $\frac{J}{e}$, $^1/_6\, b_1 \delta^2$ zu setzen haben. Hiernach entsteht:

$$^1/_8 \frac{Q}{n}\, b = \frac{k}{6}\, b_1 \delta^2,$$

oder für Q den betreffenden Wert gesetzt:

$$^1/_8 \cdot {}^1/_2 \frac{b^2 h^2 \gamma}{n} = \frac{k}{6} b_1 \delta^2$$

$$n b_1 \delta^2 = {}^3/_8 \frac{\gamma}{k} (b h)^2,$$

woraus sich b_1 oder δ entwickeln läßt. Es war bei der vorstehenden Untersuchung vorausgesetzt, daß das Wasser nur auf einer Seite gegen das Thor drückt. Steht aber, wie es gewöhnlich der Fall ist, auf beiden Seiten vor dem Thore Wasser, so bezieht sich die obige Bestimmung über die Lage der Querriegel nur auf den Teil des Thores, welcher zwischen den beiden Wasserspiegeln liegt, da der Teil des Thores unterhalb des Unterwasserspiegels nach Aufgabe 18 einen gleichmäßigen Druck auszuhalten hat. Aus diesem Grunde ist für diesen Fall in den obigen Formeln unter h die Entfernung der beiden Wasserspiegel zu verstehen.

23. Wie groß ist der Druck P_1, den trockene Gartenerde gegen eine senkrechte Wand von 6,3 m Länge und 3,75 m Höhe ausübt, wenn der Sand gleiche Höhe mit der Wand hat und von der Reibung an der Mauer abgesehen wird? Wie groß ist der Winkel φ?

$$P_1 = {}^1/_2\, 6{,}3 \,.\, 3{,}75^2 \,.\, 1634 \,.\, tang\left(45 - \frac{37}{2}\right)^2 = 17\,993 \text{ kg}.$$

$$cotg\, \varphi = \frac{1 - sin\, 37}{cos\, 37} = tang\left(45 - \frac{37}{2}\right), \text{ daher } \varphi = 63^0\, 30'.$$

24. Wie breit muß die Grundfläche einer 3,1 m hohen Mauer aus Kalksteinen sein, wenn sie dem Druck gleich hohen trockenen Sandes den gehörigen Widerstand leisten soll?

$$m = 2;\ \frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{2}{3};\ q^2 = \left(\frac{1 - sin\, 32 \,.\, \sqrt{2}}{cos\, 64} \cdot \sqrt{cos\, 32}\right)^2 = 0{,}277.$$

$$b = -\frac{h}{2} m \frac{\gamma}{\gamma_1} q^2 sin\, \vartheta + \frac{h}{6} \sqrt{\left(3 m \frac{\gamma}{\gamma_1} q^2 sin\, \vartheta\right)^2 + 12 m q^2 \frac{\gamma}{\gamma_1} cos\, \vartheta}.$$

$$b = \frac{h}{6}\left(-0{,}587 + \sqrt{4{,}10478}\right) = 0{,}743 \text{ m}.$$

Für $\mu = 0{,}7$ und Beibehaltung der vorstehenden Zahlenwerte ergiebt sich:

$$b = \frac{m}{2\mu} \frac{\gamma}{\gamma_1} h \left(cos\, \vartheta \frac{1 - sin\, \vartheta \sqrt{2}}{cos\, 2\vartheta}\right)^2 = 0{,}694 \text{ m}.$$

25. Es wirken zwei Menschen, jeder mit 50 kg Druck, an dem Hebel der Pumpe einer hydraulischen Presse. Das Hebelverhältnis $l : l_1$ sei 10 : 1, der auszuübende Druck sei schließlich 100 000 kg, der Durchmesser d_2 des Preßkolbens sei 0,24 m.

Welchen Querschnitt und Durchmesser erhält der Pumpenkolben?

$$d_1 = 0{,}0205\,\text{m}$$
$$f_1 = 335\,\text{qmm}.$$

26. Ein normaler Kegel mit kreisförmiger Grundfläche sei mit Wasser gefüllt und stehe, nachdem derselbe durch den Boden luftdicht geschlossen, auf einer wagerechten Ebene. Wie groß ist der Druck auf den Kegelmantel, der Druck auf den Boden und der vertikale Druck, wenn r den Halbmesser der Grundebene und h die Höhe des Kegels bezeichnet?

a) $^2/_3\,\pi r^2 h\gamma$,

b) $\pi r^2 h\gamma$,

c) $^1/_3\,\pi r^2 h\gamma$.

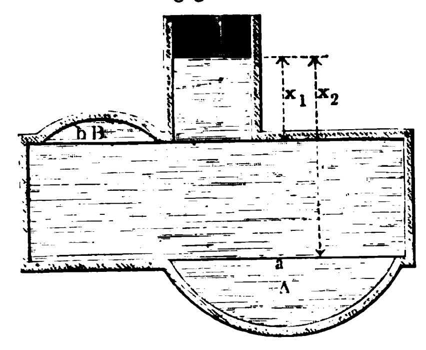
Eine Vergleichung der Ergebnisse unter a und c zeigt, daß der Kegel durch den auf den Mantel nach oben wirksamen Druck umgeworfen wird, wenn der Boden des Kegels mit dem Mantel nicht fest verbunden ist. Auch übersieht man, daß der Druck auf den Boden aus dem Druck $^1/_3\,\pi r^2 h\gamma$ und aus dem Drucke $^2/_3\,\pi r^2 h\gamma$ gegen den Mantel besteht.

27. In dem nebengezeichneten Behälter (Fig. 84), der mit Wasser gefüllt ist, habe die untere Ausbiegung A cbm und die dazu gehörige Öffnung a qm Inhalt. Für die obere Ausbiegung seien die betreffenden Angaben B und b. Wie groß ist bei den Druckhöhen x_2 und x_1 der vertikale Druck auf die inneren Wölbungen?

$$\gamma\,(a x_2 + A)$$
$$\gamma\,(b x_1 - B),$$

d. h. der vertikale Druck auf derartige Wölbungen ist stets gleich dem Drucke auf ihre Horizontalprojektion, vermehrt oder vermindert um den Druck des in der Wölbung befindlichen Wassers.

Fig. 84.



28. Eine hohle Kugel, deren innerer Durchmesser d ist, erleide von innen einen hydrostatischen Druck. Derselbe sei für die Flächeneinheit $= p$ oder gleich $h\gamma$ kg, unter h die Druckhöhe verstanden.

Es ist die Wandstärke δ der Kugel zu berechnen, sodaß die Kugel dem ausgeübten Drucke vollständig widerstehe.

Das Zerreißen wird in einem größten Kreise erfolgen, die Trennungsfläche ist daher ein Kreisring. Der Widerstand, der sich dem Zerreißen entgegensetzt, ist nach den Regeln der Zugfestigkeit

$$^1/_4\,\pi[(d + 2\delta)^2 - d^2]k = \pi(d\delta + \delta^2)k.$$

Die wagerechte Seitenkraft des hydrostatischen Druckes ist, da die Projektion der Halbkugel auf eine Vertikalebene gleich $1/4\,\pi d^2$,

$$1/4\,\pi d^2 p \quad \text{oder}$$
$$1/4\,\pi d^2 h \gamma.$$

Wir erhalten hiernach zur Bestimmung von δ die Gleichung:

$$\pi (d\delta + \delta^2) k = 1/4\,\pi d^2 p$$

$$d\delta \left(1 + \frac{\delta}{d}\right) k = 1/4\, d^2 p.$$

Hieraus folgt, wenn man $\frac{\delta}{d}$ gegen 1 vernachlässigt, als Näherungswert:

$$\delta = 1/4\, d \,\frac{p}{k}.$$

Der genaue Wert von δ ergiebt sich aus der quadratischen Gleichung:

$$\delta^2 + d\delta = 1/4\, d^2 \frac{p}{k}$$

$$\delta = \frac{d}{2}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{p}{k}}\right).$$

29. Es soll die Wandstärke δ von cylindrischen Röhren berechnet werden, die auf die Flächeneinheit einen hydrostatischen Druck von $p = h\gamma$ kg auszuhalten haben.

Wir nehmen an, daß sich an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten Längenrisse bilden, da erfahrungsmäßig der Widerstand gegen Zerreißen in einem zur Röhrenachse senkrechten Querschnitte ungefähr doppelt so groß ist, als in jedem Längendurchschnitte.

Es sei l die Länge der Röhre, so ist der Widerstand des Zerreißens für die beiden Trennungsebenen:

$$2\delta l k.$$

Der auf Zerreißen wirksame wagerechte Druck ist, da die Projektion der Röhrenhöhlung auf eine senkrechte Ebene gleich einem Rechtecke vom Inhalte dl ist, gleich:

$$d l p.$$

Die Gleichung zur Bestimmung der Wandstärke ist daher:

$$2\delta l k = d l p$$

$$1) \quad \delta = \frac{d}{2}\,\frac{p}{k}.$$

30. Es ist die Wandstärke von Röhren zu bestimmen, welche luftleer erhalten werden sollen, oder die auf ihrer Oberfläche einen stärkeren Druck auszuhalten haben als im Innern.

Die Wand muß so stark sein, daß der äußere Druck ein Zerknicken der Röhre nicht bewirken kann. Der nebenstehende senkrechte Querschnitt einer Röhre vom Durchmesser d und der Wandstärke δ (Fig. 85) werde durch den

äußeren senkrechten Druck P im höchsten Punkte C zusammengedrückt, bei weiterem Wachsen von P wird die Röhre bei A und B zerknickt werden. Die Teile AC und CB der Röhrenwandung lassen sich dabei als prismatische Körper ansehen, die mit dem einen Ende A und B eingeklemmt und an dem anderen Ende C durch P kg belastet sind.

Nach den in Tl. I entwickelten Regeln über Knickfestigkeit ist der Druck, welcher unter den gemachten Annahmen ein Zerknicken der prismatischen Körper AC oder BC eben herbeiführen würde, gleich $\frac{\pi^2}{4} \frac{E.J}{l^2}$, der angenommene Druck P ist daher, da in A und B das Abknicken zugleich erfolgen wird,

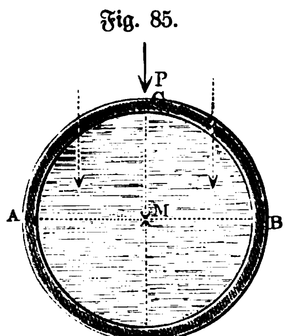
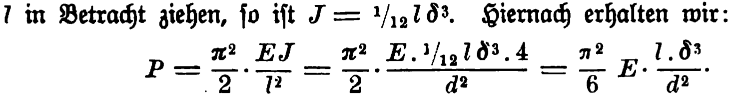


Fig. 85.

$$P = 2 \cdot \frac{\pi^4}{4} \frac{E.J}{l^2}.$$

Es ist die Länge l des Stabes annähernd gleich $CM = \frac{d}{2}$, und wenn wir bei unserer Berechnung ein Stück Rohr gleichfalls von der Länge l in Betracht ziehen, so ist $J = {}^1/_{12}\, l\, \delta^3$. Hiernach erhalten wir:



$$P = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{EJ}{l^2} = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{E.{}^1/_{12}\, l\, \delta^3 . 4}{d^2} = \frac{\pi^2}{6} E \cdot \frac{l.\delta^3}{d^2}.$$

Ist p der von einer Flüssigkeit außerhalb des Rohres herrührende Druck auf die Flächeneinheit, so ist der auf das Röhrenstück AC ausgeübte vertikale Druck, den wir durch die Mitte von AM gerichtet denken können, gleich $p \frac{d}{2} l$. Der hieraus an dem Punkte C resultierende Druck ist daher:

$$p \frac{\frac{d}{2}\, l\, \frac{d}{4}}{\frac{d}{2}} = {}^1/_4\, d\, l\, p.$$

In gleicher Weise ergiebt sich der auf das Röhrenstück BC ausgeübte und auf den Punkt C zurückgeführte Druck gleich ${}^1/_4\, dlp$, sodaß wir anderseits

$$P = {}^1/_2\, dlp$$

haben.

Die zur Bestimmung der Wandstärke δ dienende Gleichung ist hiernach:

$${}^1/_2\, dlp = \frac{\pi^2}{6} E \frac{l.\delta^3}{d^2}.$$

Wir erhalten demnach

$$\delta = d \sqrt[3]{\frac{3p}{\pi^2 . E}}.$$

Nach den oben gemachten Voraussetzungen ist dies die Wandstärke, bei welcher das Rohr zerknicken würde. Wenn es den Druck p mit Sicherheit aushalten soll, muß also die Wandung dicker ausgeführt werden.

Zu dem Zwecke setzt man in der Formel für δ statt p einen m mal so großen Wert ein, d. h. man setzt $m.p$ statt p. Die Größe dieses Sicherheitskoeffizienten m ist dann für jeden einzelnen Fall zweckmäßig zu wählen. Wir erhalten demnach für die Ausführung:

$$\delta = d \sqrt[3]{\frac{3mp}{\pi^2 . E}}.$$

Genauere theoretische Untersuchungen zeigen und die Versuche von Fairbairn haben es zugleich bewiesen, daß die Rohrlänge einen wesentlichen Einfluß bei der Widerstandsfähigkeit eines Rohres gegen Zerquetschen durch einen äußeren Druck ausübt. Fairbairn hat aus den angestellten Versuchen folgende empirische Formel über die Größe des die Zerquetschung hervorrufenden äußeren Überdruckes abgeleitet:

$$p = 806\,300 \frac{\delta^{2,19}}{l d},$$

worin δ die Wanddicke, d den inneren Rohrdurchmesser in engl. Zollen, l die Rohrlänge in engl. Fußen und p den äußeren Überdruck in engl. Pfunden pro Quadratzoll engl. bezeichnet. Führt man anstatt p die Anzahl a der Atmosphären ein, und nimmt man für l und d das Meter als Einheit, während δ in Millimetern gemessen wird, so ist die entsprechende Formel

$$a = 0{,}356 \frac{\delta^{2,19}}{l d}.$$

31. Wenn die atmosphärische Luft auf einen Quadratmeter mit 5100, 3600, 2190, 900 kg drückt, wie hoch muß dann das Quecksilber oder das Wasser in einer Barometerhöhe stehen?

375	mm	Quecksilbersäule	oder	5,1	m	Wassersäule
264,7	„	„	„	3,6	„	„
161,0	„	„	„	2,19	„	„
66,1	„	„	„	0,9	„	„

32. Welche Größe muß der Pumpenstiefel bei einer Luftpumpe erhalten, vermittelst welcher die Luft in einem Raume von 0,31 cbm nach 30 Kolbenhüben so weit verdünnt ist, daß ihrer Dichtigkeit eine Quecksilbersäule von 262 mm entspricht?

Wie groß ist die bei dieser Verdünnung zum Aufziehen des Kolbens notwendige Kraft, wenn die Kolbenfläche 0,0068 qm Inhalt hat?

$$A = B\left(-1 + \sqrt[n]{\frac{p}{p_n}}\right) = 0{,}0112 \text{ cbm},$$

$$P = 10\,334 \left(1 - \left[\frac{B}{A+B}\right]^n\right) F = 46 \text{ kg}.$$

33. Der Pumpenstiefel einer Luftpumpe habe 0,03 cbm und der Recipient 0,09 cbm Inhalt.

Wieviel Kolbenzüge müssen gemacht werden, um die Luft bis auf 130 mm Quecksilberhöhe zu verdünnen?

$$n = \frac{log\, p_n - log\, p}{log\, B - log\,(A + B)} = 6{,}1.$$

34. Welche Höhe x hat der mit Luft erfüllte Raum einer Taucherglocke, wenn dieselbe eine Länge von 6,3 m hat und deren obere Fläche um 34 m unter dem Wasserspiegel liegt?

Wie tief muß die Glocke herabgelassen werden, damit die Luft bis auf 0,63 m zusammengedrückt werde?

Es ist $h = 10{,}334$ m,
$x = 1{,}42$ „ und
$h_1 = 92{,}4$ „ für $x = 0{,}63$ m.

35. Wie hoch liegt ein Punkt über dem Meeresspiegel, wenn das hier beobachtete Barometer, auf 0° zurückgeführt, 362 mm zeigte und die mittlere Temperatur 15° C. betrug?

Die in § 11 entwickelte Formel $x = 2{,}3026\, c\,.\, log \frac{q}{p}$ dient, wie schon angegeben, zur Berechnung der senkrechten Entfernung zweier Punkte, für welche die von der Luft auf die Flächeneinheit ausgeübten Drucke p und q sind. Bezeichnet b_0 die barometrische Quecksilberhöhe an dem tiefer gelegenen Punkte und b die an dem anderen Punkte, so ist

$$\frac{q}{p} = \frac{b_0}{b}$$

zu setzen, und wir erhalten zur Berechnung der Höhe x die Gleichung:

$$x = 2{,}3026\, c\,.\, log \frac{b_0}{b}.$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß man das Quecksilber auf eine und dieselbe Temperatur, gewöhnlich auf 0°, zurückgeführt hat. Wie alle Körper dehnt sich nämlich auch das Quecksilber in der Wärme aus und zwar für jeden Grad Temperaturerhöhung um $\beta = \frac{1}{5550}$ seines Volumens, es wird also specifisch leichter. Die Länge einer Quecksilbersäule, welche einem bestimmten Gewichte einer Luftsäule das Gleichgewicht hält, ist daher bei warmem Quecksilber größer als bei kaltem, und die bei verschiedenen Temperaturen genommenen Barometerstände sind daher nicht vergleichbar, man muß sie vielmehr stets auf gleiche Temperatur und somit auf gleiche Dichtigkeit zurückführen. Dies geschieht in folgender Weise:

Es seien B_0 und B die wirklichen, an dem Barometer bei den Temperaturen t_0 und t abgelesenen Barometerstände, b_0 und b seien die entsprechenden Barometerstände bei der Temperatur 0°, dann ist:

$$B_0 = b_0 (1 + \beta t_0) \text{ und } B = b (1 + \beta t),$$

daher

$$\frac{b_0}{b} = \frac{B_0 (1 + \beta t)}{B (1 + \beta t_0)} = \frac{B_0}{B} \cdot \frac{\frac{1}{\beta} + t}{\frac{1}{\beta} + t_0} = \frac{B_0}{B}\, \frac{5550 + t}{5550 + t_0}.$$

Der Faktor 2,3026 c in der obigen Formel für x heißt der barometrische Koeffizient. Derselbe ist vor Anwendung der Formel für jeden einzelnen Fall durch trigonometrische Berechnung einer anderen Höhe x_1 an demselben Orte zu bestimmen. Dann ist in der Gleichung

$$x_1 = 2{,}3026\, c \,.\, log \frac{b_0}{b}$$

der Koeffizient 2,3026 c allein unbekannt, der also gefunden und in die obige Gleichung eingesetzt werden kann.

Nach de Luc ist dieser Koeffizient, solange die Temperatur an den beiden Stationspunkten dieselbe ist oder das arithmetische Mittel der beiden Temperaturen $16^3/_4{}^0$ R. beträgt, gleich 10 000 zu nehmen, wenn die gesuchte Höhe in Toisen ausgedrückt werden soll. Findet diese Annahme jedoch nicht statt, und bezeichnen wir die Temperaturen an den Stationspunkten mit t_0 und t, so ist der barometrische Koeffizient gleich

$$10000 \left[1 + \left(16^3/_4 - \frac{t_0 + t}{2}\right) {}^1/_{215}\right]$$

zu nehmen. Es ist dann also für jeden Grad Abweichung von $16^3/_4{}^0$ R. mittlerer Temperatur $^1/_{215}$ der Höhe zu addieren oder zu subtrahieren.

Da 1 Toise 6 Fuß altes Pariser Maß = 1,949 034 m ist, so ist, um die Formel für Metermaß brauchbar zu erhalten, statt 10000, 19490 zu setzen, demnach ist die von de Luc aufgestellte Formel, wenn man noch die Temperaturen in Celsius-Graden einsetzt:

$$x = 19490 \left\{1 + \frac{1}{268{,}75}\left(20{,}9375 - \frac{t_0 + t}{2}\right)\right\} log \frac{b_0}{b}.$$

Trägt man in diese Gleichung für $\frac{t_0 + t}{2}$, b_0 und b die dafür in der Aufgabe angegebenen Werte ein, so erhält man:

$$x = 19\,490 \left\{1 + \frac{1}{268{,}75} (20{,}9375 - 15)\right\} log \frac{760}{362}$$

$$= 19\,490 \frac{274{,}6875}{268{,}75} log \frac{760}{362} = 6417\, m.$$

36. Wie groß ist die Spannung einer Luftmasse, die einen Raum von 0,8 cbm bei 100° C. einnimmt, wenn die Luftmasse durch Zusammendrückung von 1 cbm bei einer Temperatur von 10° und der Spannung von 1 atm entstanden ist?

$$\frac{1\,.\,1}{273 + 10} = \frac{a\,.\,0{,}8}{273 + 100},$$

d. h.:

$$a = \frac{373}{283\,.\,0{,}8} = 1{,}65 \text{ atm}.$$

37. Wenn eine Luftmasse, für welche $V_1 = 30$ cbm, $a_1 = 1$ atm, $t_1 = 10^0$ ist, durch Zusammendrückung und Erwärmung auf die Spannung

$a_2 = 1{,}25$ atm und die Temperatur $t_2 = 150^0$ gebracht wird, wie groß ist das Volumen V_2 dieser Luftmasse?

$$\frac{1 \,.\, 30}{273 + 10} = \frac{1{,}25 \,.\, V_2}{273 + 150},$$

d. h.:

$$V_2 = \frac{423}{282} \cdot \frac{30}{1{,}25}\ 35{,}87 \text{ cbm}.$$

38. Wie groß ist die Dichtigkeit der Luft bei einer Temperatur von 75^0 und einem Barometerstande von 707 mm?

Es ist
$$\frac{p}{\gamma} = 29{,}272\,(273 + t),$$

daher
$$\gamma = \frac{10334 \,.\, 707}{760 \,.\, 29{,}272 \,.\, 348} = 0{,}9437 \text{ kg}.$$

39. Welches Gewicht hat die Luft in einem Cylinder von 0,785 m Durchmesser und 1,26 m Höhe, bei einer Temperatur von 15^0 und einem Druck von 1,7 atm?

$$G = \frac{\pi}{4}\ 0{,}785^2 \cdot 1{,}26 \cdot \frac{1{,}7 \,.\, 10334}{29{,}272 \,.\, 288} = 1{,}27 \text{ kg}.$$

40. Welche Spannung hat Luft von 1 kg Gewicht, einem Volumen von 2,5 cbm und einer Temperatur von 300^0 C.?

$$p = 6709 \text{ kg pro Quadratmeter.}$$

41. Welche Temperatur hat eine Luftmasse für $p = 31002$ kg, $v = 0{,}5$ cbm?

$$t = 256{,}5.$$

42. Welche Arbeitgröße ist notwendig, um 0,15 cbm Luft von 760 mm Spannung in solche von 865 mm Spannung zu verwandeln?

$$L = 0{,}15 \,.\, 10334 \,.\, ln\,\frac{865}{760} = 0{,}15 \,.\, 10334 \,.\, 2{,}3026\, log\,\frac{865}{760} = 200 \text{ mkg}.$$

43. Wieviel Wärmeeinheiten (Kal.) sind einer Luftmasse zuzuführen, damit die Luft bei konstanter Temperatur sich in ihrer Spannung von 760 mm auf 800 mm erhöhe, das ursprüngliche Volumen der Luft zu 0,33 cbm angenommen.

Die verrichtete Arbeit $L = 2{,}3026 \,.\, 0{,}33 \,.\, 10334 \,.\, log\,\frac{800}{760} = 174{,}92$ mkg,

$$Q = AL = \frac{174{,}92}{424} = 0{,}41 \text{ Kal.}$$

44. In einem Cylinder befindet sich 1 kg Luft von $t = 40^0$ eingeschlossen; welche Arbeit verrichtet die Luftmasse, wenn sie sich von v auf $\frac{5}{3}\,v$ ausdehnt und die Temperatur dabei konstant bleiben soll? Wieviel Wärmeeinheiten sind dabei der Luft zuzuführen?

$$L = 2,3026\, p\, v\, log \frac{\frac{5}{3} v}{v} = 2,3026\, R\, (273 + t)\, log \frac{5}{3}$$

$$= 2,3026\, .\, 29,272\, .\, 313\, log \frac{5}{3} = 4680,3 \text{ mkg},$$

$$Q = \frac{4680,3}{424} = 11,04 \text{ Kal.}$$

45. Welche Temperatur erhält eine Luftmasse, welche sich arbeitsverrichtend auf den dreifachen Raum ausdehnt, wenn ihre ursprüngliche Temperatur $t = 80^0$ C. war und derselben keine Wärme zugeführt wurde?

$$\frac{273 + 80}{273 + t} = \left(\frac{3\, v}{v}\right)^{0,41}$$

und darum $t = -48,02^0$.

46. In einem Cylinder befindet sich 1 kg Luft von 2 atm Spannung und 70° Temperatur eingeschlossen. Welche Temperatur wird die Luft besitzen, wenn sie sich arbeitsverrichtend bis auf $1^1/_2$ atm Spannung ausgedehnt hat, und der Luftmasse keine Wärme zugeführt worden ist?

$$\frac{273 + 70}{273 + t} = \left(\frac{2}{1,5}\right)^{\frac{0,41}{1,41}} = \left(\frac{4}{3}\right)^{0,2907}$$

und $t = 42,47^0$.

47. Welche Arbeit verrichtet die Luft, wenn sie sich bei der Ausdehnung von 40° auf 10° abkühlt?

$$L = 0,16844\, .\, 424\, (40 - 10) = 2142,6 \text{ mkg.}$$

48. In einem Cylinder befinden sich v cbm = 1 kg Luft von 0° und der Spannung von 1 atm. Durch Zusammendrücken wird die Spannung auf 2,5 atm gebracht, ohne daß Wärme entzogen wird?

Wie groß ist das Volumen nach der Zusammendrückung, wie hoch erwärmt sich die Luft, wie groß ist die auf die Zusammendrückung zu verwendende Arbeit, und wieviel Kalorien werden dabei frei?

$$\left(\frac{v}{v_1}\right)^{1,41} = \frac{p_1}{p} = \frac{2,5}{1}$$

und daraus $v_1 = 0,5221\, v$;

$$\frac{273}{273 + t_1} = 0,5221^{0,41}$$

und daraus $t_1 = 83,35^0$;

$$L = 0,16844\, .\, 424\, .\, (0 - 83,35) = -5952,75 \text{ mkg,}$$

$$Q = A\, L = -14,04 \text{ Kal.}$$

49. Welche Temperatur hat gesättigter Wasserdampf, welcher auf den Quadratmeter einen Druck von 43920 kg ausübt?

Nach der Tabelle gehört zu einem Druck von:

43402,8 kg eine Temperatur von 145,76°,
44436,2 „ „ „ „ 146,61°.

Auf 1033,4 kg kommen demnach 0,85°, demnach auf:

$$43920 - 43402{,}8 = 517{,}2\,\text{kg}\ \frac{0{,}85\,.\,517{,}2}{1033{,}4} = 0{,}425^\circ.$$

Der Dampf hat also eine Temperatur von 146,19°.

50. Der innere Durchmesser des Cylinders einer Dampfmaschine ist 0,785 m und der Dampf hat eine Spannung von 3 atm. Wie groß ist der Druck gegen den Kolben? Wie groß ist der wirksame Druck, wenn der Dampf in die freie Luft bläst?

$$\frac{\pi}{4}\,0{,}785^2\,.\,31002 = 15004\,\text{kg},$$

$$\frac{\pi}{4}\,0{,}785^2\,.\,20668 = 10003\ „$$

51. Welchen Raum nehmen 3,25 cbm Dampf ein, der für 100° gesättigt ist, bei einer Erwärmung auf 120°, 130°, 145°, wenn der Druck derselbe bleibt und eine freie Ausdehnung möglich ist?

$$V_1 = 3{,}25\,\frac{273+120}{273+100} = 3{,}25\cdot\frac{393}{373} = 3{,}42\,\text{cbm bei } 120^\circ,$$

$$V_1 = 3{,}51\,\text{cbm bei } 130^\circ,$$

$$V_1 = 3{,}64\,\text{cbm bei } 145^\circ.$$

52. Welche Spannung erhält eine Dampfmenge, die in einem abgeschlossenen Raume bei 100° gesättigt ist, wenn der Dampf auf die Temperatur von 112°, 125°, 135° gebracht wird, ohne daß Dampf hinzutritt und ohne eine Ausdehnung zuzulassen?

$$p_1 = 10334\,\frac{273+112}{273+100} = 10334\,\frac{385}{373} = 10666{,}5\,\text{kg pro qm},$$

bei 125°, $p_1 = 11026{,}6$,

bei 135°, $p_1 = 11303{,}6$.

53. Um wieviel Grade muß eine für 100° gesättigte Dampfmenge, die einen abgeschlossenen Raum einnimmt, erwärmt werden, wenn die Spannung um 76 mm, 0,25 atm, 5000 kg pro qm steigen soll und weder Dampf hinzutreten, noch eine Ausdehnung stattfinden kann?

Um 37,3°; 93,25°; 180,4°.

54. Wie groß ist das specifische Gewicht und das specifische Volumen gesättigten Wasserdampfes bei einem Druck von 1,75 atm?

$$\gamma = 0{,}6061\,.\,1{,}75^{0{,}9393} = 1{,}0252\,\text{kg},$$

$$v = 0{,}97537\,\text{cbm}.$$

55. Wieviel Kubikmeter gesättigten Dampf von 128° erhält man aus 1 cbm Wasser?

Da 1 cbm Wasser 1000 kg wiegt und 1 kg Dampf von 128° nach der vorigen Aufgabe einen Raum von 0,6938 cbm einnimmt, so erhält man

693,8 cbm Dampf.

56. Eine Dampfmaschine gebraucht in der Minute 12,37 cbm Dampf von 111,74°. Wieviel Kilogramm Wasser sind in der Minute zu verdampfen?

Nach der Tabelle ist $\gamma = 0{,}8874$ kg gleich dem Gewicht von 1 cbm Dampf, daher wiegt der verbrauchte Dampf, resp. das dazu notwendige Wasser

10,977 kg.

57. Wie groß ist die theoretische Heizkraft der Steinkohle, welche in 100 kg 4,407 kg Aschenteile und Stickstoff, 83,333 kg Kohlenstoff, 4,63 kg Wasserstoff, 4,63 kg Sauerstoff und 3 kg Wasser enthält?

$$B = 0{,}833 \,.\, 8000 + \left(0{,}0463 - \frac{0{,}0463}{8}\right) 34500 - 600 \,.\, 0{,}03$$
$$= 6664 + 1397{,}3 - 18 = 8043{,}3 \text{ Kal.}$$

58. Wie groß ist die theoretische Heizkraft von Holz, dessen chemische Analyse wie folgt ist: $A = 0{,}0012$; $C = 0{,}4889$; $H = 0{,}0619$; $O = 0{,}4393$; $W = 0{,}0087$?

$$B = 4157{,}5.$$

59. Wieviel Kilogramm Q eines Brennmaterials, dessen Heizkraft B ist, sind notwendig, um P kg Wasser von der Temperatur t_1 in gesättigten Wasserdampf von der Temperatur t zu verwandeln?

$$Q \,.\, B = P\,(606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1) \text{ (vergl. Formel 21, S. 30),}$$
$$Q = P \cdot \frac{606{,}5 + 0{,}305\,t - t_1}{B}.$$

a) Für $t_1 = 15^0$ C.; $t = 133{,}91$; $B = 0{,}7 \,.\, 7932$ und $P = 1$ kg ist:
$Q = 0{,}1135$ kg Steinkohle, um 1 kg Dampf von 3 atm Spannung aus Wasser von 15° C. zu entwickeln.

b) Für $t_1 = 15^0$ C.; $t = 133{,}91$; $B = 0{,}7 \,.\, 7932$ und $Q = 1$ kg ist:
$P = 8{,}78$ kg Wasser von 15° C. werden durch 1 kg Steinkohle in Dampf von 3 atm Spannung verwandelt.

Zweites Kapitel.

Vom Gleichgewicht der Flüssigkeiten mit eingetauchten Körpern.

20. Auftrieb. Ein Körper von beliebiger Gestalt, der sich in einer Flüssigkeit befindet, deren Teile unter sich im Gleichgewichte sind, wird an allen Punkten einen hydrostatischen Druck auszuhalten haben, dessen Größe sich für die Flächeneinheit nach § 4 bestimmt:

$$q = p + \gamma x$$

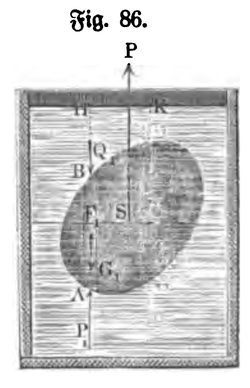
für unelastische und

$$q = p e^{\frac{x}{c}}$$

für elastische Flüssigkeiten.

Diese Normaldrucke denken wir sämtlich nach Richtungen der drei Achsen zerlegt, von denen die X-Achse senkrecht in ihrem positiven Teile nach unten liegt. Die Drucke in den verschiedenen wagerechten Ebenen nach Richtung der Y- und Z-Achse müssen sich aufheben, da ihre Größe außer von der Druckhöhe noch von der Projektion der Körperfläche auf eine Vertikalebene abhängig ist. Jede beliebig genommene derartige Projektion ist aber von zwei gegenüberliegenden Körperflächen zugleich Projektion, so daß die hiergegen gerichteten wagerechten Drucke sich aufheben müssen. Der Körper wird hiernach infolge des auszuhaltenden Druckes kein Bestreben zeigen, sich in wagerechter Richtung fortzubewegen, und es bleiben also allein die senkrechten Seitenkräfte übrig, deren Größe von der Druckhöhe und von der Projektion der Körperfläche auf eine wagerechte Ebene abhängig ist. Zwei gegenüberliegende Flächenelemente A und B (Fig. 86) derselben Horizontalprojektion F_1 mögen die Entfernungen $h_1 + l_1$ und h_1 von der ZY-Ebene HK haben, so ist für tropfbare Flüssigkeiten der übrigbleibende, nach oben in Richtung der X-Achse wirkende Druck:

Fig. 86.



$$P_1 - Q_1 = F_1 [p + \gamma (h_1 + l_1)] - F_1 (p + \gamma h_1)$$
$$= F_1 l_1 \gamma,$$

und für elastische Flüssigkeiten:

$$P_1 - Q_1 = F_1 \left(p e^{\frac{h_1 + l_1}{c}} - p e^{\frac{h_1}{c}}\right) = F_1 (q_1 - q_2).$$

Der Druck $F_1 q_1$ von unten nach oben ist um das Gewicht des zwischen A und B gelegenen Flüssigkeitsprisma größer als der Druck von oben nach unten, weshalb wir für $F_1 (q_1 - q_2)$, unter γ die mittlere Dichtigkeit verstanden, ebenfalls $F_1 l_1 \gamma$ setzen können, d. h. der nach oben wirksame Druck ist in beiden Fällen gleich dem Gewichte der von dem Prisma AB verdrängten Flüssigkeit. Dies überträgt sich auf sämtliche derartig durch den Körper gelegte Prismen, weshalb für jede beliebige Flüssigkeit das Gesetz besteht: Die Kraft P, mit welcher eine Flüssigkeit einen darin eingetauchten Körper nach **oben** zu bewegen sucht, ist gleich dem Gewichte der von dem Körper verdrängten Flüssigkeit. Diese Kraft, der Auftrieb genannt, hat ihren Angriffspunkt in dem Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit, welcher mit dem des Körpers zusammenfällt, sobald dieser Körper vollkommene Gleichartigkeit besitzt. Das Gesetz behält seine Gültigkeit, ob der Körper vollständig oder nur teilweise in die Flüssigkeit taucht.

Bezeichnen wir das Volumen des Körpers mit V, die konstante Dichtigkeit der Flüssigkeit oder einen mittleren Wert derselben mit γ_1, so ist der Auftrieb, wenn der Körper vollständig in die Flüssigkeit eintaucht:

$$P = V\gamma_1 \quad \text{. . . . .} \quad (32)$$

Dem Auftriebe wirkt das Gewicht G des Körpers entgegen, die Mittelkraft aus beiden ist daher:

$$K = G - V\gamma_1.$$

21. Wahres und scheinbares Gewicht. Die in der Luft vorgenommenen Abwägungen sind diesem Gesetze gemäß ungenau, da jeder in der Luft befindliche Körper soviel von seinem Gewichte verliert, als das Gewicht der verdrängten Luft beträgt. Nennen wir das absolute Gewicht des Körpers im luftleeren Raume sein wahres Gewicht G_1, das absolute Gewicht in der Luft von der Dichte γ dagegen sein scheinbares Gewicht G, so ist, mit V das Körpervolumen bezeichnet,

$$G = G_1 - V\gamma.$$

Ist noch γ_1 das Gewicht von der Kubikeinheit des Körpers, also $G_1 = V\gamma_1$ oder $V = \frac{G_1}{\gamma_1}$, so ergiebt sich

$$G = G_1 - \frac{\gamma}{\gamma_1} G_1,$$

daher

$$G_1 = G \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - \gamma}.$$

Nimmt man die Gewichtsbestimmung mittels einer gleicharmigen Wage vor und hat man zur Herstellung des Gleichgewichtes G_2 Gewichte von der Dichte γ_2 notwendig, so ist

$$G_2 = G \frac{\gamma_2}{\gamma_2 - \gamma}.$$

Die Division der beiden letzten Gleichungen liefert daher

$$G_1 = G_2 \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot \frac{\gamma_2 - \gamma}{\gamma_1 - \gamma} = G_2 \frac{1 - \frac{\gamma}{\gamma_2}}{1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}}.$$

Anstatt der Gewichte γ der Kubikeinheiten können auch die specifischen Gewichtszahlen ε, bezogen auf ein und denselben Körper (z. B. Wasser = 1), in Rechnung gebracht werden, und außerdem kann man für die meisten Fälle die Division des obigen Quotienten teilweise ausführen, so daß sich dann als annähernd richtig ergiebt:

$$G_1 = G_2 \left(1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_2}\right).$$

In den meisten Fällen der Anwendung haben die Brüche $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$ und $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_2}$ so kleine Werte, daß man sie vernachlässigen und deshalb das wahre Gewicht G_1 dem scheinbaren Gewichte G gleichsetzen kann.

22. **Schwimmen.** Die aus dem Gewichte G des Körpers und dem Auftriebe P sich ergebende Mittelkraft K erscheint unter der Form einer Differenz. Es lassen sich deshalb drei Fälle unterscheiden, je nachdem dieser Ausdruck positiv, Null oder negativ wird. Setzen wir in der obigen Gleichung für K an Stelle von G seinen Wert $G = V\gamma$, unter γ das Gewicht der Kubikeinheit des Körpers verstanden, so ist

$$K = V(\gamma - \gamma_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

Ist K positiv, so wird der Körper stärker nach unten als nach oben gedrückt. Es wird hiernach ein Körper in einer Flüssigkeit *sinken*, wenn sein Gewicht *größer* ist als das der verdrängten Flüssigkeit, oder wenn sein specifisches Gewicht γ *größer* ist als das specifische Gewicht γ_1 der Flüssigkeit. Ist K Null, so wird der ganz eingetauchte Körper von oben nach unten denselben Druck erfahren. Er wird daher an jeder Stelle der Flüssigkeit *schweben*, wenn das eigene Gewicht gleich dem der verdrängten Flüssigkeit, oder wenn das specifische Gewicht des Körpers *gleich* dem der Flüssigkeit ist.

Ist endlich K negativ, so ist der Druck von unten nach oben der größere. Der Körper wird hiernach *steigen*, wenn sein eigenes Gewicht *kleiner* als das der verdrängten Flüssigkeit ist, oder wenn das specifische Gewicht des Körpers *kleiner* als das der Flüssigkeit ist. Ist hierbei eine elastische Flüssigkeit vorausgesetzt, so wird das Steigen so lange erfolgen, bis die Dichtigkeit in der Flüssigkeit sich so weit verringert hat, daß das Gewicht des Körpers gleich dem der verdrängten Flüssigkeit geworden. Die Steighöhe läßt sich, nachdem die Dichtigkeit gefunden, mittels Formel 12 (S. 21)

$$x = R\,T\,ln \frac{q}{p}$$

berechnen.

Haben wir es anderseits mit einer tropfbaren Flüssigkeit zu thun, so

wird bei dem Steigen des Körpers endlich ein Teil desselben aus der Flüssigkeit herausragen. Sobald das Gleichgewicht hergestellt ist, muß das Gewicht des Körpers gleich dem der verdrängten Flüssigkeit sein. In diesem Falle sagt man, der Körper schwimmt in der Flüssigkeit.

23. Schwimmachse, Schwimmebene, Schwimmlage. Die Bedingung des Schwimmens eines Körpers besteht nach dem vorigen Paragraphen hauptsächlich darin, daß das Gewicht des Körpers gleich dem der verdrängten Flüssigkeit, gleich dem Auftriebe sei. Soll der Körper jedoch in der Flüssigkeit in Ruhe bleiben, so müssen die beiden Kräfte, das Gewicht und der Auftrieb, der Richtung nach ineinanderfallen, d. h. die Verbindungslinie der Angriffspunkte der beiden Kräfte muß eine lotrechte Linie sein. Ist diese Linie nämlich gegen die Wagerechte geneigt, so würde sich aus den beiden gleichen Kräften ein Kräftepaar bilden, das eine Drehung des Körpers so lange unterhält, bis diese Verbindungslinie die Richtung der Kräfte aufnimmt. Diese Linie nennt man die Schwimmachse, und die Durchschnittsebene des Körpers mit dem Flüssigkeitsspiegel heißt Schwimmebene.

Es läßt sich hiernach bei Körpern die Tiefe des Eintauchens im Voraus genau oder annähernd berechnen, je nachdem der eingetauchte Teil des Körpers sich stereometrisch genau oder annähernd finden läßt. Als Ausgangspunkt dient hierzu die Gleichung 32 (S. 132):

$$P = V_1 \gamma_1 = G,$$

wenn V_1 das Volumen und γ_1 die Dichtigkeit der verdrängten Flüssigkeit bezeichnet. Hierin ist statt V_1 der mittels der Stereometrie zu bestimmende Wert einzusetzen und dann daraus die Eintauchungstiefe zu entwickeln.

Bei einem Körper, der in einer gleichartigen Flüssigkeit schwimmt, fällt der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit von selbst mit dem Schwerpunkte des von dem Körper eingetauchten Teiles zusammen. Um daher bei einem Körper die Schwimmebene im Voraus zu bestimmen, ist der Körper durch eine Ebene so zu schneiden, daß für diese Ebene

$$V_1 \gamma_1 = G = V\gamma$$

werde. Hieraus folgt:

$$V_1 : V = \gamma : \gamma_1,$$

d. h. für die zu suchende Ebene muß sich das Volumen V_1 des eingetauchten Teiles zu dem Volumen V des ganzen Körpers verhalten, wie das specifische Gewicht γ des Körpers zu dem specifischen Gewichte γ_1 der Flüssigkeit.

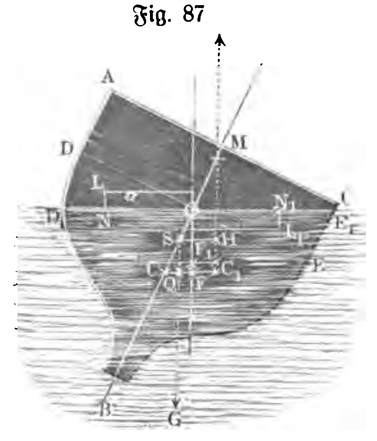
Zweitens muß die gesuchte Ebene auch so gewählt werden, daß die Schwimmachse darauf rechtwinklig steht. Das Gleichgewicht zwischen dem schwimmenden Körper und der Flüssigkeit tritt dann ein, sobald diese Ebene mit der Flüssigkeitsoberfläche zusammenfällt. Es ist hieraus ersichtlich, daß es für einen Körper verschiedene Schwimmlagen geben kann, und zwar unterscheidet man hierbei hauptsächlich das aufrechte und schiefe Schwimmen. Ein Körper schwimmt aufrecht, wenn wenigstens eine durch die Schwimmachse des Körpers gelegte lotrechte Ebene für den

Körper eine Symmetrieebene ist. Im anderen Falle nennt man das Schwimmen schief.

24. Gleichgewicht bei verschiedenen Schwimmlagen. Da nach dem Vorigen für denselben Körper verschiedene Schwimmlagen möglich sind, so ist es von Wichtigkeit, die Lagen in Bezug auf ihre Sicherheit zu untersuchen. Das Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers ist sicher oder unsicher, je nachdem der Körper infolge einer sehr kleinen Entfernung aus der Gleichgewichtslage in seine ursprüngliche Lage zurückkehren, oder sich noch mehr aus derselben zu entfernen sucht.

Bei einem Prisma mit wagerechten Kanten läßt sich z. B. leicht erkennen, daß die sicheren und unsicheren Schwimmlagen abwechselnd aufeinander folgen. Versucht man nämlich, das Prisma aus einer sicheren Gleichgewichtslage in die nächstfolgende sichere überzuführen, so wird dazwischen eine Lage bemerkt werden, aus der sich der Körper vollständig entfernt, wenn man ihn nach der einen oder der anderen Seite sehr wenig herausbewegt. Dies ist daher eine Lage des unsicheren Gleichgewichtes; es giebt deshalb immer zwischen zwei sicheren Gleichgewichtslagen eine unsichere und umgekehrt. Das Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers ist hiernach, wenn wir die in Tl. I für die Gleichgewichtslagen eines festen Körpers benutzten Ausdrücke anwenden, stabil, labil oder indifferent. Die Bestimmung dieser verschiedenen Gleichgewichtslagen soll Gegenstand der folgenden Untersuchung sein.

Fig. 87



Ein Körper von dem normalen Querschnitte ABC (Fig. 87) schwimme in aufrechter Stellung, und werde in eine schiefe Lage gebracht. DE stelle die Schwimmebene für die aufrechte Lage, D_1E_1 die für die schiefe Lage vor und der Drehungswinkel α werde sehr klein angenommen.

Für diese Annahme haben die beiden keilförmigen Körper, deren normale Querschnitte durch DOD_1 und EOE_1 dargestellt sind, gleichen körperlichen Inhalt, und die durch O gehende Drehachse nimmt die Schwerpunkte der beiden Schwimmebenen DE und D_1E_1 auf. Es sei S der Schwerpunkt des Körpers, dessen Gewicht gleich G sein mag, C sei der Angriffspunkt des Auftriebes für das aufrechte Schwimmen und C_1 der für die schiefe Lage. Die Masse der verdrängten Flüssigkeit ist durch die Drehung nicht geändert worden, der Auftrieb hat deshalb dieselbe Größe G, wie während des aufrechten Schwimmens. Das Moment $G \,.\, SH$ des sich bildenden Kräftepaares ist daher das Maß der Stabilität für die erste Schwimmlage, von dessen Wert es abhängen wird, ob die ursprüngliche Lage eine stabile, labile oder indifferente war. Wir bestimmen das statische Moment des Körpers D_1BE_1 auf zweifache Weise für eine senkrechte Ebene, welche die durch O gehende Schwerpunktsachse aufnimmt. Zu dem Ende sei V das Volumen

von DBE oder $D_1 B E_1$ und v sei das Volumen des keilförmigen Körpers von $D O D_1$ oder $E O E_1$.

Hiernach erhalten wir, wenn L und L_1 die Schwerpunkte der beiden keilförmigen Körper bezeichnen,

$$v \,.\, ON - V \,.\, C_1 F_1 = V \,.\, CF - v \,.\, ON_1$$
$$v \,.\, ON + v \,.\, ON_1 = V(CF + C_1 F_1)$$
$$= V(SH + CQ).$$

Es sei DE die X-Achse und die durch O gehende Schwerpunktsachse der beiden Schwimmebenen die Y-Achse. Die Schwimmebene DE bestehe aus den Flächenelementen $f_1, f_2, f_3 \ldots$, die durch ihre Koordinaten $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3 \ldots$ gegeben sein mögen. Die keilförmigen Körper $D O D_1$ und $E O E_1$ kann man als die Summe von kleinen prismatischen Körpern auffassen, die zur Grundebene ein Flächenelement f und zur Höhe den dazu gehörigen Kreisbogen $x \,.\, \alpha$ haben. Hiernach ist $v = \alpha \,.\, \Sigma f_1 x_1$ und weiter nach den Gesetzen des Schwerpunktes:

$$ON \,.\, \alpha \Sigma f_1 x_1 = \alpha \Sigma f_1 x_1^2.$$

Einen gleichen Ausdruck erhalten wir für $v \,.\, ON_1$; die Summe der beiden Momente ist daher ganz allgemein gleich $\alpha \,.\, \Sigma f x^2$, wobei sich $\Sigma f x^2$ auf die ganze Schwimmebene $D_1 E_1$ bezieht und nach Tl. I das Trägheitsmoment J für die durch O gehende Y-Achse bezeichnet.

Setzen wir diesen Wert in die obige Gleichung ein, so entsteht

$$\alpha \,.\, J = V(SH + CQ)$$

und

$$SH = \alpha \frac{J}{V} - CQ.$$

Es ist $CQ = CS \,.\, \sin \alpha$, und bei der angenommenen Kleinheit des Winkels können wir $CQ = CS \,.\, \alpha$ setzen. Nehmen wir noch die Entfernung CS der beiden Schwerpunkte C und S als bekannt an, setzen deshalb $CS = e$, so erhalten wir:

$$SH = \alpha \left(\frac{J}{V} - e\right),$$

und das Maß für die Stabilität Ss:

$$Ss = G \,.\, SH$$

$$Ss = G \alpha \left(\frac{J}{V} - e\right) \quad \ldots\ldots \quad (34)$$

Danach lassen sich nun drei Fälle unterscheiden:

a) $\frac{J}{V} > e$: Das Maß der Stabilität ist immer positiv, der Körper wird daher in seine ursprüngliche Lage zurückgebracht und das vorhandene Gleichgewicht war ein stabiles.

b) $\frac{J}{V} = e$: Die Stabilität des Körpers ist gleich 0, der Körper hat

daher kein Bestreben, sich weder weiter noch zurück zu bewegen, das Gleichgewicht war deshalb ein indifferentes.

c) $\frac{J}{V} < e$: Der Wert von Ss ist negativ, der Körper hat daher das Bestreben, sich noch mehr aus der ursprünglichen Lage zu entfernen, das vorhandene Gleichgewicht war ein labiles.

Das stabile Gleichgewicht eines schwimmenden Körpers hängt hiernach allein von dem Ausdrucke $\frac{J}{V} - e$ ab, worin J das Trägheitsmoment der Schwimmebene für eine durch ihren Schwerpunkt gehende Achse, V das Volumen der verdrängten Flüssigkeit und e die Entfernung des Körperschwerpunktes von dem Angriffspunkte des Auftriebes bezeichnet. So lange der Ausdruck $\frac{J}{V} - e$ positiv bleibt, so lange ist das Gleichgewicht ein stabiles, selbst wenn der Schwerpunkt S höher liegen sollte als der Angriffspunkt C des Auftriebes. Liegt anderseits S tiefer als C, so ist in dem oben gefundenen Werte für Ss statt e, $-e$ zu setzen, wodurch der maßgebende Faktor $\frac{J}{V} - e$ gleich $\frac{J}{V} + e$ wird. Der Wert von Ss ist in diesem Falle immer positiv, das Gleichgewicht daher immer ein stabiles.

25. Metacentrum. Die Richtung des Auftriebes für die geneigte Lage des Körpers schneidet die Schwimmachse für die aufrechte Lage in dem Punkte M (Fig. 87 a. S. 135), welchen man das Metacentrum nennt, und dessen Lage mit dem stabilen Gleichgewichte des Körpers im innigsten Zusammenhange steht. Zur Bestimmung von $SM = \lambda$ gehen wir von der oben entwickelten Gleichung

$$\alpha . J = V(SH + CQ)$$

aus und setzen darin

$$SH + CQ = CM . \sin\alpha$$

oder annähernd

$$= CM . \alpha .$$

Wir erhalten hiernach:

$$\alpha J = V . CM . \alpha$$

oder

$$CM = \frac{J}{V}$$

und

$$SM = \lambda = \frac{J}{V} \mp e \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (35)$$

je nachdem S höher oder tiefer als C liegt.

Der gefundene Wert von λ bestimmt nun die im vorigen Paragraphen gefundenen Gleichgewichtsbedingungen, d. h. die Lage von M bestimmt das vorhandene Gleichgewicht:

a) Ist λ positiv, so liegt M höher als S, das Gleichgewicht ist stabil;

b) ist $\lambda = 0$, so fällt M mit S zusammen, das Gleichgewicht ist indifferent;

c) ist λ negativ, so liegt M tiefer als S, das Gleichgewicht ist labil.

Hieraus folgt, daß man bei belasteten Körpern, die im stabilen Gleichgewichte schwimmen sollen, nur allein dafür zu sorgen hat, daß das Metacentrum M nicht mit S zusammenfalle oder gar tiefer als S zu liegen komme, während S, wie wir gesehen haben, höher als C liegen kann, wenn nur $e < \frac{J}{V}$ bleibt.

Specifische Gewichte einiger fester Körper *)
bezogen auf Wasser (bei 4° C.) = 1.

Körper	Spec. Gew.	Körper	Spec. Gew.
Basalt	2,7—3,2	Kupfer, gegossen	8,8
Blei	11,25—11,37	Leder, trocken	0,86
Beton	1,8—2,2	Marmor	2,52—2,85
Braunkohle	1,2—1,5	Mauerwerk	0,85—2,7
Diamant	3,5—3,6	Messing, gegossen	8,4—8,7
Eisen		Nickel	8,9—9,2
chemisch rein	7,79	Platin, gegossen	21,15
Gußeisen	7,25	Quecksilber	13,596
Schweißeisen	7,8	Sandstein	2,2—2,5
Glas		Schnee	0,125
Fenster=	2,65	Silber, gegossen	10,24—10,53
Krystall=	2,9—3,0	Stahl	7,86
Gold, gegossen	19,25	Steinkohle	1,2—1,5
Granit	2,51—3,05	Torf (Erd=)	0,64
Holz (lufttrocken)		Weißmetall	7,1
Ahorn	0,53—0,81	Ziegel	
Eiche	0,69—1,03	gewöhnliche	1,4—2,2
Kiefer	0,31—0,76	Klinker	1,53—2,3
Nußbaum	0,60—0,81	Zink, gegossen	6,86
Tanne	0,37—0,75	Zinn, gegossen	7,18
Kalkmörtel	1,7		

Specifische Gewichte von Flüssigkeiten.

	Specif. Gew.	Bei Grad C.
Benzin	0,68—0,7	15
Bier	1,02—1,035	—
Glycerin	1,26	0
Leinöl (gekocht)	0,942	15
Milch	1,03	0
Mineralschmieröle	0,9—0,925	20
Petroleum (Leucht=)	0,795—0,805	15
Quecksilber	13,596	0
Salzsäure (40 Proz. HCl)	1,192	15
Schwefelsäure (rauch.)	1,89	15
Seewasser	1,025	15

*) Aus: Des Ingenieurs Taschenbuch, Hütte.

Specifische Gewichte von Gasen und Dämpfen
bei 0° C. und 760 mm Quecksilbersäule, bezogen auf atmosphärische Luft = 1.

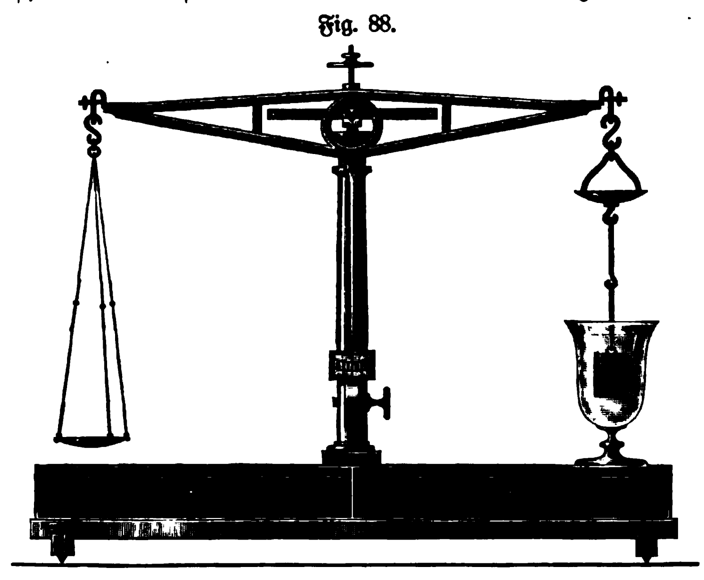
Ammoniak	0,5920
Grubengas (Sumpfgas)	0,559
Kohlenoxyd	0,9673
Kohlensäure	1,5291
Sauerstoff	1,1056
Stickstoff	0,9714
Steinkohlengas	0,34—0,45
Wasserstoff	0,06926

Das specifische Gewicht der trockenen Luft ist bei 0° C. und 760 mm Barometerstand, bezogen auf destilliertes Wasser von 4° C. = 0,001293.

Anwendungen.

1. **Hydrostatische Wage.** Das Gesetz vom Auftriebe findet bei der Bestimmung der specifischen Gewichte der Körper vielfache Anwendung. Es ist zu dem Ende der Auftrieb P des Körpers für die benutzte Flüssigkeit von der Dichtigkeit γ_1 zu bestimmen, was gewöhnlich mittels einer hydrostatischen Wage (Fig. 88) geschieht, die sich von der gewöhnlichen Wage dadurch unterscheidet, daß an der unteren Seite der einen Wagschale ein Häkchen angebracht ist, um den Körper vom Volumen V mittels eines Haares oder feinen

Fig. 88.



Drahtes daran zu hängen, bevor er in die Flüssigkeit eingetaucht wird, welche in einem untergesetzten Gefäße enthalten ist. Man findet hierdurch also das Gewicht des Körpers unter der Flüssigkeit, welches von dem absoluten Gewichte G subtrahiert, den Gewichtsverlust (Auftrieb) $P = V\gamma_1$ liefert. Bezeichnen wir noch das specifische Gewicht des Körpers mit γ_2, so ist

$$G = V\gamma_2 = P\frac{\gamma_2}{\gamma_1},$$

daher

$$\frac{G}{P} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$$

und das gesuchte specifische Gewicht des Körpers

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{G}{P} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (36)$$

Will man anstatt der specifischen Gewichte γ, die specifischen Gewichtszahlen ε in Rechnung bringen, so ist

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \frac{G}{P} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (37)$$

a) Ist der Körper dichter als Wasser und zugleich im Wasser unauflösbar, so kann man die Abwägung unter Wasser vornehmen und wir haben dann in den obigen Formeln $\gamma_1 = 1000$ kg $=$ dem Gewichte von 1 cbm Wasser und $\varepsilon_1 = 1$ zu setzen und es ist dann

$$\gamma_2 = \frac{\text{Absolutes Gewicht}}{\text{Gewichtsverlust}} \cdot 1000 \text{ kg},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\text{Absolutes Gewicht}}{\text{Gewichtsverlust}}.$$

Das heißt, um vermittelst der hydrostatischen Wage das specifische Gewicht eines Körpers in Bezug auf Wasser zu bestimmen, braucht man den Körper nur einmal in freier Luft und einmal unter Wasser zu wiegen, dann giebt die Größe des Quotienten: absolutes Gewicht dividiert durch Gewichtsverlust im Wasser das gesuchte specifische Gewicht.

b) Ist der Körper zwar dichter als Wasser, aber darin auflösbar, so muß die Abwägung in einer Flüssigkeit geschehen, die sich zu dem Körper indifferent verhält und es kommen dann also die Formeln 36 und 37 unmittelbar zur Anwendung, wobei sich ε_2 und ε_1 gemeinschaftlich auf Wasser beziehen.

c) Ist der Körper, dessen specifisches Gewicht man bestimmen will, weniger dicht als Wasser, so verbinde man denselben mit einem schweren Körper, so daß die Verbindung in der Flüssigkeit untersinkt. Ist nun der Gewichtsverlust der verbundenen Körper P_1, der des schwereren Körpers P_2, so ist der Gewichtsverlust P des specifisch leichteren Körpers $P = P_1 - P_2$ und das specifische Gewicht desselben, wenn wir sein absolutes Gewicht wieder mit G bezeichnen,

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{G}{P_1 - P_2}.$$

d) Um das specifische Gewicht γ_2 einer Flüssigkeit zu bestimmen, werde der Gewichtsverlust eines und desselben Körpers vom Volumen V in dieser Flüssigkeit und im Wasser bestimmt. Der Gewichtsverlust in der Flüssigkeit sei $P = V \cdot \gamma_2$, der Gewichtsverlust in Wasser $Q = V\gamma_1$, unter γ_1 die Dichtigkeit des Wassers verstanden. Dann ist

$$\gamma_2 = \frac{P}{Q} \gamma_1.$$

Führen wir auch hier wieder die specifischen Gewichtszahlen ε in Bezug auf Wasser ein und setzen $\varepsilon_1 = 1$, so erhalten wir

$$\varepsilon_2 = \frac{P}{Q}.$$

Um also vermittelst der hydrostatischen Wage das specifische Gewicht einer Flüssigkeit in Bezug auf Wasser zu bestimmen, wiegt man einen Körper, z. B. eine mit Quecksilber oder Schrot beschwerte, zugeschmolzene Glasröhre (Fig. 89) je einmal in Luft, in Wasser und in der betreffenden Flüssigkeit. Der Gewichtsverlust in der Flüssigkeit, dividiert durch den Gewichtsverlust in Wasser giebt dann das gesuchte specifische Gewicht der Flüssigkeit.

Fig. 89.

Auch durch bloßes Abwiegen in freier Luft läßt sich das specifische Gewicht von Flüssigkeiten oder lockeren Massen bestimmen. Das Gewicht einer luftleer hergestellten Flasche sei G, das Gewicht derselben Flasche mit Wasser gefüllt sei G_1 und das Gewicht derselben Flasche mit der zu untersuchenden Masse gefüllt sei G_2, dann ist, wenn das Volumen des hohlen Raumes der Flasche mit V und das specifische Gewicht der Flüssigkeit mit γ_2 bezeichnet wird,

$$V\gamma_1 = G_1 - G$$

und

$$V\gamma_2 = G_2 - G,$$

daher

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{G_2 - G}{G_1 - G}.$$

Die letztere Methode kann auch zur Bestimmung des specifischen Gewichtes luftförmiger Körper benutzt werden.

2. **Senkwagen.** Zur Bestimmung der specifischen Gewichte von Flüssigkeiten und festen Körpern dienen ferner die Senkwagen, auch wohl Gewichtsaräometer genannt, das sind feste Körper von angemessener Gestalt, welche man in Flüssigkeiten schwimmen läßt, um aus der Größe des eingetauchten Körperteiles auf die Dichtigkeit der Flüssigkeit schließen zu können. Diese Instrumente werden aus Glas oder aus Metall gefertigt, sind inwendig hohl und erhalten eine längliche, in Bezug auf eine Achse symmetrische Form. Der Schwerpunkt des Apparates wird möglichst tief angeordnet, damit die Achse der Senkwage beim Schwimmen die senkrechte Lage annehme.

In Fig. 90 ist ein Gewichtsaräometer aus Glas dargestellt, wie es zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten Verwendung findet. Es sei G das Gewicht der Senkwage, P das auf den Teller A zu legende Gewicht, um das Instrument bis zur Marke O in Wasser von der Dichtigkeit γ einsinken zu lassen, ferner sei P_1 das hier aufzulegende Gewicht, um das Einsenken bis zu derselben Marke O in einer Flüssigkeit von der Dichtigkeit γ_1 zu ermöglichen, dann ist, unter V das Volumen des eingetauchten Instrumentes verstanden,

$$V\gamma = G + P$$

und

$$V\gamma_1 = G + P_1,$$

daher

$$\gamma_1 = \gamma\,\frac{G + P_1}{G + P}.$$

Die aus Blech hergestellte, in Fig. 91 dargestellte Nicholsonsche Senkwage findet auch Anwendung zur Bestimmung des specifischen Gewichtes fester Körper. Es sei P das auf den Teller A zu legende Gewicht, um das Instrument bis zur Marke O einsinken zu lassen, und P_1 das notwendige Gewicht, wenn man den zu untersuchenden Körper ebenfalls auf den Teller A gelegt, dann ergiebt sich als absolutes Gewicht des zu untersuchenden Körpers:

$$G = P - P_1.$$

Bringt man nun den abzuwägenden Körper in das unter Wasser befindliche Körbchen C, und bezeichnen wir das auf den Teller A aufzulegende Gewicht mit P_2, um die Einsenkung des Instrumentes bis zur Marke O hervorzurufen, so ist der Gewichtsverlust des Körpers (der Auftrieb):

$$P = P_2 - P_1$$

und die specifische Gewichtszahl desselben nach Formel 37:

$$\varepsilon_2 = \frac{P - P_1}{P_2 - P_1}.$$

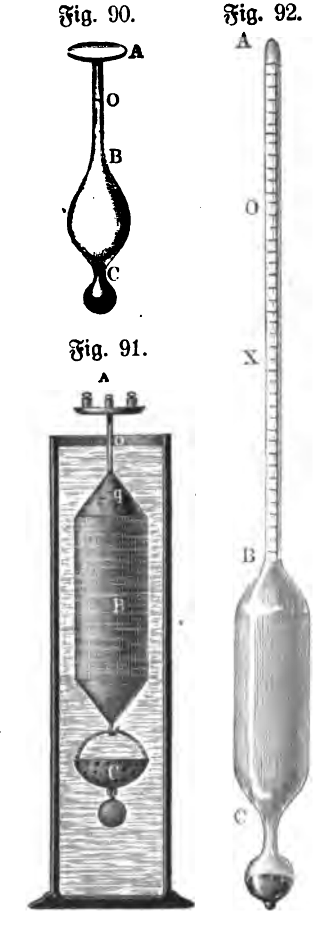
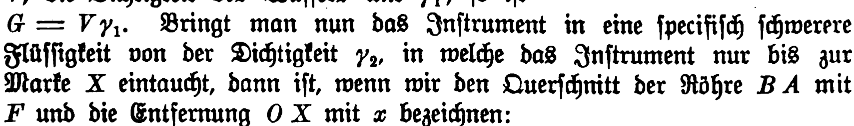


Fig. 90. Fig. 91. Fig. 92.

3. **Die Skalenaräometer** dienen zur Bestimmung des specifischen Gewichtes von Flüssigkeiten. Ein solches Aräometer (Fig. 92) besteht aus einem hohlen Glaskörper, welcher unten durch eingefülltes Quecksilber beschwert ist, während er oben in eine genau cylindrische Glasröhre AB endigt.

Bezeichnen wir das Gewicht des Instrumentes mit G, das eingetauchte Volumen mit V, die Dichtigkeit des Wassers mit γ_1, so ist



$G = V\gamma_1$. Bringt man nun das Instrument in eine specifisch schwerere Flüssigkeit von der Dichtigkeit γ_2, in welche das Instrument nur bis zur Marke X eintaucht, dann ist, wenn wir den Querschnitt der Röhre BA mit F und die Entfernung OX mit x bezeichnen:

$$G = (V - Fx)\,\gamma_2,$$

daher die gesuchte Dichtigkeit:

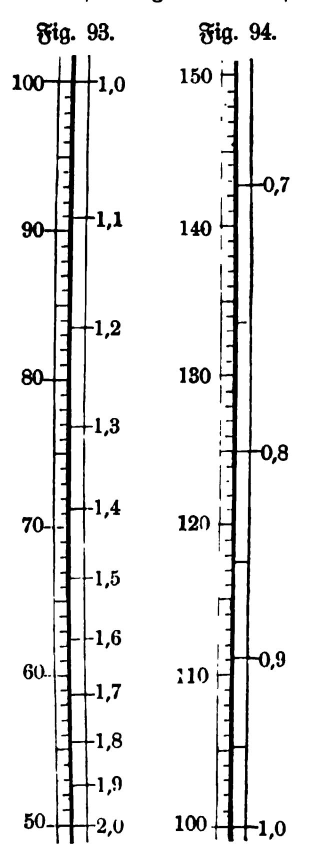
$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{V}{V - Fx} = \gamma_1 \frac{1}{1 - \frac{F}{V} x}.$$

War die zu untersuchende Flüssigkeit specifisch leichter als Wasser, so sinkt das Instrument um die Tiefe x über O hinaus ein und wir erhalten die Dichtigkeit:

$$\gamma_2 = \gamma_1 \frac{1}{1 + \frac{F}{V} x}.$$

Die Genauigkeit eines solchen Instrumentes ist um so größer, je größer die Entfernung eines Teilstriches vom anderen, je dünner also die Röhre BA, im Vergleich zu dem Volumen des ganzen Instrumentes ist. Um jedoch die Röhre nicht gar zu lang zu erhalten, fertigt man kein Skalenaräometer, welches für alle Flüssigkeiten anwendbar ist, sondern unterscheidet solche für leichtere und für schwerere Flüssigkeiten als Wasser. Bei den für die specifisch leichteren Flüssigkeiten zur Verwendung kommenden Instrumenten liegt der mit O bezeichnete Punkt für das Eintauchen in Wasser nahe an B, für die specifisch schwerere Flüssigkeit dagegen nahe an A.

Fig. 93. Fig. 94.



Die Teilung der Skala ist gewöhnlich so, daß der Wasserpunkt, d. h. der Punkt, bis zu welchem das Instrument in Wasser eintaucht, mit 100 bezeichnet wird, während die übrigen Teilstriche so angeordnet sind, daß das Volumen eines Röhrenstückes, welches zwischen je zwei aufeinander folgenden Teilstrichen liegt, $^1/_{100}$ von dem im Wasser einsinkenden Volumen ist. Sinkt also das Aräometer in einer Flüssigkeit bis zum Teilstriche m ein, so weiß man, m-Volumenteile der Flüssigkeit wiegen gerade soviel wie 100 Volumenteile Wasser, also $100 \cdot \gamma_1 = m \cdot \gamma_2$. Mit Einführung der specifischen Gewichtszahlen ε und für $\varepsilon_1 = 1$ wird das gesuchte specifische Gewicht der Flüssigkeit

$$\varepsilon_2 = \frac{100}{m}.$$

Apparate mit einer derartigen Skala nennt man wohl auch Volumeter, eine solche Skala Volumeterskala. Sind dagegen auf der Röhre AB neben den eben erwähnten Teilstrichen auch zugleich die ihnen entsprechenden specifischen Gewichte angegeben, so bezeichnet man eine solche Skala als Densimeterskala. Fig. 93 zeigt die Hauptabteilungen einer Densimeterskala für

schwere, Fig. 94 für leichtere Flüssigkeiten. Links daneben steht jedesmal die zugehörige Volumeterskala.

Da der dickere Teil einer Senkwage bei verschiedenen Temperaturen eine verschiedene Ausdehnung erleidet, so erfordert die genaue Bestimmung des specifischen Gewichts einer Flüssigkeit, diese Ausdehnung in Rechnung zu bringen, während man die Ausdehnung der Röhre BA vernachlässigen kann. Bezeichnen wir mit V_0 das Volumen des Bauches CB der Senkwage bei 0° C. und ist α der Ausdehnungskoeffizient des Materials, aus dem das Instrument besteht, so ist für die Temperatur von t^0 C. das betreffende Volumen $(1 + \alpha t) V_0$ und daher bei Benutzung der obigen Bezeichnungen:

$$G = [(1 + \alpha t) V_0 \mp Fx) \gamma_1,$$

d. h.:

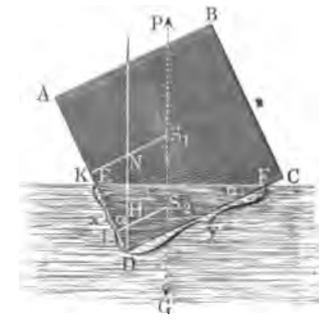
$$\gamma_1 = \frac{G}{(1 + \alpha t) V_0 \mp Fx)}.$$

4. Schwimmlagen eines Prismas. Es sollen die verschiedenartigen Schwimmlagen eines normalen vierseitigen Prismas bestimmt werden, dessen Querschnitt ein Quadrat ist.

a) Es mag eine Kante innerhalb des Wassers liegen (Fig. 95).

Es stelle $ABCD$ den normalen Querschnitt von der Seite a vor, EF sei für die angenommene Lage die Schwimmebene, S_1 der Schwerpunkt des Querschnittes und S_2 der Angriffspunkt des Auftriebes. Die Bedingung des Schwimmens entsteht durch Gleichsetzung des Körpergewichtes G und des Auftriebes P. Bezeichnen wir die Länge des Körpers mit l, sein specifisches Gewicht mit ε, und die eingetauchten Seiten mit x und y, so ist das Gewicht des Körpers $G = a^2 l \varepsilon 1000$, der Auftrieb $P = {}^1/_2\, x y l\, 1000$.

Fig. 95.



Als erste Bestimmungsgleichung für x und y haben wir daher:

$$\text{I.} \quad a^2 \varepsilon = {}^1/_2\, x y.$$

Die Bedingung des Schwimmens erfordert anderseits, daß die Verbindungslinie $S_1 S_2$ normal zur Schwimmebene EF gerichtet sei. Ziehen wir daher durch D eine Senkrechte zu EF und von S_1 und S_2 Senkrechten zur Seite DA, so muß:

$$S_1 N = S_2 H$$

sein.

$$S_1 N = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \, tang\, \alpha$$

$$S_2 H = {}^1/_3\, y - {}^1/_3\, x\, tang\, a,$$

wenn α den Winkel EFD bezeichnet. Der obigen Bedingung gemäß ist nun:

$$\frac{a}{2} (1 - tang\, \alpha) = {}^1/_3 (y - x\, tang\, \alpha),$$

oder $tang\, \alpha = \frac{x}{y}$ gesetzt,

$$\frac{a}{2}\left(1 - \frac{x}{y}\right) = {}^1/_3 \left(y - \frac{x^2}{y}\right)$$

$$^3/_2\, a\,(y - x) = y^2 - x^2,$$

oder

$$\text{II.} \quad (y - x)\,(^3/_2\, a - y - x) = 0.$$

Aus dieser zweiten Gleichung folgt:

$$y - x = 0$$

und

$$^3/_2\, a - y - x = 0,$$

was in Verbindung mit Gleichung I die verschiedenen Werte von x und y für die möglichen Schwimmlagen liefert. Wir erhalten hierbei:

$$1.\quad x = y = a\sqrt{2\varepsilon}.$$

$$2.\quad \begin{cases} x = \frac{a}{4}\left(3 - \sqrt{9 - 32\,\varepsilon}\right). \\ y = \frac{a}{4}\left(3 + \sqrt{9 - 32\,\varepsilon}\right). \end{cases}$$

$$3.\quad \begin{cases} x = \frac{a}{4}\left(3 + \sqrt{9 - 32\,\varepsilon}\right). \\ y = \frac{a}{4}\left(3 - \sqrt{9 - 32\,\varepsilon}\right). \end{cases}$$

Die beiden letzten der möglichen Schwimmlagen bestehen, so lange x und y nicht imaginär werden, so lange also

$$9 - 32\,\varepsilon \text{ positiv}$$

oder

$$\varepsilon < \frac{9}{32}$$

$$\varepsilon < 0{,}28125$$

ist. Für $\varepsilon = 0{,}28125$ bleibt nur die erste Schwimmlage, wofür $x = y = a\sqrt{2\,\varepsilon}$ ist, übrig.

Nehmen wir an, daß der Körper aus Korkholz besteht, dessen specifisches Gewicht 0,27 sein mag, so ist für die erste Schwimmlage:

$$x = y = 0{,}7348\, a;$$

für die zweite Schwimmlage:

$$x = 0{,}6\, a$$

$$y = 0{,}9\, a;$$

für die dritte Schwimmlage:

$$x = 0{,}9\, a$$

$$y = 0{,}6\, a.$$

Es ist jetzt noch zu untersuchen, welche der drei möglichen Schwimmlagen eine stabile ist. Nach § 24 hängt die Stabilität von dem Ausdrucke $\frac{J}{V} \pm e$ ab, der für ein stabiles Gleichgewicht positiv ausfallen muß. In unserem Falle liegt der Schwerpunkt S_1 höher als der Angriffspunkt S_2 des Auftriebes, weshalb der Wert von $\frac{J}{V} - e$ die Stabilität bestimmt.

Es ist

$$S_1 S_2 = e = \frac{KL}{\cos\alpha}$$

$$e = \frac{\frac{a}{2} - \frac{x}{3}}{\cos\alpha}$$

$$= \frac{3a - 2x}{6 \cdot \cos\alpha}$$

$$e = \frac{(3a - 2x)\sqrt{x^2 + y^2}}{6y}$$

$$\frac{J}{V} = \frac{{}^1/_{12}\, l\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3 + l\sqrt{x^2 + y^2}\left({}^1/_6 \frac{y^2 - x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2}{{}^1/_2\, xyl}$$

$$= {}^1/_{18} \frac{3(x^2 + y^2)^2 + (y^2 - x^2)^2}{xy \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Tragen wir in diesen Ausdrücken die für x und y gefundenen Werte ein, so erhalten wir für die erste Schwimmlage:

$$e = \frac{(3 - 2 \cdot 0{,}7348) \cdot \sqrt{2}}{6}\, a$$

$$e = 0{,}36062\, a$$

$$\frac{J}{V} = {}^1/_{18} \frac{3 \cdot 4 \cdot 0{,}7348^4}{0{,}7348^2 \cdot 0{,}7348 \cdot \sqrt{2}}\, a$$

$$= 0{,}34634\, a.$$

Hiernach ist $\frac{J}{V} - e$ negativ, die Schwimmlage daher eine labile.

Für die zweite und dritte Schwimmlage:

$$e = \frac{(3 - 2 \cdot 0{,}6)\sqrt{0{,}6^2 + 0{,}9^2}}{6 \cdot 0{,}9}\, a$$

$$= 0{,}36056\, a$$

$$\frac{J}{V} = {}^1/_{18} \frac{3(0{,}6^2 + 0{,}9^2)^2 + (0{,}9^2 - 0{,}6^2)^2}{0{,}9 \cdot 0{,}6 \cdot \sqrt{0{,}9^2 + 0{,}6^2}}\, a$$

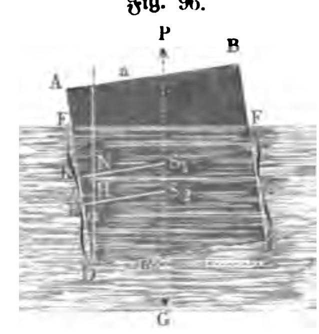
$$= 0{,}40986\, a.$$

Hiernach ist $\frac{J}{V} - e$ positiv, die beiden letzten Schwimmlagen sind daher stabile.

b) Zwei Kanten des Körpers mögen im Wasser liegen (Fig. 96).

Zur Bestimmung der eingetauchten Teile x und y der Seite a haben wir:

Fig. 96.



$$\tfrac{1}{2}\, a\,(x + y) = a^2 \varepsilon$$

und

$$S_1 N = S_2 H$$

$$S_1 K - NK = S_2 L - HL,$$

$$\frac{a}{2} - \frac{a}{2} \tan \alpha =$$

$$\frac{x + 2y}{x + y} \cdot \frac{a}{3} - \tfrac{1}{3} \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \tan \alpha$$

(nach den in Teil I entwickelten Regeln über die Lage des Schwerpunktes bei Trapezen).

Außerdem ist $\tan \alpha = \frac{x - y}{a}$, daher sind die zur Entwickelung von x und y notwendigen Gleichungen:

$$\text{I.} \quad x + y = 2\,a\,\varepsilon.$$

$$\text{II.} \quad (x - y)\,[a^2 - 3\,a\,(x + y) + 2\,(x^2 + xy + y^2)] = 0.$$

Hieraus ergeben sich für die verschiedenen Schwimmlagen folgende Werte für x und y, wenn man

$x - y = 0$ und $a^2 - 3\,a\,(x + y) + 2\,(x^2 + xy + y^2) = 0$ setzt:

$$1. \quad x = y = a\,\varepsilon$$

$$2. \quad \begin{cases} x = a\left(\varepsilon + \sqrt{3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2}}\right) \\ y = a\left(\varepsilon - \sqrt{3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2}}\right) \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} x = a\left(\varepsilon - \sqrt{3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2}}\right) \\ y = a\left(\varepsilon + \sqrt{3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2}}\right). \end{cases}$$

Die beiden letzten der drei möglichen Schwimmlagen werden unmöglich, sobald x und y imaginär werden, d. h. sobald $3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2} < 0$ ist.

Die Bedingung für die drei Schwimmlagen ist hiernach:

$$3\,\varepsilon\,(1 - \varepsilon) - \tfrac{1}{2} > 0$$

$$\varepsilon < 0{,}5 + 0{,}2887 \text{ und } > 0{,}5 - 0{,}2887,$$

d. h.:

$$0{,}2113 < \varepsilon < 0{,}7887.$$

Für $\varepsilon = 0{,}2113$ oder $= 0{,}7887$ bleibt von den drei Schwimmlagen nur die erste übrig, wo $x = y = a\,\varepsilon$ ist. Der Körper bestehe aus Eichenholz vom specifischen Gewichte 0,76, so ist für die erste Schwimmlage:

$$x = y = 0{,}76\,a,$$

für die zweite Schwimmlage:

$$x = 0{,}977\,a$$
$$y = 0{,}543\,a,$$

für die dritte Schwimmlage:

$$x = 0{,}543\,a$$
$$y = 0{,}977\,a.$$

Die nächste Untersuchung bezieht sich auf die Stabilität der drei möglichen Schwimmlagen. Es ist

$$S_1 S_2 = e = NH \text{ und } NH \cos\alpha = KL = DK - DL$$

$$NH \cos\alpha = \frac{a}{2} - {}^1/_3 \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$$

$$NH \frac{a}{\sqrt{a^2 + (x-y)^2}} = \frac{a}{2} - {}^1/_3 \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y}$$

$$NH \text{ oder } e = {}^1/_2 \sqrt{a^2 + (x-y)^2} - \frac{1}{3a} \cdot \frac{x^2 + xy + y^2}{x + y} \cdot \sqrt{a^2 + (x-y)^2}$$

$$\frac{J}{V} = \frac{{}^1/_{12}\left(\sqrt{a^2 + (x-y)^2}\right)^3 + \sqrt{a^2 + (x-y)^2} \cdot \left(\frac{x - a + y}{2} \cdot \frac{x - y}{\sqrt{a^2 + (x-y)^2}}\right)^2}{{}^1/_2 (x + y)\, a}$$

$$= {}^1/_6 \frac{[a^2 + (x-y)^2]^2 + 3(x - a + y)^2 (x - y)^2}{a (x + y) \sqrt{a^2 + (x-y)^2}}.$$

Hieraus erhalten wir nach Eintragung der für x und y gefundenen Werte für die erste Schwimmlage:

$$e = \frac{a}{2} - \frac{x}{2}$$
$$= \frac{a}{2} - \frac{0{,}76\,a}{2}$$
$$= 0{,}12\,.\,a$$
$$\frac{J}{V} = {}^1/_6 \frac{a^4}{a^2 . 2x}$$
$$= 0{,}1096\,a.$$

Hiernach ist $\frac{J}{V} - e$ negativ, die Schwimmlage daher eine labile.

Für die zweite Schwimmlage ist:

$$e = {}^1/_2 \sqrt{a^2 + 0{,}434^2 . a^2}$$
$$- {}^1/_3 \frac{0{,}977^2 + 0{,}977\,.\,0{,}543 + 0{,}543^2}{1{,}520} \cdot \sqrt{a^2 + 0{,}434^2 . a^2}$$
$$= \frac{a}{6} \sqrt{1{,}188356} \cdot \frac{1{,}000222}{1{,}520}$$
$$= 0{,}11955\,a.$$

$$\frac{J}{V} = {}^1/_6 \frac{a^4 . 1,188356^2 + 3 . a^4 . 0,520^2 . 0,434^2}{a^3 . 1,520 . \sqrt{1,188356}}$$

$$= \frac{a}{6} \cdot \frac{1,56484}{1,520 \sqrt{1,188356}}$$

$$= 0,15741\ a.$$

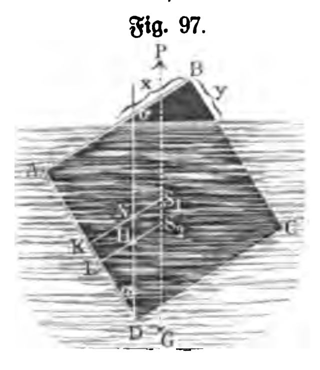


Fig. 97.

Hiernach ist $\frac{J}{V} - e$ positiv, die zweite Schwimmlage und ebenso auch die dritte eine stabile.

c) Es mögen drei Kanten des Körpers im Wasser liegen (Fig. 97).

Zur Bestimmung von x und y haben wir die Gleichungen:

$$a^2 - {}^1/_2\, x y = a^2 \varepsilon,$$

d. h.:

$$\text{I.} \quad x y = 2 a^2 (1 - \varepsilon),$$

wenn x und y die aus dem Wasser herausragenden Teile der Seite a bezeichnen. Als zweite Bedingung ist

$$S_1 N = S_2 H$$

$$S_1 N = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cdot tang\, \alpha$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cdot \frac{y}{x}$$

$$S_2 H = S_2 L - H L$$

$$= \frac{a^2 \frac{a}{2} - \frac{x y}{2} (a - x + {}^2/_3\, x)}{a^2 - {}^1/_2\, x y} - D L \cdot tang\, \alpha$$

$$= \frac{3 a^3 - x y (3 a - x)}{6 a^2 - 3 x y} - \frac{a^2 \frac{a}{2} - \frac{x y}{2} (a - y + {}^2/_3\, y)}{a^2 - {}^1/_2\, x y} \cdot \frac{y}{x}$$

$$= \frac{3 a - 2 (1 - \varepsilon)(3 a - x)}{6 \varepsilon} - \frac{3 a - 2 (1 - \varepsilon)(3 a - y)}{6 \varepsilon} \cdot \frac{y}{x}.$$

Daher ist:

$$\frac{a}{2} - \frac{a}{2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{3 a - 2 (1 - \varepsilon)(3 a - x)}{6 \varepsilon} - \frac{3 a - 2 (1 - \varepsilon)(3 a - y)}{6 \varepsilon} \cdot \frac{y}{x}.$$

$$\text{II.} \quad (x - y)\,({}^3/_2\, a - x - y) = 0,$$

d. h. diese dritte Schwimmlage geht aus der zuerst behandelten hervor, wenn wir statt ε, $1 - \varepsilon$ setzen.

Aus den beiden Grundgleichungen ergeben sich für die verschiedenen Schwimmlagen folgende Werte für x und y, wenn man $x - y = 0$ und ${}^3/_2\, a - x - y = 0$ setzt:

$$1. \quad x = y = a\sqrt{2(1-\varepsilon)}$$

$$2. \quad \begin{cases} x = \frac{a}{4}\left(3 + \sqrt{9 - 32(1-\varepsilon)}\right) \\ x = \frac{a}{4}\left(3 - \sqrt{9 - 32(1-\varepsilon)}\right) \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} x = \frac{a}{4}\left(3 - \sqrt{9 - 32(1-\varepsilon)}\right) \\ x = \frac{a}{4}\left(3 + \sqrt{9 - 32(1-\varepsilon)}\right). \end{cases}$$

Die beiden letzten Schwimmlagen bestehen, so lange x und y nicht imaginär werden, so lange also $9 - 32(1 - \varepsilon)$ positiv bleibt:

$$9 - 32 + 32\varepsilon > 0$$
$$32\varepsilon - 23 > 0$$
$$\varepsilon > \frac{23}{32}$$
$$\varepsilon > 0{,}719.$$

Für $\varepsilon = \frac{23}{32}$ bleibt nur die erste Schwimmlage möglich für

$$x = y = a\sqrt{2(1-\varepsilon)}.$$

Der Körper mag aus Eichenholz bestehen und das specif. Gew. 0,74 haben. Hiernach erhalten wir für die erste Schwimmlage:

$$x = y = 0{,}7211\, a,$$

für die zweite Schwimmlage:

$$x = 0{,}9561\, a$$
$$y = 0{,}5438\, a,$$

für die dritte Schwimmlage:

$$x = 0{,}5438\, a$$
$$y = 0{,}9561\, a.$$

Die nächste Untersuchung bezieht sich auf die Stabilität der Schwimmlagen. Es ist:

$$S_1 S_2 = e = NH = KL \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$$

$$e = \left(\frac{a}{2} - \frac{3a^3 - xy(3a - y)}{6a^2 - 3xy}\right) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$$

$$= \frac{1-\varepsilon}{6\varepsilon} \cdot (3a - 2y) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x}$$

$$\frac{J}{V} = \frac{{}^1/_{12}\left(\sqrt{x^2 + y^2}\right)^3 \cdot l + l \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \left(\frac{x - a + y}{2} \cdot \frac{x - y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)^2}{(a^2 - {}^1/_2\, xy)\, l}$$

$$= {}^1/_{12}\, \frac{(x^2 + y^2)^2 + 3(x - y)^2 (x - a + y)^2}{a^2 \varepsilon \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Hieraus erhalten wir nach Eintragung der für x und y gefundenen Werte für die erste Schwimmlage:

$$e = \frac{1 - 0{,}74}{6 \cdot 0{,}74} \cdot (3\,a - 2 \cdot 0{,}7211\,a)\sqrt{2}$$

$$= 0{,}129008\,a$$

$$\frac{J}{V} = {}^1/_{12} \frac{4\,.\,0{,}7211^4\,.\,a^4}{a^2\,.\,0{,}74\,.\,0{,}7211\,.\,a\,.\sqrt{2}}$$

$$= {}^1/_{12} \frac{4\,.\,0{,}7211^3}{0{,}74\,.\sqrt{2}}\,a$$

$$= 0{,}11943\,a.$$

Hiernach ist $\frac{J}{V} - e$ negativ, die Schwimmlage daher eine labile.

Für die zweite und dritte Schwimmlage:

$$e = \frac{1 - 0{,}74}{6\,.\,0{,}74} \cdot (3 - 2\,.\,0{,}5438) \frac{\sqrt{0{,}9561^2 + 0{,}5438^2}}{0{,}9561} \cdot a$$

$$e = 0{,}12883\,a$$

$$\frac{J}{V} = {}^1/_{12} \frac{(0{,}9561^2 + 0{,}5438^2)^2 + 3\,.\,0{,}4123^2\,.\,0{,}4999^2}{0{,}74\,.\sqrt{0{,}9561^2 + 0{,}5438^2}}\,a$$

$$= \frac{1{,}4637 + 0{,}12744}{12\,.\,0{,}74\,.\,1{,}0999}\,a$$

$$= \frac{1{,}5912}{12\,.\,0{,}74\,.\,1{,}0999}\,a$$

$$= 0{,}16291\,a.$$

Es ist hierbei $\frac{J}{V} - e$ positiv, daher sind die beiden letzten Schwimmlagen stabile.

Übungen.

---

1. Wie groß ist der Auftrieb oder Gewichtsverlust in Wasser von 2,5 kg Blei, 3,5 kg Eisen, 1,5 kg Silber und 3 kg Gold?

Die in Rechnung zu bringenden specifischen Gewichte sind für Wasser = 1, für Blei = 11,33, für Eisen = 7,7, für Silber = 10,5, für Gold = 19,25.

0,221 kg.
0,454 „
0,143 „
0,156 „

2. Ein Stück Glas hat das specifische Gewicht 3 und wiegt unter Wasser 2,25 kg. Wie groß ist das absolute Gewicht?

3,375 kg.

3. Ein Stück Marmor wiegt in der Luft 100 kg, unter Wasser 62,5 kg. Wie groß ist das specifische Gewicht des Marmors?

$2^2/_3$.

4. Ein Körper wog in der Luft 0,2783 kg, in Wasser 0,264 kg, in Salpetersäure 0,2565 kg, in Schwefelsäure 0,2502 kg, in Salzsäure 0,2612 kg, in Quecksilber 0,0841 kg.

Wie groß sind hiernach die specifischen Gewichte der Flüssigkeiten?

1,524 für die Salpetersäure,
1,965 „ „ Schwefelsäure,
1,196 „ „ Salzsäure,
13,58 „ das Quecksilber.

5. Es sei eine mechanische Verbindung von beliebig vielen Körpern gegeben. Die absoluten Gewichte derselben seien G_1, G_2, G_3 ..., die specifischen Gewichte γ_1, γ_2, γ_3 ..., die Auftriebe für Wasser P_1, P_2, P_3 ...

Wie groß ist der Auftrieb P der ganzen Verbindung?

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \cdots$$

6. Ein Körper, der aus zweierlei Stoffen besteht, wiegt 17,5 kg und verliert unter Wasser 5 kg. 3,5 kg des einen Stoffes verlieren unter Wasser 1,5 kg, 9,5 kg des zweiten Stoffes verlieren unter Wasser 2,5 kg.

Wieviel von jedem Stoffe befindet sich an dem Körper?

2,386 kg.

15,114 „

7. Ein Gegenstand sei aus zwei Stoffen verfertigt. Er wiegt 29,5 kg und verliert unter Wasser 17,5 kg. Die specifischen Gewichte der beiden Stoffe seien 2 und 0,9.

Wieviel Kilogramm eines jeden Stoffes sind an jenem Gegenstande?

25 kg.

4,5 „

8. Es soll eine Verbindung aus Gold und Silber von 10 kg mit dem specifischen Gewichte 13 hergestellt werden. Wieviel Kilogramm sind von jedem Stoffe notwendig?

Die specifischen Gewichte für Gold und Silber seien 19,25 und 10,5.

4,230 kg Gold,

5,769 „ Silber.

9. Welches Gewicht muß ein hölzerner Balken vom 0,2 specifischen Gewicht erhalten, damit ein Mensch von 65 kg Gewicht und 1,5 specifischem Gewicht mit dem Holze im Wasser gerade schwebe?

$$\frac{x}{0{,}2} + \frac{65}{1{,}5} = x + 65$$

$$x = 5{,}416 \text{ kg.}$$

10. Wie groß ist das wahre Gewicht von 50 kg Messing, das durch eiserne Gewichte bei 0° C. und 760 mm Barometerstand bestimmt wurde?

1 cbm Luft = 1,29318 kg.

1 „ Eisen = 7700 „

1 „ Messing = 8500 „

$$G_1 = G_2 \frac{1 - \frac{\gamma}{\gamma_2}}{1 - \frac{\gamma}{\gamma_1}} = 50 \frac{1 - \frac{1{,}29318}{7700}}{1 - \frac{1{,}29318}{8500}} = 49{,}99915 \text{ kg.}$$

11. Ein schwimmender Körper hat ein Volumen von 0,062 cbm und taucht mit drei Viertel seines Volumens in Wasser. Welches Gewicht hat der Körper?

46,25 kg.

12. Wie tief sinkt ein Würfel aus Eisen vom specifischen Gewichte 7,7, dessen Kante gleich 0,046 m ist, in Quecksilber vom specifischen Gewichte 13,6?

$$0{,}046^2 \,.\, x \,.\, 13{,}6 = 0{,}046^3 \,.\, 7{,}7$$

$$x = 0{,}026 \text{ m.}$$

13. Ein hohler, oben offener Würfel aus Blei vom specifischen Gewichte 11,25, dessen äußere Kante = 0,092 m ist, sinkt bis auf die Hälfte seiner Höhe in Salpetersäure vom specifischen Gewichte 1,522 ein. Wie stark sind die Wände des Gefäßes?

$$[0{,}092^3 - (0{,}092 - 2x)^2\,(0{,}092 - x)]\;11{,}25 = {}^1/_2\,.\,0{,}092^3\,.\,1{,}522$$
$$x = 0{,}0013\text{ m (annähernd).}$$

14. Welchen äußeren Durchmesser muß ein von allen Seiten geschlossener hohler Cylinder aus Kupfer vom specifischen Gewichte 8,75 erhalten, wenn derselbe bei einer Höhe von 0,94 m und einer Wandstärke von 0,013 m in Wasser 0,63 m einsinken soll?

$$[x^2\,.\,0{,}94 - (x - 0{,}026)^2\,.\,0{,}914]\;8{,}75 = x^2\,.\,0{,}63$$
$$x = 1{,}018\text{ m},$$

der Durchmesser also

$$= 2{,}036\text{ m}.$$

15. Es soll eine hohle, eiserne Kugel von 7,7 specifischem und 25 kg absolutem Gewichte angefertigt werden, die bis auf die Hälfte in Wasser eintaucht. Wie groß sind die beiden Halbmesser der Kugel zu wählen?

$$25 = \frac{2}{3}\,\pi r_1^3\,.\,1000$$

$$25 = \frac{4}{3}\,\pi(r_1^3 - r_2^3)\,.\,7{,}7\,.\,1000$$

$$r_1 = 0{,}2285\text{ m},$$
$$r_2 = 0{,}2235\text{ m}.$$

16. Wie groß ist die Eintauchungstiefe in Wasser bei einer hölzernen Kugel, die 15 kg wiegt und das specifische Gewicht 0,8 hat?

$$\frac{4}{3}\,\pi r^3\,.\,0{,}8\,.\,1000 = 15,\ \text{d. h. } r = 0{,}16481\text{ m}$$

$$\frac{\pi}{3}\,h^2(3r - h)\,.\,1000 = 15,\ \text{d. h. } h^3 - 0{,}494\,h^2 + 0{,}0143 = 0$$

$$h = 0{,}236\text{ m}.$$

17. Wie groß ist die Eintauchungstiefe in Wasser bei einem Holzcylinder von 0,523 m Durchmesser und dem specifischen Gewichte 0,3?

Es sei α der zum eingetauchten Cylinderabschnitt gehörige Centriwinkel, l die Länge, r der Halbmesser, x die Eintauchungstiefe und ε das specifische Gewicht des Cylinders. Für diese Annahmen ist:

$$({}^1/_2\,r^2\alpha - {}^1/_2\,r^2 \sin\alpha)\,l\gamma = \pi r^2 l\varepsilon\gamma$$

und

$$x = r\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$= 2\,r \sin^2\frac{\alpha}{4}.$$

Aus der ersten Gleichung muß α durch Probieren bestimmt werden, und der auf diese Weise erhaltene Wert wird dann zur Berechnung von x der zweiten Gleichung gemäß benutzt. Für die in der Aufgabe angegebenen Zahlenwerte ist:

$$\alpha - \sin\alpha - 1{,}885 = 0.$$

Für $\alpha = 140^0$ ist $f_{(\alpha)} = -0{,}08433$.
„ $\alpha = 145^0$ ist $f_{(\alpha)} = +0{,}07215$.

Der wahre Wert von α ist hiernach $140 + \beta$, unter β eine noch zu bestimmende Größe verstanden. Nach der regula falsi ist:

$$\frac{0{,}08433}{0{,}07215} = \frac{\beta}{5 - \beta}$$

oder

$$\frac{0{,}15648}{0{,}08433} = \frac{5}{\beta}, \text{ d. h. } \beta = \frac{5 \cdot 0{,}08433}{0{,}15648} = 2{,}69^0,$$

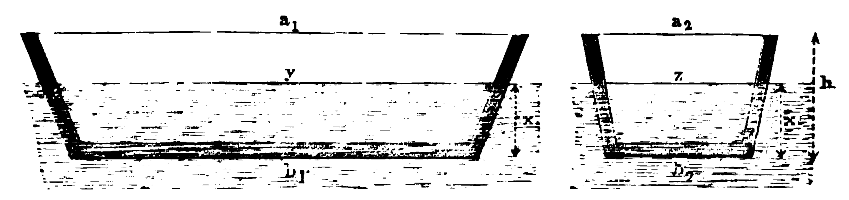
daher ist genauer $\alpha = 142^0\,41'\,2{,}4''$.

Wir gehen nun zur Bestimmung der Eintauchungstiefe x

$$x = 2\,r\,sin^2 \frac{\alpha}{4} = 0{,}523 \,.\, (sin\,35^0\,40'\,1'5{,}6')^2 = 0{,}17784 \text{ m}.$$

18. Es sei die Eintauchungstiefe x für einen Prahm zu bestimmen, dessen normale Querschnitte Paralleltrapeze sind (Fig. 98). Das Gewicht des

Fig. 98.



Schiffes sei G, die vorhandene Belastung P und die Abmessungen der Paralleltrapeze seien a_1, b_1, a_2, b_2 und h.

Beträgt das von dem Schiffe verdrängte Wasser V Kubikmeter, so ist die Bedingungsgleichung für das Schwimmen:

$$G + P = V\gamma$$

$$V = \tfrac{1}{2}\, b_2\, x\, \frac{2\,b_1 + y}{3} + \tfrac{1}{2}\, z\, y\, \frac{2\,y + b_1}{3}$$

$$y = \frac{a_1\, x + b_1\,(h - x)}{h}$$

$$z = \frac{a_2\, x + b_2\,(h - x)}{h}$$

$$V = \frac{x}{6\,h^2}[6\,b_1\,b_2\,h^2 + 3\,h\,x\,(a_1\,b_2 - 2\,b_1\,b_2 + a_2\,b_1) + 2\,x^2(a_1 - b_1)\,(a_2 - b_2)].$$

Zur Bestimmung der Eintauchungstiefe x dient daher die Gleichung:

$$2\,x^3(a_1 - b_1)\,(a_2 - b_2) + 3\,h\,x^2(a_1\,b_2 - 2\,b_1\,b_2 + a_2\,b_1) + 6\,b_1\,b_2\,h^2\,x = \frac{6\,h^2\,(G + P)}{\gamma}.$$

Die Gleichung dient zugleich dazu, bei gegebener Tiefe x die Belastung P des Schiffes zu berechnen. Die Rechnung stellt sich viel einfacher, wenn man in dem kleineren Querschnitte annähernd $a_2 = b_2 = a$ setzt. Die für diese Annahme zu Grunde liegende Gleichung ist:

$$x^2(a_1 - b_1) + 2 b_1 h x = \frac{2h}{a\gamma}(G + P).$$

19. Ein Schiff aus Eichenholz von der in der vorigen Nummer angegeben Form habe eine Höhe von 0,63 m und die notwendigen Abmessungen seien:

$$a_1 = 3{,}14 \text{ m}, \quad b_1 = 2{,}51 \text{ m}, \quad a_2 = 0{,}63 \text{ m}, \quad b_2 = 0{,}47 \text{ m}.$$

Die Stärke der Wände und Boden betrage 0,0262 m. Welche Belastung kann das Schiff tragen, wenn es bis auf die Hälfte einsinken darf?

Das Gewicht G des Schiffes ist $= K\gamma_1$, unter K den Inhalt des Schiffskörpers und γ_1 das Gewicht von 1 cbm des benutzten Materials verstanden. Es ist aber, mit d die Wandstärke bezeichnet,

$$K = \frac{h}{6}[b_2(2b_1 + a_1) + a_2(2a_1 + b_1)] - \frac{h-d}{6}\Big[(b_2 - 2d)[2(b_1 - 2d) + a_1 - 2d] + (a_2 - 2d)[2(a_1 - 2d) + b_1 - 2d]\Big],$$

$$K = 0{,}146052 \text{ cbm},$$

$$G = 0{,}146052 \,.\, 700 = 102{,}24 \text{ kg}.$$

Benutzen wir zur Bestimmung der Belastung P die erste Gleichung, so erhalten wir:

$$\frac{102{,}24 + P}{1000} \,.\, 6 \,.\, 0{,}63^2 = 2\left(\frac{0{,}63}{2}\right)^3 . \, 0{,}63 \,.\, 0{,}16 + 3 \,.\, 0{,}63\left(\frac{0{,}63}{2}\right)^2 0{,}6977 + 6 \cdot 0{,}63^2 \frac{0{,}63}{2} \cdot 1{,}1797,$$

und $$P = 327 \text{ kg}.$$

Bei Anwendung der zweiten Formel ist:

$$a_2 = b_2 = a = \frac{0{,}63 + 0{,}47}{2} = 0{,}55 \text{ m}$$

$$(102{,}24 + P)\frac{2 \,.\, 0{,}63}{0{,}55 \,.\, 1000} = \left(\frac{0{,}63}{2}\right)^2 \cdot 0{,}63 + 2 \cdot 2{,}51 \cdot \frac{0{,}63^2}{2},$$

und $$P = 360 \text{ kg}.$$

20. Wie groß ist die Eintauchungstiefe bei demselben Gefäße, wenn die Belastung außer dem eigenen Gewichte 500 kg betragen soll?

a) Nach der ersten Formel:

$$x^3 + 6{,}54x^2 + 13{,}935x - 7{,}114 = 0.$$

Für $x = 0{,}42$ m ist $f(x) = -0{,}034$,

" $x = 0{,}43$ m ist $f(x) = +0{,}166$.

Nach der regula falsi ist daher:

$$\frac{0{,}034}{0{,}166} = \frac{x_1}{0{,}01 - x_1} \text{ oder } \frac{0{,}200}{0{,}034} = \frac{0{,}01}{x_1},$$

daher $x_1 = 0{,}0017$ und $x = 0{,}4217$ m.

b) Nach der zweiten Formel:

$$x^2 + 5{,}02\,x - 2{,}19 = 0$$
$$x = 0{,}40 \text{ m}.$$

21. Auf welche Höhe steigt ein Luftballon, der, mit Wasserstoffgas gefüllt, eine Kugel von 12,55 m Durchmesser bildet, wenn das Gewicht des ganzen Ballons mit Schiff und Belastung 300 kg beträgt?

Das specifische Gewicht des Wasserstoffgases ist 0,08957 kg, das der Luft, an der Stelle, wo das Steigen ein Ende hat, sei γ_1, während dieselbe am Erdboden das specifische Gewicht gleich 1,29318 kg hat. Für diese Annahme ist:

$$\tfrac{4}{3}\pi\left(\frac{12{,}55}{2}\right)^3 . \gamma_1 = \tfrac{4}{3}\pi\left(\frac{12{,}55}{2}\right)^3 . 0{,}08957 + 300$$

$$\gamma_1 = 0{,}08957 + \frac{300 \,.\, 3 \,.\, 8}{4 \,.\, \pi \,.\, 12{,}55^3} = 0{,}3794 \text{ kg}.$$

Die Steighöhe x findet sich nach § 11 aus der Gleichung:

$$x = 2{,}3036\, c \log \frac{q}{p},$$

worin $\frac{q}{p} = \frac{1{,}29318}{0{,}3794}$ gesetzt werden kann. Der konstante Faktor $2{,}3026\,c$ ist mit Rücksicht auf den in § 4 angegebenen Wert von $c = 7991{,}2$ zu berechnen. Nach diesen Eintragungen ist:

$$x = 2{,}3026 \,.\, 7991{,}2 \log \frac{1{,}29318}{0{,}3794} = 9798{,}8 \text{ m}.$$

22. Welchen Durchmesser muß ein mit Wasserstoffgas gefüllter Ballon erhalten, wenn man eine Höhe von 6600 m erreichen will? Das Gewicht des Luftschiffes mit Zubehör sei 170 kg.

$$6600 = 2{,}3026 \,.\, 7991{,}2 \log \frac{1{,}29318}{\gamma_1}$$
$$\gamma_1 = 0{,}5662 \text{ kg}.$$

Weiter ist unter d der Durchmesser des Ballons verstanden:

$$0{,}5662 = 0{,}08957 + \frac{170 \,.\, 3 \,.\, 8}{4 \,.\, \pi \,.\, d^3}$$
$$d = 8{,}861 \text{ m}.$$

23. Ein Gewichtsaräometer hat ein Gewicht von 70 g, und es seien 20 g notwendig, um das Instrument in Wasser bis zur Marke einsinken zu lassen. Wie groß ist das specifische Gewicht des Alkohols, für den das auf den Teller zu legende Gewicht 1,37 g beträgt, um das Einsinken bis zu derselben Marke zu erreichen?

$$\gamma_1 = \frac{70 + 1{,}37}{70 + 20} \cdot 1000 = 793 \text{ kg}.$$

24. Bei einem Aräometer nach Nicholson sind 100 g auf dem Teller notwendig, um das Instrument bis zur Marke in Wasser einsinken zu lassen. Legt man ein Stück Metalllegierung auf den Teller, so gebraucht man außerdem noch 33,5 g, um dieselbe Einsinkung zu erreichen, und legt man diese Metalllegierung in den unteren Teller, so ist das oben aufzulegende Gewicht 41,35 g, wenn das Instrument wiederum bis zur Marke einsinkt. Wie groß ist die specifische Gewichtszahl der Metalllegierung?

Absolutes Gewicht = 66,5 g; Gewichtsverlust in Wasser = 7,85 g.

$$\varepsilon = \frac{66,5}{7,85} = 8,47.$$

25. Ein Skalenaräometer wiegt 75 g und steigt, wenn man seine Füllung um 31 g vermindert hat, in Wasser um 144 mm. Nachdem man das ursprüngliche Gewicht wieder hergestellt, brachte man das Instrument in eine Salzsoole, in der es um 58 mm stieg. Wie groß ist das specifische Gewicht der Soole?

Bezeichnen wir mit V das Volumen des Instrumentes, das bei dem Gewicht von 75 g in Wasser taucht, und mit F den Querschnitt des oberen Stabes, so ist:

$$V\gamma = 0,075$$

$$(V - F . 0,144)\,\gamma = 0,044,$$

daher

$$\frac{V - F . 0,144}{V} = \frac{44}{75}$$

und

$$\frac{F}{V} = \left(1 - \frac{44}{75}\right) : 0,144 = \frac{31}{75 . 0,144}.$$

Nun ist aber $\gamma_1 = \gamma \dfrac{1}{1 - \dfrac{F}{V}x}$, unter x die Steighöhe in der Salzsoole verstanden, $\gamma_1 = \gamma \dfrac{1}{1 - \dfrac{31 . 58}{75 . 144}} = \dfrac{10800}{9002} \cdot \gamma$

$$= 1199 \text{ kg}$$

und

$$\varepsilon = 1,119.$$

26. Nach § 12 wiegen 1 cbm Luft, Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff 1,29318, 1,25616, 1,42980, 0,08957 kg. Wie groß sind die specifischen Gewichtszahlen dieser Luftarten, die der atmosphärischen Luft = 1 angenommen?

1; 0,97137; 1,10563; 0,06926.

Drittes Kapitel.

Über den Ausfluß der Flüssigkeiten aus Gefäßen und Röhren.

26. **Grundgleichungen.** Bei den folgenden Untersuchungen nehmen wir an, daß der Ausfluß der Flüssigkeit unter konstantem Drucke erfolge. Die Bewegung mag schon eine Zeit lang gedauert und sich deshalb ein permanenter Bewegungszustand gebildet haben, in der Weise, daß in irgend einem bestimmten Punkte der Flüssigkeit immer derselbe Druck und dieselbe Geschwindigkeit für das durch den Punkt gehende Flüssigkeitsteilchen stattfindet.

Die zweite Voraussetzung, die wir machen und die unter dem Namen: „Die Hypothese der parallelen Schichten" bekannt ist, besteht darin, daß die sämtlichen Flüssigkeitsteilchen eines und desselben ebenen Querschnittes des Gefäßes oder der Röhre eine gleich große und zwar zu diesem Querschnitte senkrechte Geschwindigkeit besitzen und daß in sämtlichen Punkten dieser Querschnitte derselbe Druck stattfindet.

Bezeichnen wir zwei solcher Querschnitte mit F_1 und F_2, die hier herrschenden Geschwindigkeiten mit v_1 und v_2, die Dichtigkeiten mit γ_1 und γ_2, und berücksichtigen wir noch, daß die zufließende Flüssigkeitsmasse weiter geschafft werden, ihren Zusammenhang behalten muß, und nicht teilweise zurückbleiben kann, so ergiebt sich aus diesen Voraussetzungen: Die Flüssigkeitsmasse, welche in derselben Zeit durch die auf die oben angegebene Weise bestimmten Querschnitte hindurchfließt, hat immer dasselbe Gewicht:

$$F_1 v_1 \gamma_1 = F_2 v_2 \gamma_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (38)$$

Bei den tropfbarflüssigen Körpern, welche durchgehends dieselbe Dichtigkeit haben, kann noch in der erhaltenen Formel $\gamma_1 = \gamma_2$ gesetzt werden und wir erhalten daher für diese Flüssigkeiten:

$$F_1 v_1 = F_2 v_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (39)$$

oder

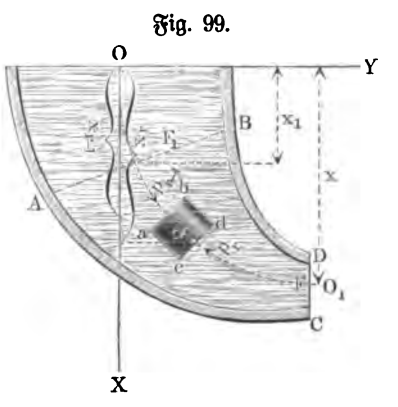
$$F_1 : F_2 = v_2 : v_1,$$

d. h. die Geschwindigkeiten des durchfließenden Wassers verhalten sich umgekehrt wie die Querschnitte.

Um eine Beziehung zwischen dem Drucke und der zugehörigen Geschwindigkeit für die einzelnen Flüssigkeitsteilchen eines auf die oben angedeutete Weise konstruierten Querschnittes zu erhalten, untersuchen wir die Bewegung eines Flüssigkeitsteilchens zwischen zwei Querschnitten AB und CD

in dem untenstehenden Gefäße (Fig. 99). Das Flüssigkeitsteilchen $abcd$, ein Cylinder von der Grundebene f und der Höhe δ, bewege sich in der Kurve $O\,O_1$. Die durch O gelegte wagerechte Ebene sei die ZY=Ebene und die X=Achse sei mit ihrem positiven Teile nach unten gerichtet. Die Druckhöhen der Grundebenen ab und cd bezeichnen wir durch x_{r-1} und x_r, die hier stattfindenden Drucke auf die Flächeneinheit seien p_{r-1} und p_r und die zugehörigen Geschwindigkeiten v_{r-1} und v_r. Bei der Bewegung sehen wir von allen Hindernissen vorläufig ab, und nehmen auch an, daß die Flüssigkeit keine nutzbare Arbeit zu verrichten habe. Unter diesen Voraussetzungen können wir sagen, daß die Arbeit, welche das Flüssigkeitsteilchen bei seiner Bewegung auf einem Teile der Kurve $O\,O_1$ verrichtet hat, gleich ist der durch Änderung der Geschwindigkeit verbrauchten Arbeit. Das heißt, wenn wir die in Tl. I bei der Theorie der Bewegung der Maschine gebrauchten Bezeichnungen anwenden:

Fig. 99.



$$\Sigma P_1 s_1 = \Sigma\, {}^1\!/_2\, m (v_2^2 - v_1^2) \quad \text{oder}$$

$$\Sigma P_1 s_1 - \Sigma\, {}^1\!/_2\, m (v_2^2 - v_1^2) = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (40)$$

Die von dem Flüssigkeitselement verrichtete Arbeit $\Sigma P_1 s_1$ besteht aus der seines Gewichtes, indem der Schwerpunkt sich um $x_r - x_{r-1}$ tiefer bewegt, und aus der Arbeit der Druckdifferenz $p_{r-1} - p_r$.

Es sei γ die Dichtigkeit der Flüssigkeit an dieser Stelle, so ist

$$\Sigma P_1 s_1 = f \delta \gamma\, (x_r - x_{r-1}) + f \delta\, (p_{r-1} - p_r).$$

Ferner ist im vorliegenden Falle die durch Änderung der Geschwindigkeit verbrauchte Arbeit

$$\Sigma\, {}^1\!/_2\, m (v_2^2 - v_1^2) = {}^1\!/_2\, \frac{f \delta \gamma}{g}\, (v_r^2 - v_{r-1}^2).$$

Tragen wir diese Werte in Gleichung (40) ein und dividieren durch $f.\delta.\gamma$, so erhalten wir die Gleichung:

$$x_r - x_{r-1} + \frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma} = \frac{v_r^2 - v_{r-1}^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \quad (41)$$

durch welche die während eines Zeitteilchens stattfindende Bewegung eines Flüssigkeitsteilchens unter den gemachten Voraussetzungen bestimmt ist.

Die erhaltene Grundgleichung gilt für sämtliche Flüssigkeiten und es sind darin die notwendigen Eintragungen zu machen, wenn sie für bestimmte Flüssigkeiten in Anwendung gebracht werden soll. Zwischen den gewählten Querschnitten AB und CD des Gefäßes, von dem Flächeninhalte F_1 und F, sei die Hypothese der parallelen Schichten vollkommen richtig. Wir suchen jetzt die Gleichung, die für die Bewegung der Flüssigkeitsteilchen zwischen diesen Querschnitten benutzt werden kann, indem wir, da es sich nicht mehr

um eine sehr kleine Bewegung handelt, auf die Art der Flüssigkeit Rücksicht nehmen. Die zu den Querschnitten gehörigen Größen bezeichnen wir mit p, x_1, v_1, und q, x, v.

A. Ausfluß einer tropfbaren Flüssigkeit, insbesondere des Wassers.

27. **Allgemeine Ausflußgleichung. Kontraktionskoeffizient.** Die Grundgleichung (41) behält in der aufgestellten Form für die sämtlichen Flüssigkeitsteilchen der Kurve $O\,O_1$ ihre Richtigkeit, da die Dichtigkeit γ durch die ganze Flüssigkeit konstant ist. Wir erhalten daher für die einzelnen Flüssigkeitsteilchen folgende Gleichungen:

$$x_2 - x_1 + \frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

$$x_3 - x_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \frac{v_3^2 - v_2^2}{2g}$$

$$x_4 - x_3 + \frac{p_2 - p_3}{\gamma} = \frac{v_4^2 - v_3^2}{2g}$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$x_n - x_{n-1} + \frac{p_{n-1} - p_n}{\gamma} = \frac{v_n^2 - v_{n-1}^2}{2g}$$

$$x - x_n + \frac{p_n - q}{\gamma} = \frac{v^2 - v_n^2}{2g}.$$

Durch Elimination der Zwischenwerte entsteht die Endgleichung:

$$x - x_1 + \frac{p - q}{\gamma} = \frac{v^2 - v_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (42)$$

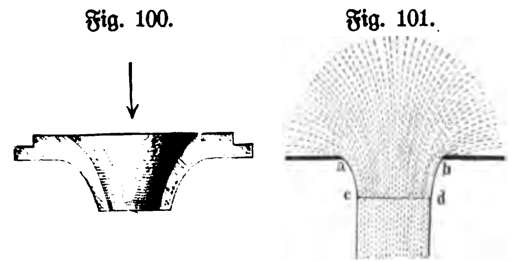
Führen wir die Flächeninhalte F_1 und F ein, indem wir berücksichtigen, daß für tropfbare Flüssigkeiten $F_1 v_1 = F v$ ist, so entsteht

$$x - x_1 + \frac{p - q}{\gamma} = \frac{v^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{F}{F_1}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots \quad (43)$$

Die entwickelte Formel behält ihre Gültigkeit, so lange zwischen den Querschnitten F_1 und F des Gefäßes die Hypothese der parallelen Schichten vollkommen richtig ist. Für die Stelle des Ausflusses in dem Gefäße findet diese Hypothese keine Anwendung, da sich hier ein Drängen der einzelnen Flüssigkeitsteilchen bemerkbar macht, wodurch ganz andere Verhältnisse hervorgerufen werden, als die oben vorausgesetzten. Die abgeleitete Formel ließe sich deshalb nur dann zur Bestimmung der Geschwindigkeit v in der Ausflußmündung benutzen, wenn diese Ausflußmündung unendlich klein wäre, wenn also immer nur einem Flüssigkeitselemente der Austritt gestattet wäre. Handelt es sich hiernach um die Geschwindigkeit der ausfließenden Flüssigkeit aus einer beliebig großen Öffnung, wie es der Wirklichkeit entspricht, so hat man auch auf die thatsächlichen Verhältnisse Rücksicht zu nehmen und die obigen Formeln danach zu verbessern. Zahlreiche Versuche haben ergeben,

daß die theoretisch berechnete Geschwindigkeit v wenig von der wirklich beobachteten abweicht, besonders wenn man die Ausflußmündung nach dem Inneren des Gefäßes allmählich erweitert, wie es die untenstehende Fig. 100 zeigt, die ein eigens zu diesem Zwecke entworfenes Mundstück vorstellt. Die Zahl, < 1, mit der die theoretisch berechnete Ausflußgeschwindigkeit multipliziert werden muß, um die wirkliche Geschwindigkeit zu erhalten, nennen wir den **Geschwindigkeitskoeffizienten** und bezeichnen ihn in der Folge durch φ. Soll hiernach in den obigen Formeln v die wirkliche Geschwindigkeit der ausfließenden Flüssigkeit vorstellen, so ist $\frac{v}{\varphi}$ statt v zu setzen. Bei der Bewegung der Flüssigkeit durch die Ausflußöffnung gehen die einzelnen Flüssigkeitsteilchen vermöge des Drängens von allen Seiten nicht in parallelen, sondern in konvergenten Richtungen durch die Öffnung, der ausfließende Strahl wird dadurch **zusammengezogen, kontrahiert** (Fig. 101). Von dem Punkte der **größten Kontraktion**, also von der Stelle cd an (Fig. 101), bewegen sich jedoch die Flüssigkeitsteilchen wieder in paralleler Richtung weiter, sodaß hier in dem Punkte der größten Zusammenziehung auch wieder die Hypothese der parallelen Schichten Anwendung findet und die oben entwickelten Formeln für thatsächliche Verhältnisse brauchbar werden, wenn wir statt des Querschnittes F der Mündung den Querschnitt des zusammengezogenen Strahles setzen.

Fig. 100. Fig. 101.



Bezeichnen wir die Zahl, mit der F zu diesem Zwecke multipliziert werden muß, den **Kontraktionskoeffizienten**, mit r, so geht die obige Formel nach diesen Eintragungen in folgende über, die nun auf den Ausfluß der Flüssigkeiten aus Gefäßen in Anwendung gebracht werden kann:

$$x - x_1 + \frac{p - q}{\gamma} = \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

28. Ausfluß aus einer Bodenöffnung. Hydraulischer Druck. Gehen wir nun zur Entwickelung der Formeln für specielle Fälle über und setzen wir eine tropfbare Flüssigkeit voraus, die aus einem Gefäße ausfließt. Die freie Oberfläche nehmen wir als die ZY-Ebene und die Ausflußöffnung sei in einem **wagerechten** Teile der Wandung angebracht. Für diese Voraussetzung ist $x_1 = 0$, und wir erhalten deshalb, wenn wir die Druckhöhe x wieder mit h bezeichnen:

$$h + \frac{p - q}{\gamma} = \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (45)$$

Lösen wir diese Gleichung nach v auf, so erhalten wir eine Formel für die wirkliche Geschwindigkeit in der Ausflußmündung. Diese Formel vereinfacht sich jedoch in den meisten Fällen der Anwendung ganz bedeutend dadurch,

daß zunächst p und q nicht wesentlich voneinander verschieden, sondern beide gleich dem Atmosphärendrucke sind. Ferner ist der Querschnitt F_1 gegenüber dem Querschnitte F sehr oft so groß (z. B. bei Wasserbehältern, aus welchen vermittelst eines Rohres ein Abfluß stattfindet), daß der Wert $\left(\frac{rF}{F_1}\right)^2$ gegenüber 1 vernachlässigt werden kann. Für diese Fälle erhalten wir für die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit einer tropfbaren Flüssigkeit beim Ausflusse aus einer Bodenöffnung

$$v = \varphi \sqrt{2gh} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

Vernachlässigen wir hierbei noch φ, so lautet die Formel gerade so wie die Formel der Geschwindigkeit des freien Falles, d. h. das austretende Wasser hat dieselbe Geschwindigkeit, als wenn jedes Wasserteilchen die Höhe h frei durchfallen hätte.

Die in der Sekunde ausfließende Wassermenge V in Kubikmeter erhalten wir, wenn wir den Querschnitt des zusammengezogenen (kontrahierten) Wasserstrahles mit der Geschwindigkeit multiplizieren:

$$V = rF.v = r\varphi F\sqrt{2gh}.$$

Die Zahl $(r\varphi)$ kann man den Ausflußkoeffizienten nennen und mit μ bezeichnen, dann ist

$$V = \mu.F.\sqrt{2gh} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

Ist p wesentlich verschieden von q, so pflegt man die Differenz der Drucke $p - q$ auch durch das Gewicht einer Flüssigkeitssäule auszudrücken. Wählen wir hierzu die untersuchte Flüssigkeit und nennen die Höhe der Säule h, so ist $p - q = \pm h\gamma$ zu setzen, je nachdem der Druck p auf die freie Oberfläche oder der Druck q auf die Ausflußmündung der größere ist. Die Formeln (46) und (47) gehen dann über in

$$v = \varphi \sqrt{2g(h \pm h_1)}\,\mathrm{m},$$
$$V = \mu.F.\sqrt{2g(h \pm h_1)}\ \mathrm{cbm}.$$

Lösen wir Gleichung (44) nach q auf, setzen dabei wieder $x_1 = 0$, $x = h$ und vernachlässigen $\left(\frac{rF}{F_1}\right)^2$ gegenüber 1, so erhalten wir den während der Bewegung stattfindenden Druck q in der Mündung, welchen man den hydrodynamischen oder hydraulischen Druck nennt:

$$q = h\gamma + p - \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{\gamma}{2g}\ \mathrm{kg}.$$

Der hydraulische Druck nimmt hiernach mit der Zunahme der Geschwindigkeit ab und geht für $v = 0$ in den hydrostatischen Druck $q = h\gamma + p$ über. Dies gilt natürlich nicht allein für die Ausflußmündung, sondern für jeden beliebigen Punkt der Flüssigkeit. Setzen wir in der obigen allgemeinen Gleichung (42) $x_1 = 0$ und $x = h$, so ergiebt sich:

$$q = h\gamma + p - \frac{v^2 - v_1^2}{2g}\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (48)$$

woraus ebenfalls ersichtlich, daß mit der Zunahme von v der hydraulische Druck abnimmt, der hier wieder zum hydrostatischen wird, wenn wir $v = v_1 = 0$ setzen, d. h. wenn die Flüssigkeit ohne Bewegung ist.

Die genaueren Formeln für v, V, q (wobei $x_1 = 0$ und $x = h$) würden lauten:

$$v = \varphi \sqrt{\frac{h + \frac{p - q}{\gamma}}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2} \cdot 2g} \text{ m} \quad \ldots \ldots \quad (46\,a)$$

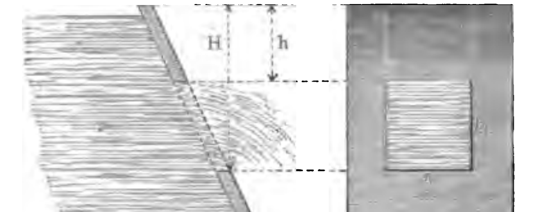
$$V = \mu \, . \, F \sqrt{\frac{h + \frac{p - q}{\gamma}}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2} 2g} \text{ cbm} \quad \ldots \ldots \quad (47\,a)$$

$$q = h\gamma + p - \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{\gamma}{2g}\left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2\right] \text{kg} \quad . \; . \quad (48\,a)$$

Je nachdem man also in diesen Formeln entweder $\frac{p - q}{\gamma}$ oder $\left(\frac{r F}{F_1}\right)^2$ oder auch beides vernachlässigt, erhält man entsprechend vereinfachte Formeln.

29. Ausfluß aus einer Seitenwand. Die im vorigen Paragraphen abgeleiteten Formeln gelten, wie schon angegeben, nur für Mündungen in einem horizontalen Teile der Wandung, sie lassen sich jedoch auch annähernd als richtig anwenden für nicht zu große Ausflußöffnungen, die sich in einer Seitenwand des Gefäßes befinden, wenn man als Druckhöhe eine mittlere Druckhöhe annimmt, gerechnet etwa von der Mitte der Ausflußöffnung bis zum Wasserspiegel des Behälters. Will man jedoch für dergleichen Seitenöffnungen genaue Formeln entwickeln, so muß man darauf achten, daß die einzelnen Teile der Ausflußöffnung verschiedene Druckhöhen haben, die Flüssigkeitsteilchen daher mit ungleicher Geschwindigkeit ausfließen, weshalb es sich um Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit v handelt. Die Öffnung F bestehe aus den Teilen f_1, f_2, f_3 ..., zu welchen die Druckhöhen h_1, h_2, h_3 ... gehören, dann sind die entsprechenden Geschwindigkeiten v_1, v_2, v_3 ... bei Anwendung der vereinfachten Formeln des vorigen Paragraphen:

Fig. 102.



$$v_1 = \varphi \sqrt{2gh_1},\; v_2 = \varphi \sqrt{2gh_2},\; v_3 = \varphi \sqrt{2gh_3} \ldots,$$

die in der Sekunde durch die kleinen Querschnitte gehenden Ausflußmengen V_1, V_2, V_3 ... sind deshalb:

$$V_1 = v_1 r f_1,\ V_2 = v_2 r f_2,\ V_3 = v_3 r f_3 \ldots$$

Zur Bestimmung der in der Sekunde ausgeflossenen Wassermenge V haben wir hiernach die Gleichung:

$$V = \Sigma V_1 = \mu \sqrt{2g}\,(f_1 \sqrt{h_1} + f_2 \sqrt{h_2} + f_3 \sqrt{h_3} + \cdots),$$

und die mittlere Geschwindigkeit v ist deshalb:

$$v = \frac{V}{rF}.$$

Die Öffnung in der Seitenwand eines Gefäßes sei ein Rechteck (Fig. 102 a. v. S.) mit wagerechter Grundlinie a und der Höhe b, die Druckhöhen für die untere und obere Grundlinie seien H und h, und die Seitenwand sei gegen die Wagerechte um den Winkel β geneigt. Gesetzt, die Ausflußöffnung reichte bis an den Wasserspiegel, so wäre:

$$f_1 = f_2 = f_3 = \cdots f_n = a \frac{b + \frac{h}{\sin\beta}}{n}$$

$$h_1 = \frac{H}{n},\ h_2 = 2\frac{H}{n},\ h_3 = 3\frac{H}{n}, \ldots$$

und die Wassermenge:

$$V' = \mu a \frac{b + \frac{h}{\sin\beta}}{n} \sqrt{2g} \sqrt{\frac{H}{n}}\,(\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \ldots \sqrt{n}).$$

Die Summe der Quadratwurzeln ist, da wir n sehr groß denken müssen,

$$= \frac{1}{1 + {}^1/_2} \cdot n^{1 + {}^1/_2}$$
$$= {}^2/_3 \sqrt{n^3},$$

daher

$$V' = {}^2/_3\, \mu a \left(b + \frac{h}{\sin\beta}\right) \sqrt{2gH}.$$

Nehmen wir anderseits an, die Öffnung fange bei der oberen Grundlinie an und reiche bis zum Wasserspiegel, so können wir $b = 0$ und $H = h$ setzen, und die ausfließende Wassermenge ist dann

$$V'' = {}^2/_3\, \mu \frac{ah}{\sin\beta} \sqrt{2gh}.$$

Die durch die angenommene Seitenöffnung in der Sekunde ausfließende Wassermenge ist daher $V = V' - V''$, was nach einiger Umformung*) ergiebt:

*) Es ist nämlich:

$$V = V' - V'' = {}^2/_3\, \mu \,.\, a \sqrt{2g} \left[\left(b + \frac{h}{\sin\beta}\right) \sqrt{H} - \frac{h}{\sin\beta} \sqrt{h}\right]$$

$$= {}^2/_3\, \mu \frac{a}{\sin\beta} \sqrt{2g}\,[(H - h)\sqrt{H} + h(\sqrt{H} - \sqrt{h})]$$

$$V = {}^2/_3\, \mu F \sqrt{2g}\, \frac{H^{3/2} - h^{3/2}}{H - h} \text{ cbm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

und die mittlere Geschwindigkeit:

$$v = {}^2/_3\, \frac{\mu}{r} \sqrt{2g}\, \frac{H^{3/2} - h^{3/2}}{H - h} \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Liegt die obere Grundlinie des Rechteckes im Wasserspiegel, so ist $h = 0$ und

$$V = {}^2/_3\, \mu F \sqrt{2gH} \text{ cbm},$$

$$v = {}^2/_3\, \frac{\mu}{r} \sqrt{2gH} \text{ m}.$$

Es ist hierbei zu bemerken, daß die Druckhöhen in einiger Entfernung vor der Ausflußmündung gemessen werden müssen, da das Wasser wegen seiner Bewegung unmittelbar vor der Öffnung niedriger steht.

30. Größe der Erfahrungskoeffizienten φ, r und μ. Nach den Versuchen von Weisbach ist für Ausflußöffnungen in einer dünnen Wand oder aus eingesetzten abgerundeten Mundstücken

$$\varphi = 0{,}96$$

zu nehmen. Die größte Kontraktion des Wasserstrahles findet ungefähr in einer Entfernung gleich der der halben Mündungsweite von der Ausflußöffnung statt, und der kontrahierte Strahl hat einen Durchmesser von 0,8 des Durchmessers der Ausflußöffnung. Hiernach ist:

$$r = (0{,}8)^2 = 0{,}64$$

und

$$\mu = r\varphi = 0{,}96 \,.\, 0{,}64$$
$$= 0{,}615.$$

31. Ausfluß bei abnehmender Druckhöhe. Bei den vorigen Untersuchungen wurde angenommen, daß das ausfließende Wasser fortwährend ersetzt werde, daß sich also die Druckhöhe während der Bewegung nicht änderte. Die Bewegung des ausfließenden Wassers wird eine ungleichförmige, wenn eine größere oder kleinere Wassermasse zufließt, als durch die Ausflußöffnung abfließen kann. Wird das aus dem Gefäße $ABCD$ (Fig. 103) abfließende Wasser nicht wieder ersetzt, so sinkt der Wasserspiegel und die Geschwindigkeit des ausfließenden Strahles nimmt allmählich bis auf 0 ab. Der Querschnitt des Behälters sei F_1, der Querschnitt der Öffnung sei F.

Fig. 103.

Für die ursprüngliche Druckhöhe $FO = h$ ist die Geschwindigkeit v des ausfließenden Strahles unter Vernachlässigung des Faktors $\left(\frac{rF}{F_1}\right)^2$ nach Formel (46):

$$= {}^2/_3\, \mu \cdot \frac{a\,(H - h)}{\sin\beta} \sqrt{2g}\, \frac{\sqrt{H^3} - \sqrt{h^3}}{H - h}$$

$$V = {}^2/_3\, \mu F \sqrt{2g}\, \frac{H^{3/2} - h^{3/2}}{H - h}.$$

$$v = \varphi \sqrt{2gh},$$

während die Geschwindigkeit v_1 des im Gefäße sinkenden Wasserspiegels:

$$v_1 = \frac{rF}{F_1} v$$

$$= r\varphi \frac{F}{F_1} \sqrt{2gh}$$

$$= \mu \cdot \frac{F}{F_1} \sqrt{2gh}$$

ist.

So lange das Gefäß $ABCD$ prismatisch ist, bleibt $\frac{F}{F_1}$ konstant, die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers ändert sich daher nur mit der Druckhöhe, und da diese sich allmählich vermindert, so muß auch die Geschwindigkeit v allmählich bis auf 0 abnehmen, d. h. die Bewegung des sinkenden Wassers ist eine gleichmäßig verzögerte.

Bezeichnen wir die Zeit in Sekunden, die zum Ausleeren des Gefäßes notwendig ist, mit t, und die Änderung in der Geschwindigkeit mit j, so ist

$$v_1 = jt$$

und ferner

$$v_1 = \sqrt{2jh}.$$

Die Vergleichung der letzten Formel mit der oben für v_1 hingestellten zeigt, daß

$$j = \left(\frac{\mu F}{F_1}\right)^2 g$$

ist.

Benutzen wir diesen Wert bei der Bestimmung von t, so ergiebt sich:

$$t = \frac{\mu \frac{F}{F_1} \sqrt{2gh}}{\left(\mu \frac{F}{F_1}\right)^2 g}$$

$$= \frac{F_1}{\mu F} \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

In ähnlicher Weise bestimmt sich die Zeit t_1, welche notwendig ist, damit der Wasserspiegel von der Höhe h_1 bis auf die Höhe h_2 herabsinke:

$$t_1 = \frac{F_1}{\mu F} \sqrt{\frac{2}{g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right).$$

Darf der Wert $\left(\frac{rF}{F_1}\right)^2$ (s. S. 164 oben) nicht vernachlässigt werden, so ergeben sich die genaueren Formeln:

$$v_1 = \mu \frac{F}{F_1} \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2}},$$

$$j = \left(\frac{\mu F}{F_1}\right)^2 \frac{g}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2},$$

$$t = \frac{F_1}{\mu F} \sqrt{\frac{2h}{g}\left[1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2\right]} \text{ bezw.}$$

$$t = \frac{F_1}{\mu F} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) \sqrt{\frac{2}{g}\left[1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2\right]}.$$

B. Ausfluß der Gase, insbesondere der atmosphärischen Luft.

32. Grundgleichung. In der oben für die Bewegung eines beliebigen Flüssigkeitsteilchens entwickelten Formel (41) S. 161:

$$x_r - x_{r-1} + \frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma} = \frac{1}{2g}(v_r^2 - v_{r-1}^2)$$

stellen die beiden ersten Summanden $x_r - x_{r-1}$ die senkrechte Höhe vor, von welcher das Flüssigkeitsteilchen herabsinkt und das dadurch vermöge seines Gewichtes Arbeit verrichtet. Bei den luftförmigen Körpern wird diese letztere Arbeit $f \delta \gamma\,(x_r - x_{r-1})$ als gering gegen die Arbeit $f . \delta\,(p_{r-1} - p_r)$ der Expansivkräfte fortgelassen werden können und wir dürfen deshalb bei den luftförmigen Körpern die Gleichung:

$$\frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma} = \frac{1}{2g}(v_r^2 - v_{r-1}^2) \quad \ldots \ldots \quad (51)$$

als Ausgangspunkt nehmen.

33. Erster Fall. Annahme konstanten specifischen Gewichtes. Es werde die Voraussetzung gemacht, daß während des Hinströmens der Flüssigkeit nach der Mündung das specifische Gewicht γ der Luft konstant bleibe, dann ist auch das specifische Volumen ν*) konstant, da wir $\nu\gamma = 1$ kg haben. In diesem Falle erhalten wir, wie bei der tropfbaren Flüssigkeit, die Gleichung für die Bewegung eines luftförmigen Körpers, zwischen den Querschnitten F_1 und F, zu welchen die Spannungen p und q und die Geschwindigkeiten v_1 und v gehören:

$$\frac{p - q}{\gamma} = \frac{v^2}{2g}\left\{1 - \left(\frac{F}{F_1}\right)^2\right\}$$

und wenn wir die Formel bis auf die Ausflußmündung ausdehnen, den Geschwindigkeitskoeffizienten φ und den Kontraktionskoeffizienten r einführen:

$$\frac{p - q}{\gamma} = \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left\{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2\right\} \quad \ldots \ldots \quad (52)$$

Hieraus ergiebt sich die Gleichung für v, die wir aber wieder einfacher gestalten können, wenn wir den Wert $\left(\frac{r F}{F_1}\right)^2$ vernachlässigen. Dies ist aber

*) Zum Unterschiede von der Geschwindigkeit v möge im Folgenden das specifische Volumen mit ν bezeichnet werden.

immer erlaubt, wenn der Querschnitt F_1 des Gefäßes verhältnismäßig groß gegen den Querschnitt F der Mündung ist. Für diese Annahme erhalten wir:

$$v = \varphi \sqrt{2g \frac{p-q}{\gamma}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (53)$$

Wir hatten im ersten Kapitel allgemein gefunden $\frac{p}{\gamma} \cdot \frac{1}{T} = const = R$. Da nun nach unserer Voraussetzung γ konstant ist, die Spannungen der Luft im Inneren und außerhalb des Behälters dagegen verschieden sind, nämlich gleich p und q, so müssen auch die Temperaturen innerhalb des Ausflußgefäßes und in der Mündungsebene verschieden sein, und wir haben dann, wenn wir diese betreffenden Temperaturen mit T_1 und T bezeichnen, zu ihrer Bestimmung die Gleichungen:

$$\frac{p}{\gamma R} = T_1 \quad \text{und} \quad \frac{q}{\gamma R} = T.$$

Hieraus ergiebt sich, daß die Temperatur T in der Mündungsebene kleiner ist als die Temperatur T_1 im Gefäße, woraus folgt, daß jedem Kilogramm Luftmasse während des Ausflusses eine bestimmte Wärmemenge Q entzogen werden muß, nämlich $Q = c_v\,(T_1 - T)$, wenn c_v die specifische Wärme bei konstantem Volumen bezeichnet. Wir können also schreiben:

$$p - q = p\left(1 - \frac{q}{p}\right) = \frac{R\,T_1}{\gamma}\left(1 - \frac{p}{q}\right),$$

und folglich:

$$v = \varphi \sqrt{2g R\,T_1\left(1 - \frac{q}{p}\right)}.$$

Die Größe der abzuführenden Wärmemenge Q erhalten wir, wenn wir in die Gleichung $Q = c_v\,(T_1 - T)$ für T_1 und T die eben gefundenen Werte einsetzen.

Im Allgemeinen finden beim Ausflusse der Gase die vorstehenden Bedingungen nicht statt, jedoch *kann man Formel (53) annähernd verwenden*, wenn die Differenzen der Spannungen bezw. der Temperaturen gering sind.

34. **Zweiter Fall. Annahme konstanter Temperatur.** Machen wir zweitens die Voraussetzung, daß die Luftmasse unter konstanter Temperatur T zum Ausflusse gelangt, so ist eine gewisse Wärmemenge Q der Gewichtseinheit Luft zuzuführen. Da sich das specifische Gewicht in diesem Falle der Gleichung $\frac{p}{\gamma_1} = R\,T = \frac{q}{\gamma}$ gemäß ändert, so ist in der Ausgangsgleichung (51), $\frac{1}{\gamma_1}$ durch $\frac{R\,T}{p}$ zu ersetzen und wir erhalten deshalb für die einzelnen Luftteilchen folgende Gleichungen:

$$R\,T\,\frac{p - p_1}{p_1} = \frac{1}{2g}\,(v_2^2 - v_1^2),$$

$$R\,T\,\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{1}{2g}\,(v_3^2 - v_2^2) \text{ u. s. w. bis}$$

$$R\,T\,\frac{p_n - q}{q} = \frac{1}{2g}\,(v^2 - v_n^2)$$

und durch Elimination der Zwischenglieder:

$$\frac{1}{2g}\,(v^2 - v_1^2) = R\,T\sum_p^q \frac{p_{r-1} - p_r}{p_r}.$$

Der Wert für die angedeutete Summation giebt die Arbeit, welche 1 kg Luft bei isothermischer Expansion liefert, wenn die Spannung von p bis q abnimmt. In Kap. I ist diese Summation berechnet und gleich $l\,n\,\frac{p}{q}$ gefunden worden. Wir haben demnach:

$$\frac{1}{2g}\,(v^2 - v_1^2) = R\,T\,l\,n\,\frac{p}{q}.$$

Da nun nach Formel (38) $F_1 v_1 \gamma_1 = F v \gamma$ oder mit Benutzung von $\frac{p}{\gamma_1} = \frac{q}{\gamma}$

$$F_1 v_1 p = F v q \text{ ist,}$$

so erhalten wir, die Formel bis auf die Ausflußmündung ausdehnend,

$$R\,T\,l\,n\,\frac{p}{q} = \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left\{1 - \left(\frac{r\,F\,q}{F_1\,p}\right)^2\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Hieraus ergiebt sich leicht, wenn wir die Gleichung nach v auflösen, für die Ausflußgeschwindigkeit eine Formel, die wir aber ähnlich wie früher unter Vernachlässigung des Wertes in der großen Klammer einfacher gestalten wollen. Es ist:

$$\left.\begin{aligned} v &= \varphi\,\sqrt{2\,g\,R\,T\,l\,n\,\frac{p}{q}} \\ &= \varphi\,\sqrt{2\,g\,R\,T\,.\,2{,}3026\,log\,\frac{p}{q}} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (55)$$

wenn wir den natürlichen Logarithmus durch den gemeinen ersetzen.

Da die Temperatur T konstant bleiben soll, so findet die zugeführte Wärmemenge Q allein Verwendung zur Verrichtung der äußeren Arbeit, d. h. zur Veränderung der lebendigen Kraft der Luftmasse, und wir haben deshalb mit derselben Vernachlässigung wie in Formel (55):

$$Q = A\,R\,T\,l\,n\,\frac{p}{q} = A\,.\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}.$$

Bei Anwendung der letzten Formeln ist darauf zu achten, daß dem Gase die berechnete Wärmemenge Q zugeführt werden muß, was in Wirklichkeit wohl niemals erfüllt wird, und deshalb giebt die einfache Formel (52) bezw. (53) in den gewöhnlichen Fällen der Anwendung jedenfalls brauchbarere Werte.

35. Dritter Fall. Wärme weder zugeführt noch abgeführt. Der für die Praxis wichtigste Fall ist jedenfalls der, daß dem Gase während des Ausflusses weder Wärme zugeführt noch entzogen wird, daß also die Arbeit im Inneren des Gases, die Schwingungsarbeit, im Verein mit der Expansionsarbeit die Änderung der lebendigen Kraft bewirkt. Bezeichnen wir in der Ausflußmündung, wo der Druck q herrscht, das specifische Volumen mit v, die absolute Temperatur mit T, im Inneren des Gefäßes dagegen, wo wir die Spannkraft p vorausgesetzt haben, die entsprechenden Werte mit v_1, T_1, so ist Formel (17) S. 25 zufolge:

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} = \left(\frac{v}{v_1}\right)^{\varkappa-1} \quad \ldots \ldots \ldots (56)$$

Die Schwingungsarbeit für jedes Kilogramm Gas ist bei adiabatischer Zustandsänderung (s. Anwend. 9 Kapitel I) gleich $\frac{c_v}{A}(T_1 - T)$, und die Arbeit der Expansion ist gleich $p v_1 - q v$, daher dient für die jetzt gemachte Annahme als Ausgangsgleichung:

$$\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left\{1 - \left(\frac{r F q}{F_1 p}\right)^2\right\} = p v_1 - q v + \frac{c_v}{A}(T_1 - T)$$

$$= p v_1 \left(1 - \frac{q v}{p v_1}\right) + \frac{c_v}{A}(T_1 - T).$$

Die oben in Anwendung gebrachte Formel (17) ist aus dem Gesetze von Poisson

$$p v_1^{\varkappa} = q v^{\varkappa}$$

abgeleitet worden. Aus demselben ergiebt sich weiter:

$$\frac{q v}{p v_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\varkappa-1} = \frac{T}{T_1}.$$

Mit Benutzung dieses Wertes und indem wir für $p v_1$ nach Formel (11) $R T_1$ schreiben, erhalten wir:

$$\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left\{1 - \left(\frac{r F q}{F_1 p}\right)^2\right\} = R(T_1 - T) + \frac{c_v}{A}(T_1 - T)$$

$$= (T_1 - T)\frac{A R + c_v}{A},$$

und da wir in Formel (14) $A R = c_p - c_v$ gefunden haben, so ist die Gleichung zur Berechnung der Geschwindigkeit v:

$$\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \frac{1}{2g}\left\{1 - \left(\frac{r F q}{F_1 p}\right)^2\right\} = \frac{c_p}{A}(T_1 - T) \quad \ldots (57)$$

Unter Vernachlässigung des Wertes in der großen Klammer finden wir die Ausflußgeschwindigkeit für den dritten Fall:

$$v = \varphi \sqrt{2g \frac{c_p}{A}(T_1 - T)} \quad \ldots \ldots \ldots (58)$$

Hierin ist also c_p die specifische Wärme bei konstantem Drucke (für atmosphärische Luft $c_p = 0{,}2375$). A ist das mechanische Wärmeäquivalent und
$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}.$$

36. **Ausströmendes Luftvolumen. Koeffizienten.** Das Volumen V der in einer Sekunde ausfließenden Luftmasse wird erhalten, wenn man den Querschnitt des kontrahierten Luftstrahles $r F$ mit der Geschwindigkeit v multipliziert.

Es ist demnach die in der Sekunde ausgeflossene Luftmasse in Kubikmetern:
$$V = r F v,$$
worin für v einer der obigen Werte einzusetzen ist. Setzen wir allgemein $v = \varphi W$, unter W den betreffenden Wurzelausdruck verstanden, so ist:
$$V = r \varphi F W = \mu F W \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (59)$$
unter μ den Ausflußkoeffizienten der Luft verstanden. Das Luftgewicht G, welches pro Sekunde aus der Mündung strömt, ist, wenn wir mit γ das specifische Gewicht der Luft in der Mündungsebene bezeichnen:
$$G = r F v \gamma = V \frac{q}{R T} = \mu F W \frac{q}{R T} \; . \; . \; . \; . \; (60)$$

Was die Koeffizienten φ, r und μ anbetrifft, so kann man bei dem Ausflusse durch eine Mündung in einer dünnen Wand oder durch ein gut geformtes Mundstück φ nahezu gleich 1 setzen, sodaß hier $\mu = r$ wird. Für μ ist 0,67 zu nehmen, wenn sich die Mündung in einer dünnen Wand befindet, dagegen ist $\mu = 0{,}95$, wenn ein gut geformtes Mundstück als Ausflußöffnung dient.

Fig. 104.

Das Verhältnis der Drucke p und q läßt sich durch die betreffenden Barometerhöhen ersetzen. Bezeichnet b die dem Drucke q in der Mündung F (Fig. 104) entsprechende Höhe und $b + h$ die zum Drucke p gehörige Höhe, wobei h an einem mit dem Gefäße verbundenen



offenen Manometer abgelesen werden kann, so ist in den vorstehenden Formeln:
$$\frac{p}{q} = \frac{b + h}{b}$$
zu setzen.

C. Ausfluß des gesättigten Wasserdampfes.

37. **Ausflußgeschwindigkeit.** Gehen wir wieder von der Gleichung (51) (S 169) aus, und denken dieselbe auf sämtliche Flüssigkeitselemente zwischen dem Querschnitte F_1 und der Mündung F ausgedehnt, so entsteht:
$$\sum_p^q \frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma_r} = \frac{1}{2g} (v^2 - v_1^2),$$

in welcher Gleichung die angedeutete Summation nur dann möglich ist, wenn zwischen der Spannung p und dem zugehörigen specifischen Gewichte γ der Mischung von Wasserdampf und Wasser eine Beziehung gegeben ist. Es seien in einem beliebigen Augenblicke der Bewegung nach der Ebene der Ausflußöffnung hin in einem Kilogramm der Flüssigkeitsmasse enthalten x_1 kg Dampf und x_2 kg Wasser, so ist $x_1 + x_2 = 1$ kg. Bezeichnen wir ferner mit y_1 und y_2 das specifische Volumen des Dampfes und des Wassers, bezogen auf die in dem herangezogenen Querschnitte herrschende Spannung und Temperatur, so ist das specifische Volumen v der ganzen Flüssigkeitsmasse:

$$v = x_1 y_1 + x_2 y_2 = x_1 (y_1 - y_2) + (x_1 + x_2) y_2 = x_1 (y_1 - y_2) + y_2.$$

Setzen wir noch $y_1 - y_2$ gleich u und vernachlässigen wir y_2, welcher Wert jederzeit gegenüber y_1 sehr klein ist, so erhalten wir:

$$v = x_1 u = \frac{1}{\gamma}.$$

Unter der Voraussetzung, daß während des Dampfausflusses weder Wärme von außen zugeführt noch der Mischung entzogen wird, und indem man von der Wärmeleitung der Gefäßwand, sowie der durch die Widerstände entwickelten Wärme absieht, kann man der Rechnung folgende Beziehung zwischen der Spannkraft p und dem specifischen Volumen v der Mischung zu Grunde legen:

$$p v^m = \text{konstant} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (61)$$

Für überhitzte Dämpfe ist $m = \frac{4}{3}$, für gesättigte Dämpfe dagegen, die aus einem Gemisch von Dampf und Wasser bestehen, kann man nehmen:

$$m = 1{,}035 + 0{,}1\, x_1$$

so lange x_1 größer als 0,7 kg ist. Für gesättigten trockenen Dampf ist hiernach $m = 1{,}135$ und für gesättigten Dampf mit 10 Proz. Wassergehalt ist $m = 1{,}035 + 0{,}1 \,.\, 0{,}90 = 1{,}125$. Bezeichnen wir das specifische Volumen in dem Querschnitt F_1 mit v_1, in dem Mündungsquerschnitt F mit v, für einen beliebigen Querschnitt, in dem die Spannung p_r herrscht mit v_r, so ist nach Formel (61):

$$p v_1^m = q v^m = p_r v_r^m.$$

Setzen wir deshalb in dem obigen Summenausdruck $\frac{1}{\gamma_r} = v_r$, drücken v_r durch die eben gefundene Gleichung aus und führen dann die angedeutete Summation aus, so ergiebt sich nach einiger Umformung *):

*) Es ist nämlich:

$$\frac{1}{\gamma_r} = v_r$$

$$= v_1 \left(\frac{p}{p_r}\right)^{\frac{1}{m}}.$$

Dies in den obigen Summenausdruck eingetragen ergiebt:

$$\frac{m}{m-1} p v_1 \left\{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right\} = \frac{1}{2g}\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 \left\{1 - \left(\frac{rFq}{F_1 p}\right)^2\right\}.$$

Setzen wir wieder die Geschwindigkeit v_1 im Inneren des Gefäßes gleich Null, d. h. vernachlässigen wir den Wert in der großen Klammer auf der rechten Seite der eben gefundenen Gleichung, so erhalten wir die Ausflußgeschwindigkeit:

$$v = \varphi \sqrt{2g \frac{m}{m-1} p v_1 \left\{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right\}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (62)$$

38. **Ausflußvolumen.** Das Volumen V des in einer Sekunde ausfließenden Dampfes ist, wenn wir zur Abkürzung $v = \varphi W$ setzen:

$$V = rF\varphi W \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (63)$$

und das Gewicht G dieser Dampfmasse:

$$G = \mu F W \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{m}} \frac{1}{v_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (64)$$

$$\sum_p^q \frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma_r} = p^{\frac{1}{m}} v_1 \sum_p^q \frac{p_{r-1} - p_r}{p_r^{\frac{1}{m}}}$$

$$= p^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \sum_p^q p_r^{-\frac{1}{m}} (p_{r-1} - p_r).$$

Statt $p_{r-1} - p_r$ können wir $\frac{1}{n} p_r$ setzen, unter n eine unendlich große Zahl verstanden, dann bedeutet die Summe eine Fläche, bestehend aus unzählich vielen sehr schmalen Rechtecken von der Breite $\frac{1}{n} p_r$ und der Höhe $p_r^{-\frac{1}{m}}$. Die Summe derartig gebildeter Rechtecke ist wie in Teil I gezeigt wurde, gleich

$$\frac{1}{-\frac{1}{m}+1} p^{-\frac{1}{m}+1}.$$

Dies oben eingetragen und die Summierung von q bis p ausgedehnt, ergiebt:

$$\sum_p^q \frac{p_{r-1} - p_r}{\gamma_r} = p^{\frac{1}{m}} v_1 \frac{m}{m-1} \left\{p^{\frac{m-1}{m}} - q^{\frac{m-1}{m}}\right\}$$

$$= \frac{m}{m-1} p v_1 \left\{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right\}.$$

Drücken wir schließlich noch v_1 durch v aus vermittelst der Beziehung $F_1 v_1 p = F v q$ und setzen $\left(\frac{v}{\varphi}\right)$ statt v und (rF) statt F, so erhalten wir die oben angeführte Gleichung.

in welchen Formeln den Koeffizienten r, φ und μ die in § 36 angegebene Größe zu geben ist.

39. Widerstände in Rohrleitungen. Das mit einer Flüssigkeit angefüllte Gefäß stehe mit einer Röhre in Verbindung, aus welcher der Ausfluß erfolgt, wobei die Druckhöhe dieselbe bleiben mag. Wir benutzen dieselben Bezeichnungen wie bei den vorigen Untersuchungen, nennen den konstanten Röhrenquerschnitt F_2 und den Druck auf die Flächeneinheit am Anfange der Röhre p_1. Das Ende der Röhre sei durch ein besonderes Ansatzrohr gebildet, welches am Ausflußpunkte den Querschnitt F hat. Legen wir wieder eine der Formel (40) entsprechende Formel zu Grunde, und wählen wieder die Bezeichnungen so, wie sie in Tl. I bei der Theorie der Bewegung der Maschinen gebraucht wurden, so ist, da die Flüssigkeit weiter keine nutzbare Arbeit verrichten soll, die zu benutzende Gleichung

$$\Sigma P_1 s_1 - \Sigma P_3 s_3 - {}^1/_2 \Sigma m_1 (v_2^2 - v_1^2) = 0,$$

worin das Glied $\Sigma P_3 s_3$, die Arbeit der Widerstände auftritt, welches wir früher ganz außer Acht gelassen haben. Die hier zu berücksichtigenden Widerstände beziehen sich hauptsächlich auf den Widerstand der Flüssigkeit beim Eintritte in die Röhre, bei der Bewegung durch dieselbe und beim Austritte aus dem Ansatzrohre. Auf den Widerstand der Flüssigkeit beim Übergange aus der Röhre in das Ansatzrohr brauchen wir nicht Rücksicht zu nehmen, da das Ansatzrohr im Verhältnis zur Röhre eine so geringe Länge hat, daß eine wesentliche Änderung des Bewegungszustandes nicht zu erwarten ist. Was die Berechnung der Arbeit dieser Widerstände anbetrifft, so ist es am zweckmäßigsten, die der Arbeit entsprechende lebendige Kraft zu ermitteln. Da sich theoretisch hierüber fast gar nichts feststellen läßt, so ist es am einfachsten, sich der durch Versuche bestimmten Widerstandskoeffizienten zu bedienen und das Produkt aus diesen Koeffizienten und der an der Stelle der Leitung gerade vorhandenen lebendigen Kraft als Arbeit der Widerstände in Rechnung zu bringen.

Es bezeichne m_1 die Masse eines Flüssigkeitsteilchens und v_2 die Geschwindigkeit der Flüssigkeit beim Eintritte in die Röhre. Die hier vorhandene lebendige Kraft ist dann für ein Flüssigkeitsteilchen:

$${}^1/_2\, m_1 v_2^2.$$

Für tropfbare Flüssigkeiten ist:

$$r F v = F_2 v_2,$$

für luftförmige Körper:

$$r F v q = F_2 v_2 p_1,$$

unter p_1 den Druck auf die Flächeneinheit am Anfange der Röhre verstanden. Bei Benutzung dieser Angaben ist die lebendige Kraft des Flüssigkeitsteilchens beim Anfange der Röhre

für tropfbare Flüssigkeiten: ${}^1/_2\, m_1 v^2 \left(\frac{r F}{F_2}\right)^2$,

für luftförmige Körper: ${}^1/_2\, m_1 v^2 \left(\frac{r F q}{F_2 p_1}\right)^2$.

Bezeichnen wir den Widerstandskoeffizienten für den Eintritt des Wassers in die Röhre mit ζ_1, so ist, der obigen Bemerkung zufolge, der hier stattfindende Verlust an Arbeit:

$$\zeta_1 \, {}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2,$$

oder:

$$\zeta_1 \, {}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \left(\frac{rFq}{F_2 p_1}\right)^2,$$

je nachdem eine tropfbare oder luftförmige Flüssigkeit vorliegt. Die lebendige Kraft eines Flüssigkeitsteilchens beim Austritt aus der Röhre ist ${}^1\!/_2 \, m_1 v^2$, der hier auftretende Verlust an Arbeit ist daher, wenn wir den Erfahrungskoeffizienten mit ζ_2 bezeichnen, für jede beliebige Flüssigkeit:

$$\zeta_2 \, {}^1\!/_2 \, m_1 v^2.$$

Um die Arbeit zu bestimmen, die durch die Reibung der Flüssigkeitsteilchen an den Röhrenwänden verbraucht wird, nimmt man die Geschwindigkeit in der Röhre konstant $= v \cdot \frac{rF}{F_2}$ an. Die lebendige Kraft eines Flüssigkeitsteilchens während der Bewegung in der Röhre ist daher

$${}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2.$$

Zahlreiche Versuche haben ergeben, daß der Reibungswiderstand mit der Länge l der Röhren zunimmt, bei weiteren Röhren jedoch geringer ist als bei engeren. Bezeichnen wir den Durchmesser der Röhre mit d und den notwendigen Widerstandskoeffizienten mit ζ_3, so ist die Arbeit, die durch die Reibung der Flüssigkeitsteilchen an den Röhrenwänden und durch die Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen in vollkommen glatten Röhren verloren geht, wenn wir noch voraussetzen, daß in der Röhrenleitung keine plötzlichen Abzweigungen vorkommen,

$$\zeta_3 \, {}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \, \frac{l}{d} \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2.$$

Der in den früheren Formeln einzuführende Summand $\Sigma P_3 s_3$, die Arbeit der Widerstände bestimmend, ist hiernach:

$${}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \left[\left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 \zeta_1 + \zeta_2 + \frac{l}{d}\left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 \zeta_3\right] \text{ für tropfbare Flüssigkeiten,}$$

und

$${}^1\!/_2 \, m_1 v^2 \left[\left(\frac{rFq}{F_2 p_1}\right)^2 \zeta_1 + \zeta_2 + \frac{l}{d}\left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 \zeta_3\right] \text{ für luftförmige Körper.}$$

40. Bewegung des Wassers in Röhren. Die in § 27 S. 162 gefundene Gleichung für die Bewegung einer tropfbaren Flüssigkeit war:

$$x - x_1 + \frac{p - q}{\gamma} - \frac{1}{2g} v^2 \left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2\right] = 0.$$

Multiplizieren wir diese Gleichung mit dem Gewichte $f \delta \gamma$ eines Flüssigkeitsteilchens, so entsteht dadurch die Gleichung zwischen den Arbeitsgrößen, in

welcher der in der vorigen Nummer berechnete Arbeitsverlust der Widerstände als Summand eingeführt werden muß, wenn wir die Bewegung des Wassers in Röhren untersuchen. Nach dieser Veränderung der obigen Gleichung und Eintragung der Arbeit $\Sigma P_3 s_3$ ergiebt sich, wenn wir berücksichtigen, daß $m_1 = \frac{f\delta\gamma}{g}$ ist,

$$f\delta\gamma(x - x_1) + f\delta(p - q)$$
$$- f\delta\gamma \frac{1}{2g} v^2 \left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2 + \zeta_1 \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d} \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2\right] = 0.$$

Aus dieser allgemeinen Gleichung, welche sich noch etwas vereinfachen läßt, wenn wir durch $f.\delta.\gamma$ kürzen, läßt sich die Geschwindigkeit v des ausfließenden Wassers sowie die Ausflußmenge in jedem einzelnen Falle entwickeln, wenn die Widerstandskoeffizienten bekannt sind. Wir setzen wieder wie oben $x_1 = 0$, nehmen also den Querschnitt $HO = F_1$ (Fig. 105) des Gefäßes AB in der ZY-Ebene gelegen an, bezeichnen die Druckhöhe $RL = x$ mit h und setzen voraus, daß die freie Oberfläche in dem Gefäße und die Ausflußöffnung in die atmosphärische Luft münden, sodaß $p = q$ gesetzt werden kann.

Fig. 105.

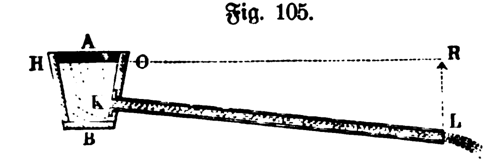
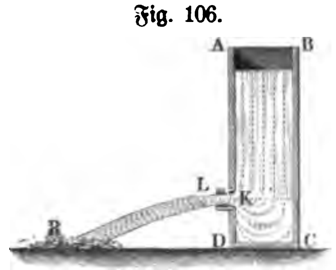


Fig. 106.



Die mit cylindrischen Ansatzröhren angestellten Versuche haben ferner gezeigt, daß das Wasser einen unkontrahierten Strahl bildet, sobald die Länge der Röhre etwa $2^1/_2$ mal so groß ist als ihr Durchmesser, und daß bei einer geringeren Länge das Rohr gar keinen Einfluß ausübt, sondern das Ausfließen in derselben Weise wie durch eine Öffnung in einer dünnen Wand stattfindet. Für die Betrachtung der Bewegung des Wassers in Röhren können wir also $r = 1$, d. h. $rF = F_2$ setzen, und da ferner der Querschnitt rF des ausfließenden Strahles im Verhältnis zu dem Querschnitt F_1 des Gefäßes oder Behälters in den weitaus meisten Fällen sehr klein ist, so kann wie früher der Wert $\left(\frac{rF}{F_1}\right)^2$ gegen 1 vernachlässigt werden. Unter all diesen Annahmen erhalten wir die einfachen Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{v^2}{2g}\left[1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}\right] \\ v &= \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (65)$$

Die aus der Röhre abfließende Wassermasse V erhält man, wenn man

den Querschnitt $r F$ des kontrahierten Strahles an der Ausflußstelle mit der berechneten wirklichen Geschwindigkeit v multipliziert,

$$V = r F v.$$

Bestimmung der Widerstandskoeffizienten. Ist das Gefäß AB (Fig. 106) nur mit einer kurzen Ansatzröhre LK versehen, so läßt sich der Reibungswiderstand sowie der Widerstand für das besonders angesetzte Mundstück vernachlässigen und wir haben dann

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1}}.$$

Setzen wir anderseits $v = \varphi \sqrt{2gh}$, unter φ den Geschwindigkeitskoeffizienten verstanden, der sich durch Versuche bestimmen läßt, so erhalten wir dadurch eine Gleichung zur Bestimmung des Widerstandskoeffizienten ζ_1. Aus

$$\varphi \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1}}$$

folgt:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_1}}$$

oder

$$\left.\zeta_1 = \left(\frac{1}{\varphi}\right)^2 - 1 \right\} \quad \ldots \ldots \ldots (66)$$

Der hierbei zu benutzende Mittelwert für den Geschwindigkeitskoeffizienten φ ist 0,815, daher:

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{0{,}815}\right)^2 - 1$$

$$\zeta_1 = 0{,}505.$$

Nehmen wir eine nach außen sich verjüngende kegelförmige Ansatzröhre an, so ist bei gehöriger Überführung der Röhre in das Gefäß $\varphi = \mu = 0{,}94$, woraus

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{0{,}94}\right)^2 - 1$$

$$\zeta_1 = 0{,}132$$

folgt.

Bei der Bestimmung des Widerstandskoeffizienten ζ_2 für den Austritt aus dem Ansatzrohre verfahren wir in derselben Weise, indem wir annehmen, daß sich das Ansatzrohr unmittelbar an dem Gefäße befinde und sich dem Gefäße durch eine gehörige Abrundung allmählich anschließe. Es ist dann ebenfalls

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_2}},$$

wobei jedoch dem Geschwindigkeitskoeffizienten φ hier der Wert 0,96, wie beim Ausfluß aus einer dünnen Wand oder einem gehörig abgerundeten Mundstücke zu geben ist. Aus der obigen Gleichung folgt:

$$\zeta_2 = \left(\frac{1}{\varphi}\right)^2 - 1$$
$$= \left(\frac{1}{0{,}96}\right)^2 - 1$$
$$\zeta_2 = 0{,}09.$$

Was den Widerstandskoeffizienten ζ_3 anbetrifft, der sich auf die Reibung des Wassers in den Röhren bezieht, so haben die Versuche bewiesen, daß der Reibungswiderstand nicht genau mit dem Quadrate der Geschwindigkeit, sondern auch noch mit einer anderen Potenz der Geschwindigkeit wächst. Die von Weisbach angestellten Versuche zeigen, daß man den Beobachtungen recht nahe kommt, wenn man

$$\zeta_3 = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}}$$

setzt, wobei die Geschwindigkeit v in Metern zu nehmen ist. Da dieser Koeffizient noch von der Geschwindigkeit v abhängig ist, so ist bei Anwendung der obigen Formeln zur Berechnung der Geschwindigkeit der Koeffizient ζ_3 annähernd zu ermitteln, indem man statt v in $\sqrt{v}$ einen der wirklichen Geschwindigkeit nahekommenden Wert setzt und die Rechnung mit dem aus der Formel gefundenen Werte von Neuem wiederholt, bis die notwendige Übereinstimmung erhalten ist.

In der folgenden Tabelle sind die für verschiedene Geschwindigkeiten v in Metern nach der obigen Formel berechneten Werte von ζ_3 zusammengestellt. In der ersten senkrechten Reihe finden sich die ganzen Meter, in der ersten wagerechten Reihe dagegen die Zehntel-Meter aufgeführt, und man erhält den zu einer gewissen Geschwindigkeit gehörigen Wert ζ_3, wenn man die im Durchschnitt der beiden entsprechenden Reihen befindliche Zahl benutzt.

Zehntel-Meter.

	v	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ganze Meter	0	∞	0,0443	0,0356	0,0317	0,0294	0,0228	0,0266	0,0257	0,0250	0,0244
	1	0,0239	0,0234	0,0230	0,0227	0,0224	0,0221	0,0219	0,0217	0,0215	0,0213
	2	0,0211	0,0209	0,0208	0,0206	0,0205	0,0204	0,0203	0,0202	0,0201	0,0200
	3	0,0199	0,0198	0,0197	0,0196	0,0195	0,0195	0,0194	0,0193	0,0193	0,0192
	4	0,0191	0,0191	0,0190	0,0190	0,0189	0,0189	0,0188	0,0188	0,0187	0,0187

Umfassende Versuche von Darcy haben gezeigt, daß dieser Widerstandskoeffizient ζ_3 außer von der Geschwindigkeit v, noch von dem Durchmesser d der Röhre abhängig ist, und daß außerdem das Material und die Oberflächenbeschaffenheit einen bedeutenden Einfluß auf die Größe von ζ_3 ausüben. Bezeichnen wir mit α einen Zahlenwert, welcher die Abhängigkeit des Materials von der Oberflächenbeschaffenheit darstellt, so lassen sich die Versuchsergebnisse nach Gauchler durch die folgende Formel wiedergeben:

$$\zeta_3 = \frac{2g}{\alpha^4} \frac{\left(1 + \frac{d}{4\sqrt[4]{v}}\right)^4}{\sqrt[3]{d}}.$$

Der Wert von α soll dabei folgender Angaben gemäß gewählt werden:

1. Für gußeiserne Röhren, deren Oberfläche durch Rost und Niederschläge verunreinigt ist, nehme man . . $\alpha = 6{,}625$ bis $5{,}5$.
2. Für neue gußeiserne Röhren . . . . $\alpha = 6{,}625$.
3. Für Röhren von Eisenblech, Asphalt, Blei und für gezogene eiserne Röhren . . . . $\alpha = 7{,}0$.

Plötzliche Querschnittsänderungen. Bei der bisherigen Entwickelung der Formeln für die Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen ist angenommen worden, daß der Übergang des einen Querschnittes in den folgenden allmählich geschehe. Tritt dieser Übergang jedoch plötzlich ein (Fig. 107), so ist ein neuer Arbeitsverlust in Rechnung zu bringen, der durch den Stoß des bewegten Wassers gegen die vorliegende Wassermasse hervorgerufen wird. Nach dem Stoße nimmt das bewegte Wasserelement die Geschwindigkeit des vorhergegangenen an, beide bewegen sich daher mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit weiter. Es tritt hiernach derselbe Fall ein, der bei der Behandlung des centralen Stoßes unelastischer fester Körper in Teil I untersucht wurde.

Fig. 107.

Bezeichnen wir mit m_1 die Masse des stoßenden Wasserteilchens, mit m die des gestoßenen, mit v_1 und v die dazu gehörigen Geschwindigkeiten, so ist dieser Arbeitsverlust:

$$^1/_2\,(v_1 - v)^2 \frac{m_1 m}{m_1 + m}.$$

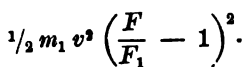
Im Nenner läßt sich die Masse m_1 des stoßenden Teilchens als klein gegen m vernachlässigen, wonach sich dieser Verlust durch

$$^1/_2\,(v_1 - v)^2 m_1$$

ausdrückt. Bezeichnen wir die aufeinanderfolgenden Querschnitte des Behälters mit F_1 und F, so ist

$$F_1 v_1 = F v,$$

und der obige Verlust bei Benutzung dieser Gleichung daher:



$$^1/_2\, m_1 v^2 \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2.$$

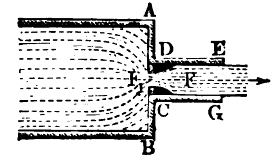


Fig. 108.

Ein ähnlicher Verlust an Arbeit tritt ein, wenn das Wasser aus einem Gefäße AB (Fig. 108) in eine Röhre tritt. Ist dieser Eintritt noch durch eine dünne Wand, durch ein Sieb oder Gitter verengt, so ist auch noch auf die Kontraktion an dieser Stelle Rücksicht zu nehmen. Der hierdurch entstandene Verlust an Arbeit ist dann:

$$\frac{1}{2} m_1 v^2 \left(\frac{F}{r F_1} - 1\right)^2,$$

oder allgemein gleich

$$\zeta_4 \cdot \frac{1}{2} m_1 v^2.$$

Versuche von Weisbach über den Ausfluß des Wassers durch Ansatzröhren, mit verengtem Eintritte, haben gezeigt, daß sich der Wert r des Kontraktionskoeffizienten mit dem Verhältnisse $\frac{F_1}{F}$ ändert. Die entsprechenden Werte von r und ζ_4 sind aus der folgenden Tabelle zu entnehmen:

$\frac{F_1}{F}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$r =$	0,616	0,614	0,612	0,610	0,607	0,605	0,603	0,601	0,598	0,596
$\zeta_4 =$	231,7	50,99	19,78	9,612	5,256	3,077	1,876	1,169	0,734	0,480

Anderseits ist der Wert

$r =$	0,624	0,632	0,643	0,659	0,681	0,712	0,755	0,813	0,892	1
$\zeta_4 =$	225,9	47,77	30,83	7,801	3,753	1,796	0,797	0,290	0,060	0,000

wenn sich die beiden durch die Öffnung F_1 verbundenen Gefäße in ihrem Querschnitte wenig voneinander unterscheiden.

Plötzliche Richtungsänderungen. Bildet die Achse einer Röhrenleitung an irgend einer Stelle einen Winkel ACB (Fig. 109), bildet die Röhre also ein Knie, so tritt bei dem Übergange des Wassers ein bedeutender Verlust an Arbeit ein. Ist der Schenkel CB der Röhre verhältnismäßig kurz, so hört der volle Ausfluß aus der Röhre auf, wodurch die Aus-

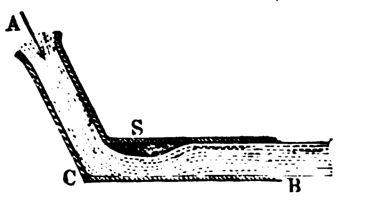


Fig. 109.

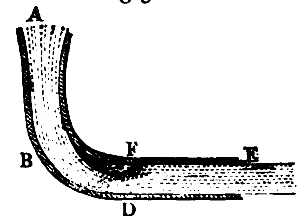


Fig. 110.

flußmenge geringer wird, als bei einer ebenso langen geraden Röhre. Ist dagegen der Schenkel CB länger, so bildet sich hinter dem Knie ein Wirbel S, wodurch ein Teil der vorhandenen Geschwindigkeit vernichtet wird, und das Wasser tritt daher bei wieder gefülltem Querschnitte mit einer verminderten Ausflußgeschwindigkeit aus.

Bezeichnen wir die Geschwindigkeit des Wassers mit v, ein Wasserelement mit m_1 und den durch Versuche zu bestimmenden Widerstandskoeffizienten bei Knieröhren mit ζ_5, so ist der Verlust an Arbeit:

$$\zeta_5 \cdot \frac{1}{2} m_1 v^2.$$

Nach Angaben von **Weisbach** ist

$$\zeta_5 = 0{,}9457 \; sin^2 \delta + 2{,}047 \; sin^4 \delta,$$

worin δ den **halben** spitzen Ablenkungswinkel ACB bezeichnet. In der folgenden Tabelle finden sich die für verschiedene Winkel berechneten Koeffizienten ζ_5:

$\delta =$	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70
$\zeta_5 =$	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,556	1,861	2,158	2,431

Bei Anwendung von **gekrümmten** Röhren, **Kropfröhren** (Fig. 110), ist der Verlust an Arbeit viel geringer als bei Knieröhren. Bezeichnen wir diesen Verlust mit $\zeta_6 \,.\, {}^1/_2\, m_1 v^2$, unter ζ_6 den durch Versuche zu bestimmenden Erfahrungskoeffizienten verstanden, so ist nach **Weisbach**

$$\zeta_6 = 0{,}131 + 1{,}847 \left(\frac{a}{\varrho}\right)^{7/2},$$

worin a den Halbmesser der kreisförmigen Röhrenquerschnitts- und ϱ den Krümmungshalbmesser der Röhrenachse an dem Kropfe BD bezeichnet. In der folgenden Tabelle sind die nach der letzten Formel berechneten Werte für ζ_6 zusammengestellt:

$\frac{a}{\varrho} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\zeta_6 =$	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978

Handelt es sich hiernach um Bestimmung der thatsächlichen Ausflußgeschwindigkeit des Wassers und der in einer gewissen Zeit ausgeflossenen Menge für Röhrenleitungen, bei welchen plötzliche Verengungen, Abzweigungen oder Kröpfe vorkommen, so ist der auf S. 178 entwickelte Wert von v noch durch die hier angegebenen Widerstandskoeffizienten zu berichtigen.

Springende Strahlen. Befindet sich die Ausflußöffnung am Ende einer Röhrenleitung in dem oberen Teile der Röhre, so steigt der ausfließende Wasserstrahl senkrecht in die Höhe. Die Höhe des springenden Strahles, die Sprunghöhe s bestimmt sich theoretisch aus der berechneten Geschwindigkeit v durch die Gleichung

$$s = \frac{v^2}{2g}.$$

Ist anderseits δ der Neigungswinkel des springenden Strahles gegen den Horizont, so ist nach der in Teil I bei den Wurfgesetzen angegebenen Formel die Wurfhöhe

$$s = \frac{v^2 \, sin^2 \delta}{2g}.$$

Diese Höhe wird man jedoch niemals erhalten, da die Luft und das zurückfallende Wasser bei den senkrecht in die Höhe springenden Strahlen dem Aufsteigen hinderlich sind. Nach einzelnen angestellten Versuchen läßt sich mit Rücksicht hierauf

$$\frac{v^2}{2g} = s\,(1 + 0{,}00126\,s)$$

setzen.

41. Bewegung luftförmiger Körper in Röhren. Bei der Entwickelung der Geschwindigkeitsformeln für die Bewegung luftförmiger Körper in Röhren gehen wir aus von den in den §§ 33, 34, 35, 37 aufgestellten Formeln für v, welche wir zur Abkürzung in der Form schreiben wollen $v = \sqrt{2g \, . \, f_p}$, indem wir dabei $\varphi = 1$ annehmen, da die Richtigstellung der Geschwindigkeit hinlänglich durch die Koeffizienten ζ geschieht. Wenden wir noch die in § 40 für die verschiedenen Widerstände aufgestellten Arbeitsverluste an und entwickeln die Geschwindigkeitsformel in entsprechender Weise, wie bei der Bewegung von Wasser in Röhren, so ist in den Formeln 53, 55, 58, 62 unter dem Wurzelzeichen statt $2g$ der Wert einzutragen:

$$\frac{2g}{1 + \zeta_1 \left(\frac{r F q}{F_2 p_1}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d} \left(\frac{r F}{F_2}\right)^2},$$

welcher Wert wieder zu $2g$ wird, wenn $\zeta_1 = \zeta_2 = \zeta_3 = 0$ wird, d. h. wenn der Ausfluß durch eine kleine Öffnung in dünner Wand geschieht.

Da hier wieder $r = 1$ und somit auch in den meisten Fällen der Ausflußquerschnitt $r F$ gleich dem konstanten Röhrenquerschnitte F_2 gesetzt werden kann, so dürfen wir obigen Ausdruck vereinfachen in:

$$\frac{2g}{1 + \zeta_1 \left(\frac{q}{p_1}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}}.$$

Das Verhältnis der Drucke q und p_1 läßt sich wieder durch die betreffenden Manometerhöhen ersetzen, die an den an verschiedenen Punkten der Leitung angebrachten Manometern M abgelesen werden können, wie Fig. 111 zeigt. Bei Anwendung dieser Manometerhöhen lautet dann also die Geschwindigkeitsformel:

$$v = \frac{\sqrt{2g \, . \, f_p}}{\sqrt{1 + \zeta_1 \left(\frac{b}{b + h_1}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}}} \quad . \quad . \quad . \quad (67)$$

Liegt die Einmündungsstelle der Luft um h m höher als die Ausflußöffnung, so verrichtet die Luft vermöge ihres Gewichtes eine gewisse Arbeit, welche die der Expansion vermehrt. Es ist demnach in der letzten Formel für diesen Fall $f_p = f_p + h$ zu setzen, und sollte die Ausflußöffnung um h m höher liegen als die Einmündungsöffnung, so ist in der Formel $f_p - h$ zu benutzen. Wir haben für diese Annahme:

$$v = \frac{\sqrt{2g(f_p \pm h)}}{\sqrt{1 + \zeta_1 \left(\frac{b}{b + h_1}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Ist der Austrittsquerschnitt wesentlich verschieden von dem konstanten Röhrenquerschnitt, dann ist in diesen Formeln der Wert für ζ_1 und ζ_3 noch mit $\left(\frac{rF}{F_2}\right)^2$ zu multiplizieren.

Die Bestimmung der Widerstandskoeffizienten geschieht in derselben Weise wie im vorigen Paragraphen bei der Bewegung des Wassers. Für kurze cylindrische Ansatzröhren ist $r = 1$ und $\varphi = \mu = 0{,}74$. Hieraus erhalten wir:

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{0{,}74}\right)^2 - 1 = 0{,}83.$$

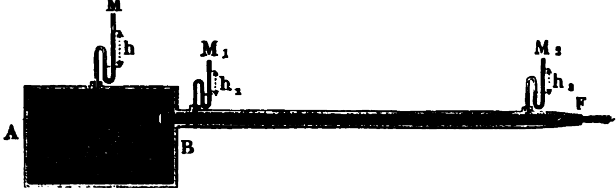
Für kurze kegelförmige, nach außen sich verjüngende Ansatzröhren ist $\varphi = \mu = 0{,}85$, und bei gehöriger Überführung in das Gefäß $\varphi = \mu = 0{,}96$. Für diese Werte findet sich:

$$\zeta_1 = 0{,}38$$

oder

$$\zeta_1 = 0{,}09.$$

Fig. 111.



Bei der Bestimmung des Koeffizienten ζ_2 setzen wir eine gut übergeführte kegelförmige Ansatzröhre voraus, nehmen also $\mu = \varphi = 0{,}96$ und erhalten daraus:

$$\zeta_2 = 0{,}09.$$

Der Reibungskoeffizient ζ_3 läßt sich nach den Versuchen von Weisbach bei mäßigen Luftgeschwindigkeiten von etwa 25 m im Mittel gleich 0,024 annehmen, jedoch ist zu bemerken, daß er um so kleiner ausfällt, je größer die Geschwindigkeit der Luft in der Röhre ist. Die von Weisbach aufgestellte Formel:

$$\zeta_3 = \frac{0{,}12}{\sqrt{v}}$$

zeigt diese Abhängigkeit von der Geschwindigkeit und liefert annähernd zuverlässige Werte. Nach dieser Formel ist z. B.:

Für $v =$	9	16	25	36	49	64	81	100 m
$\zeta_3 =$	0,04	0,03	0,024	0,02	0,017	0,015	0,013	0,012.

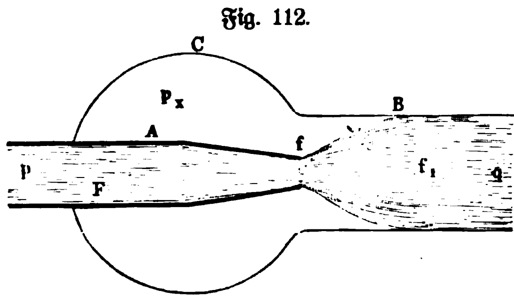
Vom Material der Röhre zeigte sich ζ_3 wenig abhängig, dagegen nahm der betreffende Wert mit der Zunahme des Röhrendurchmessers ab, nach Grashof ist daher besser zu setzen:

$$\zeta_3 + 0{,}01355 + \frac{0{,}001235 + 0{,}01\,d}{d\sqrt{v}},$$

worin d den Durchmesser der Leitung in Metern bedeutet.

42. Saugstrahlpumpen. In Fig. 112 sei A eine Röhre, aus deren Mündung vom Querschnitt f irgend eine Flüssigkeit strömt und daher in das weitere Rohr B vom Querschnitte f_1 gelangt. Die Flüssigkeit wird in einiger Entfernung von der Mündung das Rohr B vollständig anfüllen und zugleich die in dem vollkommen geschlossenen Behälter C enthaltene Luft teilweise mit fortreißen. Infolgedessen entsteht in dem Behälter C eine Luftverdünnung, deren Größe in dem Folgenden bestimmt werden soll. Die ausströmende Flüssigkeit stehe im Innern unter einem Druck von p kg pro Quadratmeter, der Gegendruck gegen die Öffnung des Rohres B sei q kg und der im Innern des Gefäßes herrschende Druck betrage während der Ausströmung der Flüssigkeit p_x kg. Es bezeichne v die Geschwindigkeit der aus der Röhre A strömenden Flüssigkeit, deren specifisches Gewicht γ sein mag, F bezeichne den Querschnitt der Röhre, φ den Geschwindigkeits- und r den Kontraktionskoeffizienten.

Fig. 112.



Wir nehmen auch hier, wie in dem Vorigen, F bedeutend größer als f an, können dann $\frac{rf}{F}$ vernachlässigen und die Flüssigkeit in dem Rohre A annähernd als ruhend betrachten. Als Ausgangsgleichung können wir daher die vereinfachte Formel (53) S. 170 nehmen, d. h. wir können setzen:

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 = \frac{p - p_x}{\gamma}.$$

Es sei ferner die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in dem Rohre B gleich v_1. Diese Geschwindigkeit muß bei dem Übergange aus A in B plötzlich hergestellt werden, woraus sich ein Arbeitsverlust ergiebt, der in gleicher Weise wie der beim centralen Stoß unelastischer fester Körper berechnet werden muß. Ist die Masse des stoßenden Teilchens m_1, die des gestoßenen m, so ist dieser Arbeitsverlust:

$$\frac{1}{2}(v - v_1)^2 \frac{m_1 m}{m_1 + m}.$$

Vernachlässigen wir die Masse m_1 des stoßenden Flüssigkeitsteilchens gegen die Masse m des gestoßenen, so ist dieser Arbeitsverlust $\frac{1}{2}(v - v_1)^2 m_1$, und wenn wir dabei, wie das bisher immer geschehen, die Gewichtseinheit der Flüssigkeit in Betracht ziehen, so ergiebt sich als Arbeitsverlust:

$$\frac{1}{2g}(v - v_1)^2.$$

Die von der Flüssigkeit in der Röhre B zu überwindende Reibung ruft einen weiteren Arbeitsverlust hervor. Werden die Abmessungen der Röhre

mit l_1 und d_1 bezeichnet, so ist dieser Arbeitsverlust nach dem Vorigen gleich:

$$\zeta_3 \frac{l_1}{d_1} \frac{1}{2g} v_1^2.$$

Die Flüssigkeit hatte nun beim Ausströmen aus der Röhre A die Arbeit $\frac{1}{2g} v^2$ in sich aufgenommen, sie steht dabei unter dem Druck p_x, während ein Gegendruck q sich geltend macht, weshalb wir, das specifische Gewicht der Flüssigkeit in dem Rohre gleich γ_1 genommen, erhalten:

$$\frac{1}{2g} v^2 + \frac{p_x - q}{\gamma_1} = \frac{1}{2g} v_1^2 \left(1 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) + \frac{1}{2g} (v - v_1)^2$$

oder

$$\frac{p_x - q}{\gamma_1} = \frac{1}{2g} \left\{v_1^2 \left(2 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) - 2 v v_1\right\}.$$

Für den Beharrungszustand gehen in der Sekunde durch alle Querschnitte gleiche Gewichtsmengen der Flüssigkeit, und wenn wir noch annehmen, daß das specifische Gewicht von der Mündung f an durch das ganze Rohr B hindurch konstant, und zwar gleich γ_1 bleibt, so ist $f v = f_1 v_1$, daher $v_1 = \frac{f}{f_1} v$, wofür wir $r v$ schreiben wollen. In den meisten Fällen wird ferner die Röhre B eine so geringe Länge l_1 haben, daß man noch den auf die Reibung im Rohre sich beziehenden Koeffizienten $\zeta_3 = 0$ setzen kann. Unter diesen Annahmen erhalten wir:

$$\frac{p_x - q}{\gamma_1} = \frac{v_2}{g} r (r - 1).$$

In dieser Gleichung stellt r einen echten Bruch vor, sodaß der Ausdruck auf der rechten Seite stets negativ wird. Hieraus folgt, daß für den Beharrungszustand der Druck p_x in dem Behälter C jederzeit kleiner als der gegen die Mündung von B ausgeübte Druck sein muß, und daß $q - p_x$ den Überdruck inbezug auf die Mündung der Röhre B vorstellt. Da nun

$$\frac{1}{2g} \left(\frac{v}{\varphi}\right)^2 = \frac{p - p_x}{\gamma} \quad \text{oder}$$

$$= \frac{p - q}{\gamma} + \frac{q - p_x}{\gamma},$$

so erhalten wir, wenn wir den aus der letzten Gleichung sich ergebenden Wert für $\frac{v^2}{g}$ in die obige Gleichung eintragen, nach einer kleinen algebraischen Umformung, die Größe des Überdruckes

$$q - p_x = (p - q) \varphi^2 \gamma_1 \frac{2 r (1 - r)}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 2 r (1 - r)} \quad \cdot \cdot \quad (69)$$

Da $q - p_x = (p - p_x) - (p - q)$ gesetzt werden kann, so erhalten wir aus der letzten Gleichung leicht den Überdruck der Pressung im Rohre A über den im Behälter C herrschenden Druck. Es ist

$$p - p_x = \frac{(p - q) \gamma}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 2 r (1 - r)} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (70)$$

Die Größe der Arbeit, welche die Flüssigkeit beim Ausströmen aus der Röhre in sich aufgenommen hat, ergiebt sich, wenn wir in die bei Beginn des Paragraphen erwähnte Ausgangsgleichung für $(p - p_x)$ den eben gefundenen Wert eintragen. Es ist

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(p-q)\,\varphi^2}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 2r(1-r)} \quad \ldots\ldots \quad (71)$$

woraus sich leicht die Geschwindigkeit v der aus dem Rohre A ausströmenden Flüssigkeit bestimmen läßt.

Die vorstehenden Formeln finden Anwendung zur Berechnung der sogenannten Saugstrahlpumpen, deren Wirkung darin besteht, daß durch das Ausströmen von Wasser, Luft oder Dampf eine andere Flüssigkeit, welche durch ein Rohr mit dem obigen Behälter C in Verbindung steht, infolge der hier stattfindenden Luftverdünnung angesaugt wird, und in Gemeinschaft mit der durch das Rohr A ausströmenden Flüssigkeit in dem Rohre B zum Ausfluß gebracht werden kann.

Hat die Röhre B eine so große Länge, daß der Summand, welcher sich auf die Reibung in diesem Rohre bezieht, $\zeta_3 \frac{l_1}{d_1}$ nicht vernachlässigt werden darf, so ergeben sich auf dieselbe Weise wie oben statt der einfacheren Formeln (69 bis 71) die etwas erweiterten Formeln:

$$q - p_x = (p-q)\,\varphi^2 \gamma_1 \frac{2r - \left(2 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) r^2}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 \left\{2r - \left(2 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) r^2\right\}} \quad \cdot \quad (69\,\mathrm{a})$$

$$p - p_x = \frac{(p-q)\gamma}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 \left\{2r - \left(2 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) r^2\right\}} \quad \ldots\ldots \quad (70\,\mathrm{a})$$

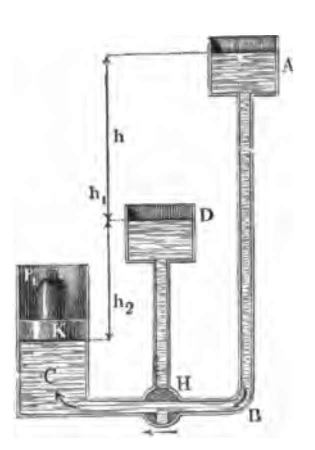
$$\frac{v^2}{2g} = \frac{\varphi^2 (p-q)}{\gamma - \varphi^2 \gamma_1 \left\{2r - \left(2 + \zeta_3 \frac{l_1}{d_1}\right) r^2\right\}} \quad \ldots\ldots \quad (71\,\mathrm{a})$$

Anwendungen.

1. Wassersäulenmaschinen. Mit dem Namen Wassersäulenmaschinen bezeichnet man diejenigen Kraftmaschinen, welche durch die Kraft hochgespannten Wassers in Bewegung gesetzt werden und zwar in der Weise, daß das Wasser ähnlich wie der Dampf in einer Dampfmaschine auf einen Kolben wirkt, der sich in einem Cylinder hin und her bewegt. Gerade so wie bei den Dampfmaschinen können wir auch hier zwei Hauptarten unterscheiden, nämlich erstens solche Maschinen, bei denen die hin- und die hergehende Bewegung durch den Wasserdruck hervorgebracht wird, sogenannte doppeltwirkende Wassersäulenmaschinen, und Maschinen, bei denen nur die eine Bewegung durch den Druck des Wassers geschieht, während die andere durch ein niedergehendes Gewicht oder durch die in einem Schwungrade aufgespeicherte Energie erzeugt wird, solche Maschinen nennt man dann einfachwirkende Wassersäulenmaschinen.

Das Schema einer einfachwirkenden Wassersäulenmaschine wird durch Fig. 113 veranschaulicht. Aus dem Sammelkasten A wird das Wasser durch die Einfallröhre AB in einen Cylinder C geführt, in welchem ein Kolben sich luft- und wasserdicht auf- und niederbewegen kann. Eine in dem Verbindungsrohre BC angebrachte Vorrichtung, sogenannte Steuerung, welche hier aus einem T-förmig durchbohrten Hahn besteht, dient dazu, die Verbindung zwischen der Einfallröhre und dem Cylinder abwechselnd herzustellen und wieder aufzuheben. In der durch die Figur angedeuteten Maschine bewirkt das Wasser nur die aufsteigende Bewegung des Kolbens, während die niedergehende Bewegung (nachdem der Hahn um 90° gedreht worden ist) durch das eigene Gewicht des Kolbens oder durch ein mit ihm verbundenes Gewicht hervorgebracht und dabei das Wasser aus dem Cylinder durch die Austrageröhre HD fortgeschafft wird.

Fig. 113.



Man hat auch einfachwirkende Maschinen mit zwei Cylindern, einer Einfallröhre und einer Steuerung gebaut, bei welchen abwechselnd die

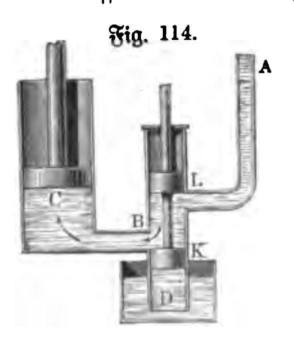
Kolben zum Steigen gebracht werden. Bei derartigen Maschinen drückt der eine Kolben bei seinem Niedergange das gebrauchte Wasser in die Austrageröhre, während der andere seinen Aufgang macht und umgekehrt. Die Berechnung solcher Maschinen mit zwei Cylindern wird im Allgemeinen mit der für doppeltwirkenden eincylindrigen übereinstimmen.

Die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens kann nun in zweierlei Weise nutzbar gemacht werden. Entweder man setzt sie, ähnlich wie bei den Dampfmaschinen, durch Zwischengetriebe in eine rotierende Bewegung um und kann dann die Wassersäulenmaschine gerade so wie eine Wärmekraftmaschine zum Antriebe jeder anderen Maschine, Transmissionsanlage und dergleichen benutzen, oder man unterläßt die Umsetzung in eine rotierende Bewegung und benutzt dann unmittelbar die hin- und hergehende Bewegung des Kolbens zur Arbeitsleistung, z. B. zum Antriebe von Wasserpumpen. Mit Rücksicht hierauf unterscheidet man zwei große Klassen, nämlich die umlaufenden Wassersäulenmaschinen und die Hubwassersäulenmaschinen.

Hubwassersäulenmaschinen. Die Verwendung der Wassersäulenmaschinen als Hubwassersäulenmaschinen, insbesondere zum Heben von Wasser, ist die ursprüngliche und auch heute noch in Bergwerken ziemlich verbreitet. Der Cylinder wird dann stehend angeordnet und an der Verlängerung der Kolbenstange der Pumpenkolben angebracht.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist hierbei die Steuerung. Durch diese Vorrichtung wird, wie schon angegeben, der Cylinder abwechselnd mit dem Betriebswasser in Verbindung gesetzt, wobei zugleich verlangt wird, daß diese notwendige Bewegung der Steuerung durch die Maschine selbst bewirkt werde. Es ist daher eine geeignete Verbindung der Steuerungsvorrichtung mit der Kolbenstange der Wassersäulenmaschine notwendig. Zur Steuerung kann man, wie die vorige Figur zeigt, Hähne benutzen, eine Anordnung, wie sie sich noch bei älteren Maschinen vorfindet. Bei neueren Maschinen wird meist die sogenannte Kolbensteuerung angewendet, welche für eine einfachwirkende Maschine durch Fig. 114 veranschaulicht wird. Die Steuerung besteht hier aus dem Steuerkolben K und dem Gegenkolben L, welcher eine leichtere Bewegung des Steuerkolbens durch Erzeugung eines Gegendruckes gestattet. B ist der den Kolben umgebende Steuercylinder, A das Einfall- und D das Ausgußrohr. Bei der in der Figur gezeichneten Stellung tritt das Aufschlagwasser aus der Einfallröhre zwischen den beiden Steuerkolben K und L hindurch in den Cylinder und treibt den Kolben in die Höhe. Werden dann die beiden Steuerkolben gehoben, so versperrt der Kolben K den Zutritt des Aufschlagwassers zum Cylinder, der Cylinderinhalt tritt in Verbindung mit der Austragröhre und der Kolben sinkt durch sein eigenes oder durch ein mit ihm

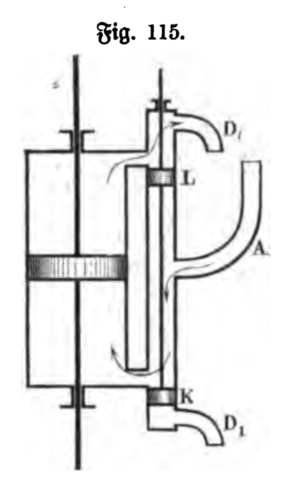
Fig. 114.



verbundenes Gewicht herunter, worauf nach erneuter Senkung der Steuerkolben das Spiel von neuem beginnt.

In ganz ähnlicher Weise ergiebt sich die Steuerung für eine doppeltwirkende Hubwassersäulenmaschine, wie sie durch Fig. 115 veranschaulicht wird. A ist das Einfallrohr, welches abwechselnd mit je einer Cylinderseite in Verbindung gebracht wird. D, D_1 sind die Austrageröhren. L und K sind die Steuerkolben.

Fig. 115.



Wollte man nun, um die Bewegung der Steuerung durch die Maschine selbst bewirken zu lassen, die Steuerung einfach durch die Kolbenstange in Bewegung setzen, was das Nächstliegende zu sein scheint, so würde der Kolben während der Zurücklegung seines letzten Wegteiles nicht imstande sein, die Umsteuerung vollständig zu beendigen. Der Austritt des gebrauchten Wassers würde dadurch verhindert werden, der Kolben und mit ihm die Steuerung in Ruhe kommen, die Maschine also plötzlich zum Stillstehen gebracht werden. Aus diesem Grunde und um die dabei vorkommenden nachteiligen Erschütterungen zu vermeiden, ist es notwendig, besondere mechanische Hülfsmittel zu benutzen und man unterscheidet deshalb eine innere Steuerung und eine äußere Steuerung. Dabei versteht man unter äußerer Steuerung diejenige Vorrichtung, welche für die Bewegung der eigentlichen, sogenannten inneren Steuerung zu sorgen hat, nachdem der Kolben im Cylinder der Wassersäulenmaschine zur Ruhe gekommen ist. Diese Vorrichtung kann nun bestehen:

1. In einem Gewichte, welches von der Kolbenstange bei ihrem Aufgange emporgehoben und von ihr in dem Augenblicke fallen gelassen wird, wenn sie ihren Weg zurückgelegt hat.

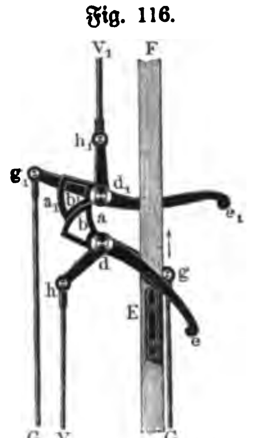
2. In einer Feder, welche während der Kolbenbewegung gespannt und am Ende derselben losgelassen wird.

3. In einer Hülfswassersäulenmaschine, deren Treibkolben die innere Steuerung der Hauptmaschine zu der Zeit in Bewegung setzt, wenn der Treibkolben der Hauptmaschine den letzten Teil seines Weges durchläuft.

Die Anordnung der äußeren Steuerung, falls Gewichte zur Verwendung kommen, zeigt Fig. 116 (a. f. S.). Die Steuerstange F ist mit der Kolbenstange der Wassersäulenmaschine durch einen Querarm verbunden, so daß beide sich gemeinschaftlich auf- und niederbewegen. Bei dem Aufgange der Steuerstange dreht der Knaggen E den Hebel de um d, das damit in Verbindung stehende Gewicht G wird gehoben und das Ventil bei V geschlossen. Der auf derselben Welle sitzende Kreissektor ab kommt dabei außer Berührung mit dem auf der Welle d_1 sitzenden Kreissektor $a_1 b_1$, das Gewicht G_1 fällt nieder, sobald b_1 frei geworden und das Ventil bei V_1 wird dadurch

geöffnet. Die Kreissektoren berühren sich jetzt mit den Seiten a und a_1, so daß der Sektor ab und das dazu gehörige Gewicht auch bei dem Niedergange der Stange F an seiner Stelle gehalten wird, bis ein an der hinteren Seite der Stange angebrachter Knaggen den Hebel $d_1 e_1$ um d_1 dreht, wodurch das Gewicht G_1 gehoben und das Ventil bei V_1 geschlossen wird. Sobald dadurch der Kreissektor ab bei a frei geworden, fällt das Gewicht G nieder, das Ventil bei V wird geöffnet und das Wasser kann nun unter den Kolben treten, so daß das Spiel von neuem beginnt.

Fig. 116.



Kommen nicht Gewichte, sondern Federn zur Verwendung, so unterscheidet sich die Steuerung von der eben besprochenen im wesentlichen nur dadurch, daß statt der Gewichte Spiralfedern mit den Stangen G und G_1 verbunden sind.

Umlaufende Wassersäulenmaschinen. Die Hoffnungen, welche man eine Zeit lang auf die rotierenden Wassersäulenmaschinen, namentlich als Motoren für das Kleingewerbe setzte, haben sich nicht erfüllt. Trotz ihrer vielen Vorzüge, die sie gerade für diesen Zweck sehr geeignet erscheinen ließen (Gefahrlosigkeit im Betriebe, Feuersicherheit, stete Betriebsbereitschaft, einfache Wartung, geringe Instandhaltungskosten u. s. w.) sind diese Maschinen von den Wärmekraftmaschinen der Neuzeit, den Gas- und Petroleummotoren fast vollständig verdrängt worden, einzig und allein aus dem Grunde, weil der Betrieb der Wassersäulenmaschinen sich als unwirtschaftlich herausstellte, und nur dort, wo Kraftwasser zu bedeutend billigeren Preisen zu haben ist, als es die städtischen Wasserleitungen sonst zu liefern imstande sind, also etwa in Gebirgsgegenden, namentlich in der Schweiz, haben sie sich als Kleinkraftmaschinen zu behaupten vermocht.

Die Hauptverwendung finden die rotierenden Wassersäulenmaschinen heutzutage in Bergwerken als Fördermaschinen und Wasserhaltungsmaschinen, namentlich als unterirdische Wasserhaltungsmaschinen. Sie haben als solche vor den unterirdischen Dampfmaschinen große Vorzüge. Da sie meist mit sehr hohen Wasserpressungen arbeiten (Pressungen von 150 atm und darüber sind gar nichts seltenes), fallen sie sehr klein aus, die engen Zuleitungsrohre können leicht im Schacht untergebracht werden, und auch die Übelstände der Wärmeausstrahlung und der Beseitigung des Abdampfes wie bei Dampfmaschinen fallen hier vollständig fort. Schließlich haben sie noch den großen Vorteil, daß sie von einer ganz entfernten Stelle aus in Betrieb gesetzt werden können und selbst dann noch ruhig fortarbeiten können, wenn der betreffende Schacht durch einen Wassereinbruch ersoffen sein sollte.

Die Bauart der rotierenden Wassersäulenmaschinen schließt sich im allgemeinen der Bauart der Dampfmaschinen an. Eine besondere Schwierigkeit bietet hier nur die Steuerung und namentlich die Regulierung infolge der Unzusammendrückbarkeit des Arbeitsträgers, des Wassers, welches

weder einer Kompression noch einer Expansion fähig ist, wenigstens nicht in dem Sinne, wie wir es bei dem Dampfe kennen gelernt hatten.

Als Steuerorgane kommen, wie bei der Dampfmaschine, entlastete Schieber und namentlich Kolbenschieber zur Verwendung. Jedoch ist es hier im allgemeinen nicht möglich, Schieber mit Überdeckungen anzuwenden, da ja einerseits bei vorzeitigem Schlusse des Einlaßorganes jede Kraftwirkung auf den Kolben sofort aufhört, anderseits bei zu frühzeitigem Schlusse des Auslaßorganes einem Teile des Wassers der Austritt aus dem Cylinder unmöglich gemacht werden würde, was bei der Unzusammendrückbarkeit des Wassers zu einem heftigen Stoße führen müßte. Hieraus folgt, daß umlaufende Wassersäulenmaschinen im allgemeinen mit Vollfüllung arbeiten müssen, falls man nicht zu dem Hülfsmittel greift, zwischen Cylinderdeckel und Kolben einen elastischen Körper und zwar Luft zwischenzuschalten.

Für die Regulierung der Arbeitsabgabe einer umlaufenden Wassersäulenmaschine stehen nun folgende Mittel zu Gebote:

1. Die Maschine arbeitet dauernd mit Vollfüllung. Soll die Maschine weniger Arbeit abgeben, so wird der Wassereintritt gedrosselt. Eine solche Regelung ist zu verwerfen, denn der Wasserverbrauch bleibt derselbe wie bei voller Arbeitsabgabe. Durch die Drosselung wird nur erreicht, daß ein Teil der Arbeitsfähigkeit des Wassers vernichtet wird.

2. Die Maschine arbeitet mit Vollfüllung. Die Arbeitsabgabe wird dadurch verringert, daß man ähnlich wie bei Gasmaschinen einzelne Füllungen ausfallen läßt. Derartige Maschinen sind von Professor Winter in Graz entworfen worden, werden aber jetzt nicht mehr gebaut.

3. Die Maschine arbeitet zwar stets mit Vollfüllung, jedoch wird eine Regulierung dadurch ermöglicht, daß man durch Verstellung des Kurbelzapfens in der Längenrichtung der Kurbel den Hub der Maschine verändert.

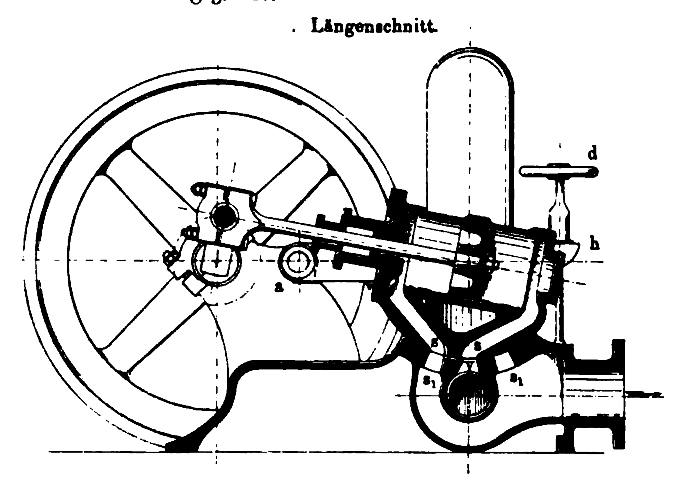
4. Die Maschine arbeitet mit veränderlicher Füllung, das ist, wie oben erwähnt, nur möglich unter Zuhülfenahme eines elastischen Zwischengliedes, und zwar atmosphärischer Luft. Zu diesem Zwecke befinden sich an beiden Enden des Cylinders besondere Luftkammern, deren Inhalt durch vorzeitigen Schluß des Auslaßorganes beim Rückgange des Kolbens bis auf die Einlaßspannung des Wassers verdichtet wird, während anderseits, wenn der Zufluß des Wassers vor dem Hubwechsel abgesperrt wird, die im Cylinder mit enthaltene verdichtete Luft bis auf die Auslaßspannung expandiert.

Es darf hierbei nicht außer Acht gelassen werden, daß durch eine solche Expansion nicht etwa wie bei den Dampfmaschinen Arbeit gewonnen wird, denn schon durch eine einfache Überlegung läßt sich erkennen, daß hier die bei der Expansion der Luft geleistete Arbeit höchstens derjenigen Arbeit gleich sein kann, welche vorher bei der Kompression der Luft von der Maschine aufgewendet worden war.

Als Beispiel einer mit Vollfüllung arbeitenden umlaufenden Wassersäulenmaschine mag der durch seine außerordentliche Einfachheit sich auszeichnende Wassermotor von Schmid in Zürich angeführt werden. Dieser Motor, welchen Fig. 117 (a. f. S.) im Längsschnitt, Fig. 118 (a. f. S.) in der Seitenansicht

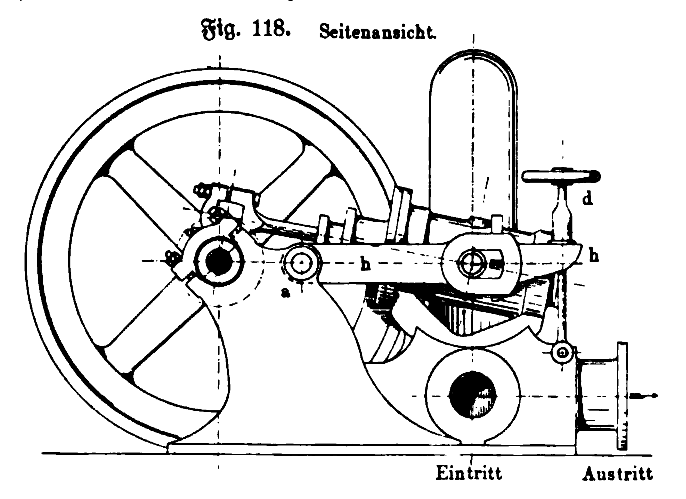
darstellt, ist nach Art der oscillierenden Dampfmaschinen gebaut und zwar so, daß der Bauch des Cylinders mit einem cylindrischen, an dem Cylinder selbst angegossenen Schieberspiegel versehen ist, während das Maschinenbett eine

Fig. 117.



gleiche, jedoch konkave Fläche mit den Kanälen für Ein- und Ausströmung des Wassers enthält. Beide Flächen, die durch Druckschrauben *d* aneinandergepreßt werden, sind nach einem Kreise gekrümmt, dessen Mittelpunkt in der Mitte

Fig. 118. Seitenansicht.



des Drehzapfens liegt, um welchen der Cylinder schwingt. Ein- und Austritt des Wassers sind aus der Figur ersichtlich.

Berechnung einer Wassersäulenmaschine. Die bei der Berechnung einer Wassersäulenmaschine in Betracht kommenden Größen sind: die

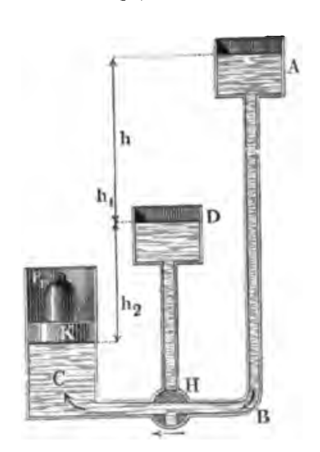
effektive Leistung der Maschine, wir wollen sie mit L bezeichnen, der Wirkungsgrad η, die zur Verfügung stehende Wassermenge V und das Gefälle bezw. die Leitungsspannung h. Je nach Lage der Verhältnisse können die einen oder die anderen Größen als gegeben betrachtet werden, während die übrigen dann durch Rechnung zu finden sind, gemäß der Beziehung, daß

$$L = \eta V \gamma h,$$

wenn γ das Gewicht der Volumeneinheit des Wassers bedeutet.

Erster Fall. Es sei z. B. vermittelst einer Hubwassersäulenmaschine eine Wasserkraft auszunutzen, bei welcher eine sekundliche Wassermenge V (in Kubikmetern) mit dem Gefälle h (in Metern) zur Verfügung steht. Es handelt sich darum, festzustellen, welche effektive Leistung von dieser Maschine zu erwarten ist.

Fig. 119.



Es sei d und F Durchmesser und Querschnitt des Treibkolbens K (Fig. 119), h_1 die senkrechte Entfernung des Wasserspiegels in der Eintragröhre und h_2 die senkrechte Entfernung der Ausgußmündung, beide gemessen von dem mittleren Kolbenstande aus. Das zur Anwendung kommende Gefälle h ist hiernach $h_1 - h_2$. Der Kolbenweg sei für ein vollständiges Spiel $2\,s$, die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens sei v, beides in Metern. Für diese Annahmen ist, da der Kolben in der Sekunde das Volumen $F \,.\, v$ beschreibt:

$$\left.\begin{aligned} V &= {}^1/_2\, F v = {}^1/_2 \frac{\pi d^2}{4} v \text{ für einfachwirkende Maschinen,} \\ V &= F v = \frac{\pi d^2}{4} v \text{ für doppeltwirkende Maschinen} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (1)$$

Werden in der Minute n vollständige Spiele gemacht, so ist wegen $v = 2\,s\,\frac{n}{60}$:

$$n = \frac{30\,v}{s} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Bei einer durch das Wasser verursachten Bewegung des Kolbens ist der gegen die Fläche ausgeübte Druck:

$$P_1 = F h_1 \gamma - R_1,$$

und bei dem Rückgange des Kolbens ist der zu überwindende Druck:

$$P_2 = F h_2 \gamma + R_2,$$

unter R_1 und R_2 die Kolbenreibungen verstanden. Für diese Kolbenreibungen setzen wir nach Anwendung 3 des ersten Kapitels Teil II.:

$$R_1 = \mu . \pi d b h_1 \gamma = 4 \mu . F h_1 \gamma \frac{b}{d}$$

$$R_2 = \mu . \pi d b h_2 \gamma = 4 \mu . F h_2 \mu \frac{b}{d},$$

unter b die Breite der reibenden Flächen verstanden.

Nach Eintragung dieser Werte erhalten wir den gegen den Kolben ausgeübten Druck

$$P_1 = F h_1 \gamma \left(1 - 4 \mu \frac{b}{d}\right),$$

den von dem Kolben zu überwindenden Druck

$$P_2 = F h_2 \gamma \left(1 + 4 \mu \frac{b}{d}\right).$$

Es ist hiernach der gegen die Kolbenfläche wirksame Druck:

$$\begin{aligned} P &= P_1 - P_2 \\ &= F \gamma \left[h_1 - h_2 - 4 \mu \frac{b}{d} (h_1 + h_2)\right] \\ &= F h \gamma \left[1 - 4 \mu \frac{b}{d} \left(\frac{2 h_2}{h} + 1\right)\right] \\ &= F h \gamma . R, \end{aligned}$$

wenn wir zur Abkürzung den in der eckigen Klammer erhaltenen Wert mit R bezeichnen.

Wird P mit dem Kolbenhube s multipliziert, so erhalten wir die mittlere Arbeit des Wassers in der Maschine während eines vollständigen Spieles, wenn eine einfachwirkende, oder während eines halben Spieles, wenn eine doppeltwirkende Maschine vorausgesetzt wird. Die mittlere Arbeit ist dann also

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{n}{60}\, s . F . h \gamma . R \,\text{mkg für einfachwirkende Maschinen} \\ L &= \frac{n}{60} \cdot 2 s . F h . \gamma R \,\text{mkg für doppeltwirkende Maschinen} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Tragen wir hierin noch die in der Sekunde zufließende Wassermenge V ein, so erhalten wir für jede Art Maschine:

$$L = V . h . \gamma . R \,\text{mkg} \quad (4)$$

Setzen wir in dieser Gleichung für R seinen Wert ein, so ergiebt sich, daß der durch die Kolbenreibung hervorgerufene Arbeitsverlust mit der Zunahme von $\frac{h_2}{h}$ wächst, d. h. die Kolbenreibung ist um so größer, je tiefer die Maschine unter der Ausgußmündung steht. Setzen wir beispielsweise $h_2 = \frac{1}{8} h$, und nehmen, wie es bei den meisten Maschinen der Fall ist, $\frac{b}{d} = 0{,}2$ und $\mu = 0{,}25$, so ist die mittlere Arbeit

$$L = 0{,}75\, V h \gamma \,\text{mkg},$$

d. h. der durch die Kolbenreibung verursachte Verlust beträgt 25 Proz. des theoretisch vorhandenen Arbeitsvermögens.

Ein anderer Verlust bei den Wassersäulenmaschinen entsteht aus der Reibung des Wassers in der Einfall- und Austragsröhre. Nennen wir die Durchmesser d_1 und d_2, die Länge l_1 und l_2, die Geschwindigkeiten des Wassers in den Röhren v_1 und v_2, so ist

$$V = \frac{\pi d^2}{4} v = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2 \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (5)$$

woraus sich v_1 und v_2 durch v ausdrücken lassen. Der für die Reibung in Röhren notwendige Widerstandskoeffizient ist nach § 39 gleich ζ_3, und die sich dadurch ergebenden Arbeitsverluste sind für die Eintragsröhre:

$$\zeta_3 \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} V\gamma = \zeta_3 \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \frac{v_2}{2g} V\gamma,$$

für die Austragsröhre:

$$\zeta_3 \frac{l_2 d^4}{d_2^5} \frac{v^2}{2g} V\gamma.$$

Diese Verluste werden um so geringer, je weiter die Röhren sind und je langsamer sich der Treibkolben auf- und niederbewegt. Die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens nimmt man gewöhnlich $= 0{,}3$ m und die in den Röhren zwischen 1,6 bis 3 m. Für diese letzte Annahme ist nach der Tabelle in § 40 (S. 180) $\zeta_3 = 0{,}02$. Nehmen wir hiernach $v_1 = v_2 = 6v = 1{,}8$ m, so ist $d_1 = d_2 = \frac{d}{6}\sqrt{6}$, und die durch die Wasserreibung verursachten Arbeitsverluste sind

$$V\gamma \frac{l_1 + l_2}{d} \cdot \frac{0{,}02 . 0{,}3^2 . \sqrt{6^5}}{2g} = 0{,}00809 \frac{l_1 + l_2}{d} V\gamma.$$

Bringen wir diesen Arbeitsverlust von der oben entwickelten mittleren Arbeitsstärke in Abzug, so ergiebt sich bei Berücksichtigung dieser Reibung

$$L = V\gamma \left(0{,}75 h - 0{,}00809 \frac{l_1 + l_2}{d}\right) \text{mkg} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (6)$$

Während des Ganges einer Wassersäulenmaschine ändert sich die Geschwindigkeit des Wassers in bedeutendem Maße. Bei der Absperrung des Wassers durch die Steuerung wird die Geschwindigkeit in den Röhren fast ganz vernichtet, sodaß bei der wieder anfangenden Bewegung die Geschwindigkeit von neuem erzeugt, die Trägheit des Wassers also überwunden werden muß. Der hieraus sich ergebende Arbeitsverlust ist für die Eintragsröhre:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} l_1 \gamma \frac{v_1^2}{2g} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{d^2 l_1}{d_1^2} \gamma \frac{v^2}{2g},$$

für die Austragsröhre

$$\frac{\pi d_2^2}{4} l^2 \gamma \frac{v_2^2}{2g} = \frac{\pi d^2}{4} \frac{d^2 l_2}{d_2^2} \gamma \frac{v^2}{2g}.$$

Setzen wir wieder, wie oben, $v_1 = v_2 = 6v = 1{,}8\,\mathrm{m}$; $d_1 = d_2 = \frac{d}{6}\sqrt{6}$, so ist der hierdurch entstehende Arbeitsverlust

$$\frac{\pi}{4} d^2 (l_1 + l_2) \gamma \frac{6 v^2}{2g}.$$

Führen wir die in einer Sekunde zufließende Wassermasse V ein, so ist für einfachwirkende Maschinen

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{2V}{v} = \frac{60V}{ns},$$

für doppeltwirkende Maschinen

$$\frac{\pi d^2}{4} = \frac{V}{v} = \frac{30V}{ns},$$

und der obige Arbeitsverlust wird

$$(l_1 + l_2) V \gamma \frac{12 v}{2g}$$

oder

$$(l_1 + l_2) V \gamma \frac{6 v}{2g}.$$

Aus den erhaltenen Werten ergiebt sich ebenfalls, daß diese Verluste sich mit der Abnahme der Geschwindigkeit v und mit der Zunahme der Weite der Röhren vermindern. Außerdem werden diese Verluste kleiner mit der Zunahme des Kolbenhubes s, den man gleich $2{,}5d$ bis $6d$ zu nehmen pflegt, und mit der Abnahme der Länge $l_1 + l_2$. Die übrigbleibende mittlere Arbeit ist demnach für $v = 0{,}3\,\mathrm{m}$

$$\left.\begin{aligned} L &= V\gamma \left\{0{,}75\,h - (l_1 + l_2)\left(\frac{0{,}00809}{d} + 0{,}183\right)\right\} \mathrm{mkg} \\ L &= V\gamma \left\{0{,}75\,h - (l_1 + l_2)\left(\frac{0{,}00809}{d} + 0{,}092\right)\right\} \mathrm{mkg} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

In dieser Formel sind also einzusetzen V in Kubikmeter, γ in Kilogramm, h, l_1, l_2 und d in Meter.

Nehmen wir als Beispiel $V = 0{,}03\,\mathrm{cbm}$ und das Gefälle $h = 110\,\mathrm{m}$ $v_1 = v_2 = 6v = 1{,}8\,\mathrm{m}$, so ist für eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine

$$\tfrac{1}{2} \frac{\pi}{4} d^2 . 0{,}3 = V$$

$$d = \sqrt{\frac{0{,}8}{\pi}} = 0{,}505\,\mathrm{m}.$$

Nehmen wir die Länge l_1 der Einfallröhre zu $126\,\mathrm{m}$ und die der Austragröhre $= 19\,\mathrm{m}$, so ist

$$(l_1 + l_2)\left(\frac{0{,}00809}{d} + 0{,}183\right) = 28{,}855.$$

Die mittlere Arbeit ist daher

$$L = 0{,}03 \,.\, 1000\,(0{,}75 \,.\, 110 - 28{,}855)$$
$$= 1608 \text{ secmkg}$$

oder

$$L = 21{,}44 \text{ PS.}$$

Der Wirkungsgrad η dieser Maschine ist

$$\eta = \frac{0{,}03 \,.\, 1000 \,.\, 53{,}6}{0{,}03 \,.\, 1000 \,.\, 110}$$
$$= 0{,}48.$$

Anmerkung. Bei den obigen Entwickelungen sind diejenigen Verluste außer Betracht gelassen worden, welche dadurch entstehen, daß sich das Wasser in Röhren von verschiedenen Querschnitten bewegen und in plötzlich abgezweigte Röhren übergeführt werden muß.

Zweiter Fall. Gegeben ist eine bestimmte effektive Leistung, welche von einer umlaufenden Wassersäulenmaschine geliefert werden soll. In einem solchen Falle pflegt man den Wirkungsgrad η, d. h. das Verhältnis der Nutzleistung der Maschine zur Leistung der Wasserkraft vor Eintritt in das Absperrorgan der Maschine, als gegeben zu betrachten, indem man einen durch Ausführungen bekannten Wert (im Mittel 0,8 bis 0,85) dafür annimmt. Von den übrigbleibenden zwei Unbekannten, V und h, kann man nun die eine (gewöhnlich die Wasserpressung h) annehmen, dann ergiebt die Rechnung die andere Unbekannte. Ein solcher Fall liegt z. B. vor, wenn für eine in einem Schachte befindliche umlaufende Wassersäulenmaschine das zum Betriebe der Maschinen nötige Preßwasser durch eine Preßpumpenanlage über Tag hergestellt werden soll.

Oder es ist, wie z. B. bei städtischen Wasserleitungen, die Maximaldruckhöhe gegeben, dann läßt sich daraus die einzige Unbekannte, die erforderliche Wassermenge, und daraus, ähnlich wie bei Dampfmaschinen, das Cylindervolumen berechnen. Die betreffende Gleichung würde dann lauten:

$$V = \frac{L}{\eta \,.\, \gamma \,.\, h}.$$

Bezeichnen wir die Zahl der minutlichen Umdrehungen mit n, den Hub der Maschine mit s, den Kolbenquerschnitt mit F, so ist für eine mit Vollfüllung arbeitende, doppeltwirkende umlaufende Wassersäulenmaschine

$$V = \frac{F \,.\, 2\, s \,.\, n}{60}.$$

Tragen wir diesen Wert für V in die obige Gleichung ein, so erhalten wir das Cylindervolumen

$$F \,.\, s = \frac{L \,.\, 60}{\eta \,.\, \gamma \,.\, h \,.\, 2 \,.\, n} \text{ cbm},$$

wenn L in Meterkilogrammen eingesetzt wird. Setzen wir L in PS ein, so lautet die Gleichung

$$F s = \frac{L \,.\, 60 \,.\, 75}{\eta \,.\, \gamma \,.\, h \,.\, 2 \,.\, n}.$$

Hierin ist F in Quadratmeter einzusetzen, γ in Kilogramm, s und h in Meter. Setzt man in der letzten Gleichung noch $\gamma \,.\, h = p$, wobei wir unter p den Druck in Kilogrammen für den Quadratmeter verstehen, so lautet die Formel gerade so wie die, welche wir früher zur Berechnung der Cylinderabmessungen einer Dampfmaschine aufgestellt hatten. Ebenso wie dort finden wir unter Annahme verschiedener Werte für s je einen zugehörigen Wert für F und wählen dann unter den zusammengehörigen Werten den uns geeignet erscheinenden für die Ausführung heraus.

Für einfachwirkende Maschinen fällt natürlich der Faktor 2 im Nenner der letzten Gleichung fort.

Beispiel. Es sei eine doppeltwirkende umlaufende Wassersäulenmaschine von 15 effektiven PS zu berechnen. Die Spannung des aus einer vorhandenen Leitung zu entnehmenden Wassers entspräche einer Gefällhöhe von $h = 40$ m. Die minutliche Umdrehzahl soll $n = 45$ betragen. Der Wirkungsgrad sei angenommen $\eta = 0{,}8$. Das Cylindervolumen ergiebt sich aus

$$F \,.\, s = \frac{15 \,.\, 60 \,.\, 75}{0{,}8 \,.\, 1000 \,.\, 40 \,.\, 2 \,.\, 45}$$
$$= 0{,}0234 \text{ cbm}.$$

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit solcher Maschinen $v = \frac{2\,s \,.\, n}{60}$ pflegt sehr klein angenommen zu werden, 0,3 bis 0,6 m, je nach der Größe der Maschinen. Wählen wir $v = 0{,}6$ m, so wird

$$s = 0{,}4 \text{ m},$$

und daraus ergiebt sich

$$F = 0{,}0594 \text{ qm}$$

entsprechend einem Durchmesser des Cylinders:

$$d = 0{,}275 \text{ m}.$$

2. **Kolbenpumpen.** Als Pumpen kann man im allgemeinen diejenigen Maschinen und Apparate bezeichnen, durch welche eine Flüssigkeit um eine gegebene Strecke gehoben wird. Je nach der Art und Weise, in welcher das geschieht, kann man verschiedene Arten von Pumpen unterscheiden, jedoch soll hier nur diejenige Klasse von Pumpen besprochen werden, bei welcher die Förderung der Flüssigkeit in der Weise geschieht, daß sich in einem Behälter — meist von kreisförmigem Querschnitt — ein Kolben luft- und wasserdicht geradlinig hin und her bewegt und durch ihn ein Druck auf die Flüssigkeit ausgeübt wird. Man nennt derartige Pumpen Kolbenpumpen und zwar genauer Kolbenpumpen mit hin- und hergehendem Kolben, zum Unterschiede von solchen mit schwingendem, bezw. umlaufendem Kolben. — Die Pumpen gehören zu den Arbeitsmaschinen, erfordern daher zu ihrem Betriebe irgend eine Kraftmaschine, deren Art im übrigen völlig beliebig und nur von örtlichen Verhältnissen abhängig ist, sodaß Pumpen ebensowohl durch Menschen oder Tiere, wie durch Wasserräder, Wassersäulenmaschinen, Windmühlen, Dampfmaschinen oder Elektromotoren angetrieben werden können.

Zu den wesentlichen Bestandteilen einer Kolbenpumpe gehören:

1. Der Pumpencylinder oder der Pumpenstiefel. Er besteht aus Holz oder Metall und bildet eine Röhre, deren Querschnitt gewöhnlich ein Kreis ist.

2. An den Stiefel schließt sich, luft- und wasserdicht mit ihm verbunden, das Saugrohr, welches in der Regel mit dem Stiefel aus demselben Material hergestellt ist.

3. Der Kolben. Dies ist ein in dem Pumpenstiefel sich hin und her bewegender Körper, der ebenfalls aus Holz oder Metall bestehen kann und dessen dichter Anschluß an die Wandungen des Pumpencylinders durch eine Liderung bewirkt wird, welche aus Leder, Hanf, Baumwolle oder Metall besteht. Mit dem Kolben ist die Kolbenstange verbunden, vermittelst deren die Kraft der vorhandenen Kraftmaschine auf den Kolben übertragen wird.

4. Ventile. Dies sind bewegliche Teile, welche der Flüssigkeit den Eintritt in eine Röhre gestatten oder verhindern. Das Öffnen und Schließen der Ventile geschieht entweder durch die bewegende Flüssigkeit selbst oder durch besondere Vorrichtungen.

5. Die Steig- oder Leitungsröhren, durch welche hindurch die betreffende Flüssigkeit aus dem Pumpencylinder fortgeschafft wird. Sie werden aus ähnlichen Materialien hergestellt wie der Pumpenstiefel und das Saugrohr.

6. An den meisten größeren Pumpen finden sich ferner die sogenannten Windkessel, das sind Luftbehälter, welche eine stetige Förderung der Flüssigkeit verursachen sollen. Ihre Wirksamkeit wird weiter unten erläutert werden.

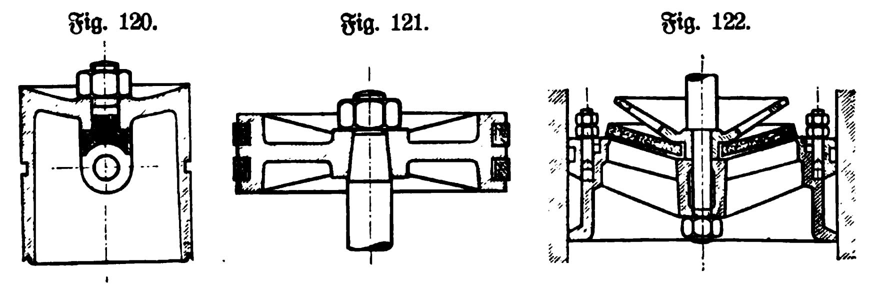
Von den Einzelheiten der Pumpen mögen folgende eine etwas genauere Besprechung erfahren:

a) Die Kolben. Die Kolben, d. h. diejenigen Teile, welche sich in dem Pumpencylinder hin und her bewegen und als Flüssigkeitsverdränger wirken, können als Scheiben oder als Cylinder ausgebildet werden. Um ein Entweichen von Flüssigkeit oder ein Eindringen von Luft zu verhüten, muß ein dichter Abschluß des Kolbens gegen die Cylinderwandung vorhanden sein, dabei muß sich jedoch der Kolben stets leicht in dem Cylinder hin und her bewegen lassen. Dies wird erreicht durch eine besondere Dichtung, auch Liderung genannt, die sich entweder an dem Kolbenkörper selbst befindet oder als sogenannte Stopfbüchse am Pumpencylinder ausgeführt wird. Befindet sich die Liderung am Kolbenkörper selbst, so nennt man derartige Kolben Scheibenkolben, ist die Liderung, etwa als Stopfbüchse, am Cylinder angebracht, so bezeichnet man die Kolben mit dem Namen Tauch- oder Mönchskolben, sehr häufig auch mit dem englischen Worte Plunger oder Plungerkolben. Beispiele von Tauchkolben zeigen die Fig. 137 bis 139.

Die Liderung der Kolben, sowohl der Scheibenkolben wie der Tauchkolben, kann aus verschiedenen Materialien bestehen. Man findet Metall, Hanf, Filz, Leder, Holz als Dichtungsmaterialien verwendet. Die Metalldichtungen (Gußeisen, Bronze u. a.) haben den großen Vorteil, daß ein mit ihnen versehener Kolben jederzeit betriebsbereit ist, auch wenn die Pumpe lange Zeit hindurch trocken gelegen hat, ein Umstand, der unter anderem bei Feuerspritzen von großer Bedeutung ist. Die einfachste Art der Metalldichtung ist die, den Kolben genau nach der Bohrung des Cylinders abzudrehen und

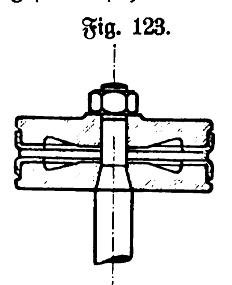
in den Cylinder einzuschleifen. Derartige Kolben sind zwar schwierig herzustellen, zeichnen sich aber durch lange Dauer, geringe Reibung und stete Betriebsbereitschaft aus. Fig. 120 stellt einen solchen aus Bronze hergestellten eingeschliffenen Kolben dar. In der Mitte desselben befindet sich eine Rinne, welche zur Aufnahme von Schmiere und Schmutz dient, während die Stirnbegrenzungsflächen unter einem spitzen Winkel an den Cylindermantel anschließen, damit der an dem Mantel befindliche Schmutz sicher abgeschabt wird und nicht zwischen die dichtende Fläche gelangen kann. Eine andere Art der Metalldichtung ist die vermittelst zweier oder mehrerer federnder Ringe, welche gewöhnlich aus Gußeisen, manchmal aber auch aus Bronze

Fig. 120. Fig. 121. Fig. 122.



hergestellt werden. Fig. 121 zeigt einen solchen Scheibenkolben. Bei größeren Kolben finden sich manchmal besondere Federringe, welche die eigentlichen Dichtungsringe anpressen. In beiden Fällen muß darauf geachtet werden, daß das Material der Ringe weicher ist als das der Cylinderwandungen, um die Abnutzung an den auswechselbaren Ringen zu erhalten. — Soll die Pumpe sandhaltiges Wasser fördern, so sind die Liderungen aus Hanf denen aus Metall vorzuziehen, auch für heißes Wasser eignet sich Hanfdichtung sehr gut. Fig. 122 zeigt einen Scheibenkolben mit Hanfliderung. — Sehr einfach gestaltet sich die Abdichtung vermittelst Leder in Form von gebogenen Stulpen, wie Fig. 123 einen solchen Kolben darstellt. Jedoch ist zu bemerken, daß Lederdichtung nicht mehr verwendet werden kann, wenn die Temperatur des Wassers etwa 30° übersteigt oder wenn saure Grubenwässer gefördert werden sollen. — Eine besondere Art der Scheibenkolben bilden die **Ventilkolben** oder durchbrochenen Scheibenkolben, welche bei den weiter unten zu besprechenden Hubpumpen Verwendung finden. Ihre Gestaltung kann mannigfaltig sein. Meistens enthalten sie Öffnungen, welche durch Klappenventile aus Gummi oder Leder verschlossen sind. Die in Fig. 134 S. 209 dargestellte Pumpe enthält einen Ventilkolben, dessen Abdichtung gegen den Pumpencylinder durch eine Ledermanschette erfolgt, welche nur beim Aufgange des Kolbens dichtet. Das in dem Kolben befindliche Ventil besteht ebenso wie das Saugventil dieser Pumpe aus einer Lederklappe, welche auf beiden Seiten mit einer Metallplatte beschwert ist. Die Dichtung der **Tauchkolben** geschieht in ähnlicher Weise wie die der Scheibenkolben. Auch hier kommen Metall-, Hanf- und

Fig. 123.



Lederdichtungen vor, meist in der Form von Stopfbüchsen. Sehr gebräuchlich ist bei Tauchkolben für hohe Pressungen die sogenannte Ledermanschettendichtung, wie eine solche bei dem Preßkolben der hydraulischen Presse Fig. 20, S. 49 angegeben ist.

b) Ventile. Bei jedem Ventile kann man zwei Hauptteile unterscheiden: 1. den zu bewegenden Teil, durch welchen das Öffnen oder der Schluß hervorgebracht wird, Ventil im engeren Sinne oder Ventilkörper genannt; 2. die das eigentliche Ventil unterstützende Unterlage, welche der Berührungsfläche des ersten Teiles entspricht und Sitz oder Ventilsitz heißt. Je nachdem das Freilegen der zu beeinflussenden Öffnung erfolgt, unterscheidet man ferner drei Hauptarten von Ventilen:

1. Klappenventile, wenn die Öffnung des Ventiles durch Drehung um eine Achse und Erheben vom Ventilsitze geschieht.

2. Hubventile, wenn der Ventilkörper sich senkrecht zu dem Ventilsitze hebt und senkt.

3. Schieberventile, bei denen das Freimachen oder Schließen der Ventilöffnung durch eine Platte geschieht, welche seitlich verschoben wird. Dieses Verschieben geschieht entweder geradlinig, ähnlich der Muschelschiebersteuerung einer Dampfmaschine oder vermittelst Drehung um eine Achse, wie bei Hähnen und Drehschiebern.

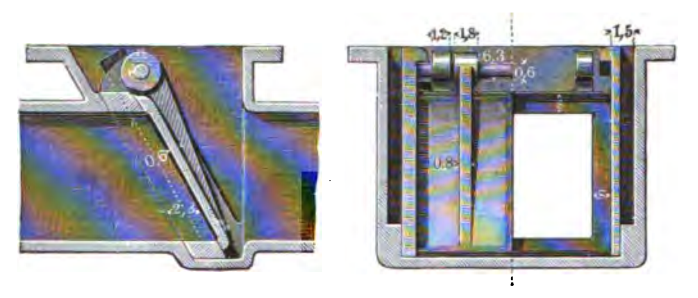
Eine Hauptbedingung, welche jedes gute Ventil zu erfüllen hat, ist die, daß es in geschlossenem Zustande vollständig dicht schließt, um ein Zurückströmen der Flüssigkeit zu verhindern. Dabei muß es hinreichende Stärke und Festigkeit besitzen, um den darauf lastenden Druck der Flüssigkeit auszuhalten. Anderseits darf es aber auch kein zu großes Gewicht erhalten, damit für seine Bewegung nicht zu viel Kraft beansprucht wird. Eine zweite Hauptbedingung ist, daß das Ventil sich schnell weit genug öffnet, um der Flüssigkeit einen leichten Durchgang zu gestatten, und daß es anderseits schnell schließt, um das Zurückgehen der gehobenen Flüssigkeit zu verhindern. Endlich muß das Ventil auch gut geführt sein, damit es sich immer wieder in richtiger Weise auf seinen Ventilsitz aufsetzt und nicht etwa durch den Flüssigkeitsstrom von dem Sitze abgedrängt wird. Wünschenswert ist es, daß ein leichtes und bequemes Nachsehen der Ventile jederzeit möglich ist, weshalb sie leicht zugänglich angebracht werden müssen. Man findet daher die Ventile gewöhnlich in der Nähe der Verbindungsstelle zweier Röhrenstücke oder in einer besonderen, durch eine Platte verschließbaren sogenannten Ventilkammer.

Die Bewegung der Ventile geschieht entweder selbstthätig oder ganz oder teilweise zwangläufig. Bei den selbstthätigen Ventilen geschieht das Öffnen durch den auf das Ventil wirkenden Flüssigkeitsdruck, das Schließen zum Teil durch den Flüssigkeitsdruck, zum Teil durch das Gewicht des Ventiles mit oder ohne Hülfe einer Federspannung. Ausgeschlossen ist die selbstthätige Bewegung bei den Schieberventilen, deren Bewegung also vollständig zwangläufig ist. Dazwischen stehen die in neuerer Zeit häufig angewendeten Ventile mit teilweise zwangläufiger Bewegung, d. h. solche Ventile, bei denen entweder die Öffnungsbewegung selbstthätig geschieht, die Schließbewegung

dagegen zwangläufig oder auch umgekehrt. Derartige Ventile nennt man dann im allgemeinen gesteuerte Ventile oder auch selbstthätige Ventile mit erzwungener Schlußbewegung, bezw. selbstthätige Ventile mit erzwungener Öffnungsbewegung.

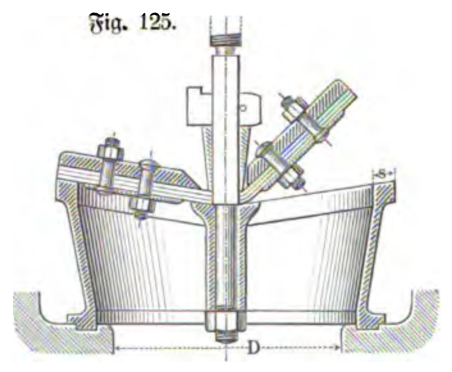
Als Dichtungsflächen der Ventile finden sich, je nach dem Verwendungszwecke der Pumpe, entweder Metall (Gußeisen, Kupferlegierungen, Hartblei u. s. w.) oder Kautschuk, Leder, Holz, Filz u. dergl. Metalldichtungen werden dann nicht angebracht sein, wenn es sich darum handelt, unreine, schlammige, sandige Flüssigkeiten zu fördern oder wenn der Schlag, welcher

Fig. 124*).



beim Auftreffen des Ventiles auf seinen Sitz entstehen kann, gemildert werden soll. Anderseits empfiehlt es sich, wenn irgend möglich, Metalldichtungsflächen anzuwenden, der größeren Haltbarkeit wegen, oder dann, wenn die Ventile auch nach längerem Stillstande der Pumpe sofort betriebsfähig sein sollen, wie bei Feuerspritzen. Maßgebend für die Wahl des Dichtungsmaterials kann auch der Druck sein, welcher auf dem Ventile lastet. Für höhere Drucke werden die weicheren Materialien nicht verwendet werden können. — Für Schieberventile kommen wegen der Reibung und der damit verbundenen Abnutzung natürlich nur metallische Dichtungsflächen in Betracht.

Fig. 125.

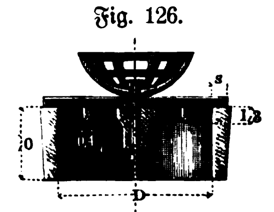


Klappenventile. Die Klappenventile sind einfach, billig und entsprechen in vielen Fällen den an ein gutes Ventil gestellten Bedingungen bei der Förderung von tropfbaren Flüssigkeiten. Für kleinere Durchflußquerschnitte wird eine einfache Klappe angewendet, für größere Durchflußquerschnitte wendet man gewöhnlich zwei oder mehrere Klappen an. Als Material findet sich Metall, Leder oder Kautschuk. Um den Lederklappen ein größeres Gewicht zu geben, befestigt man auf der oberen und unteren Seite derselben Metallstücke. Eine

*) Die Fig. 124 bis 132 sind dem Konstrukteur von F. Reuleaux, Braunschweig, Verlag von Friedr. Vieweg u. Sohn, entnommen.

Metallklappe für einen rechteckigen Durchlaß zeigt Fig. 124. Der Ventilsitz solcher Metallklappen kann entweder durch entsprechend bearbeitete Flächen des Ventilkastens gebildet werden, oder er besteht wie in Fig. 124 aus einem besonders eingesetzten Stücke. Zu bemerken ist, daß der Gelenkzapfen solcher Ventile sich mit einem Spielraum von 1 bis 2 mm in den Gelenken bewegen muß, damit die Klappe sich dicht auf den Sitz auflegen kann. Fig. 125 zeigt ein doppeltes Lederklappenventil, bei welchem drei Lederscheiben zwischen Metallstücken festgeschraubt sind. Fig. 126 stellt ein Klappenventil dar, wie es bei den Luftpumpen für Kondensationsdampfmaschinen vielfach gebraucht wird. Die Klappe besteht hier aus einer runden Kautschukplatte, welche sich beim Öffnen an den halbkugelförmig gestalteten Ventilfänger anlegt.

Fig. 126.



Hubventile. Die Gestalt der Hubventile ist eine äußerst mannigfaltige. Die einfachste Art ist die der sogenannten Tellerventile. Fig. 127 stellt ein solches Tellerventil dar, dessen Sitzfläche mit einem Kautschukbesatze versehen ist. Ist die Sitzfläche kegelförmig, so spricht man von Kegelventilen, ist sie kugelförmig, so spricht man von Kugelventilen. Die Herstellung der Kugelventile ist sehr schwierig, weshalb diese Ventile nur für untergeordnete Zwecke (kleinere Pumpen, Pumpen für unreine Flüssigkeiten u. s. w.) gebaut werden. Fig. 128 (a. f. S.) stellt den Schnitt durch ein Kugelventil dar. Die Bedingung, daß das geöffnete Ventil dem Flüssigkeitsstrome einen genügend großen Querschnitt darbieten soll, läßt sich mit den bisher besprochenen Ventilen in der Weise erfüllen, daß man entweder den Umfang oder die Hubhöhe des Ventiles entsprechend groß macht. Beides läßt sich aber in Wirklichkeit nicht beliebig vergrößern, und namentlich mit dem Hube des Ventiles sind wir an ziemlich enge Grenzen gebunden, da sonst die Gefahr vorliegt, daß das Ventil nicht rechtzeitig schließt und dadurch Wasserverluste, sowie starke Stöße in der Pumpe auftreten. Diese Erwägungen führten zum Bau der mehrsitzigen Ventile (ein solches, Glockenventil genannt, stellt Fig. 129 a. f. S. dar), sowie zur Konstruktion der mehrfachen Ventile, welche aus mehreren einzelnen Ventilen bestehen, die entweder nebeneinander (Fig. 130 a a. f. S) oder übereinander angeordnet sind. Fig. 130 b (a. f. S.) stellt ein mehrfaches Ventil dar, welches aus mehreren kleinen Kugelventilen besteht. Liegen die einzelnen Ventile übereinander, so entstehen die sogenannten Stufen- oder Etagenventile. Ein solches Stufenventil, das aus drei übereinander liegenden Ringen besteht,

Fig. 127.

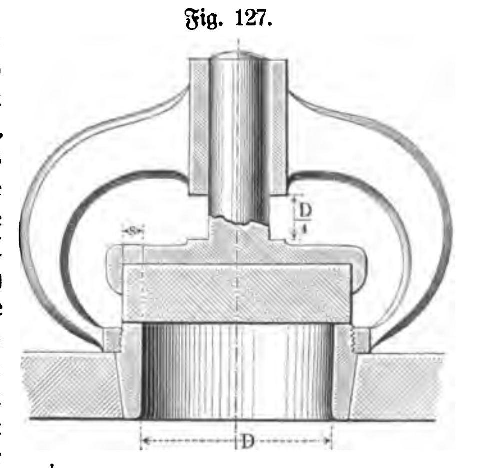


Fig. 128.

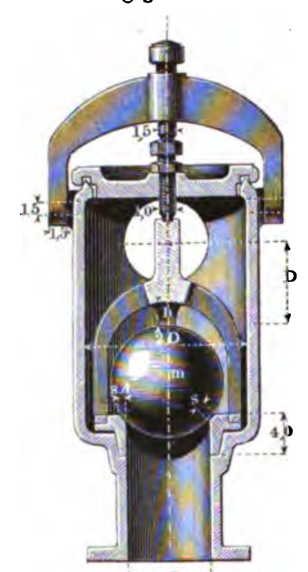


Fig. 129.

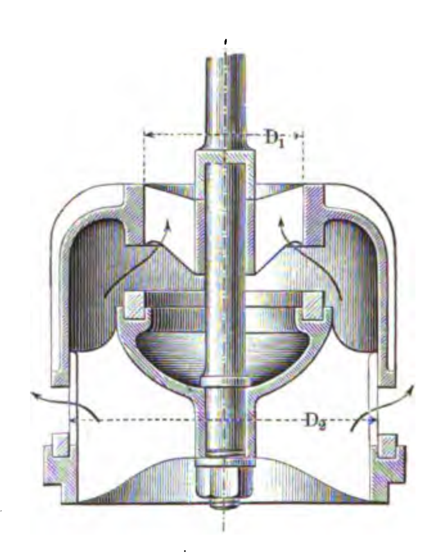


Fig. 130 a.

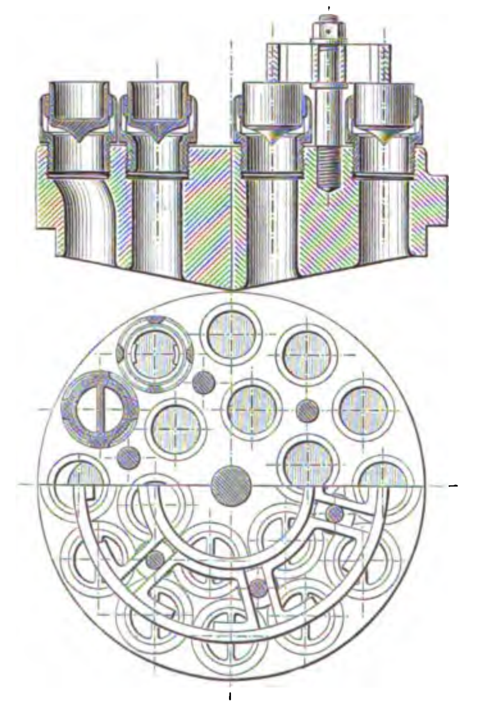
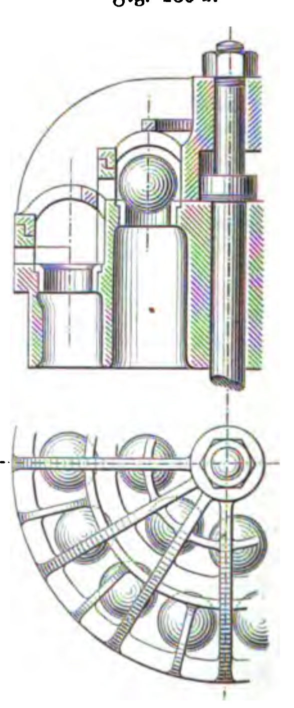


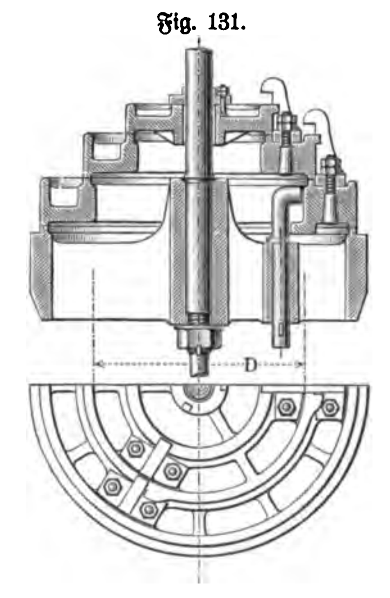
Fig. 130 b.



zeigt Fig. 131. Ventile, die aus mehreren in einer Ebene liegenden Ringen bestehen, sogenannte **Ringventile**, zeigen die Pumpen Fig. 136 und 137.

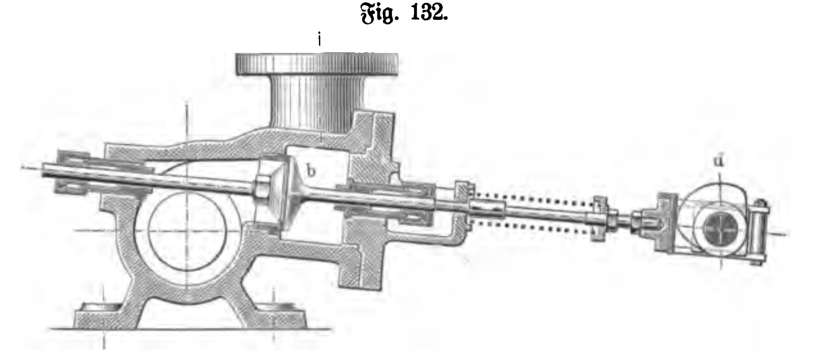
Schieberventile finden bei Pumpen verhältnismäßig selten Anwendung. Als Beispiel einer Kolbenpumpe mit Schieberventilen kann der in Fig. 117, S. 194 dargestellte **Schmid**sche Wassermotor gelten. Dieser Motor kann nämlich auch als Pumpe verwendet werden, wenn er von einer anderen Kraftmaschine aus angetrieben wird. Der Schieberspiegel dient dann als Schieberventil.

Fig. 131.



Gesteuerte Ventile. Je größer der Hub eines Ventiles ist, um so kleiner kann natürlich bei gleich großem Durchtrittsquerschnitte der Umfang des Ventiles sein. Um nun einerseits ein möglichst kleines Ventil zu erhalten, anderseits aber auch die oben erwähnten Nachteile zu vermeiden, die sich bei selbstthätigen Ventilen aus einem zu großen Ventilhube ergeben, verwendet man in neuerer Zeit vielfach Ventile, deren Öffnungsbewegung zwar selbstthätig geschieht, deren Schließung aber durch ein Steuerungsgetriebe bewirkt wird. Als Beispiel eines solchen gesteuerten Ventiles möge das in Fig. 132 dargestellte Druckventil einer Wasserhaltungsmaschine angeführt werden. In der in der Figur gezeichneten Stellung drückt der Daumen *d* das Ventil *b* zwangläufig auf seinen Sitz und hält es so lange geschlossen, bis die Daumenscheibe die Druckplatte verlassen hat. Die Öffnung des Ventiles geschieht dann selbstthätig durch den auf die untere Fläche des Ventiles wirkenden Flüssigkeitsdruck.

Fig. 132.



Die **Ventilabmessungen**, d. h. Umfang des Ventiles und Ventilhub, ergeben sich aus der Bedingung, daß die Geschwindigkeit des Wassers beim Durchströmen der ganzen Pumpe möglichst gleichmäßig sein soll, daß also auch beim Durchströmen der freien Ventilöffnung eine unnötige, mit Arbeits-

verlust verbundene Beschleunigung des Wassers durch Verengung des Durchfluß-querschnittes nicht eintreten soll. Es sei bei einem Hubventile (Fig. 133) d der Durchmesser des unterhalb des Ventiles sich anschließenden Rohres, u sei der freie Durchgangsumfang des Ventiles und h die Hubhöhe des Ventiles.

Fig. 133.

Dann folgt aus der oben angeführten Bedingung die Beziehung:

$$\frac{d^2 \pi}{4} = u \, . \, h.$$

Für ein einfaches Tellerventil, wie es Fig. 133 schematisch zeigt, bei welchem angenähert $u = d \pi$ gesetzt werden kann, ergiebt diese Gleichung eine Hubhöhe des Ventiles $h = \frac{1}{4} d$. Unter Annahme einer bestimmten Wassergeschwindigkeit v, gewöhnlich $v = 1$ bis 2 m, und bei gegebener Wassermenge Q kann der Querschnitt des Rohres unterhalb des Ventiles als bekannt betrachtet werden, da

$$Q = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot v$$

gesetzt werden kann. Nimmt man die Hubhöhe h des Ventiles an, so ergiebt sich aus der obigen Beziehung der Umfang u des Ventiles oder umgekehrt. Die Größe des Durchmessers d_1 (Fig. 133) ergiebt sich aus der Erwägung, daß in dem ringförmigen Zwischenraume zwischen Ventil und Pumpenwandung keine Querschnittsverengung eintreten soll. Hieraus folgt

$$(d_1^2 - d^2) \frac{\pi}{4} = \frac{d^2 \pi}{4}$$

oder

$$d_1 = d \sqrt{2}.$$

Bei Klappenventilen ergiebt sich annähernd gleiche Durchflußgeschwindigkeit, wenn der Erhebungswinkel der Klappen $\alpha = 30^\circ$ angenommen wird.

Der Vorgang bei der Wasserförderung in Kolbenpumpen — wenn wir das Wasser als Vertreter der Flüssigkeiten ansehen wollen — ist nun der, daß zunächst durch einen sogenannten Saugprozeß das Wasser in den Pumpencylinder gebracht wird. Das heißt, wir erzeugen in dem Cylinder eine mehr oder weniger starke Luftverdünnung und der außen auf dem Wasser lastende Druck der Atmosphäre drückt das Wasser in den Pumpencylinder hinein, aus welchem es dann durch den Druck des Pumpenkolbens fortgeschafft wird. Hieraus ergiebt sich folgendes: Während die Druckhöhe, d. h. diejenige Höhe, auf welche das Wasser von dem Pumpencylinder aus durch den Kolben gedrückt wird, theoretisch unbegrenzt ist, kann die Saughöhe der Pumpe, d. h. die Höhe, um welche das Wasser steigen muß, um in den Pumpencylinder zu gelangen, diejenige Größe theoretisch niemals überschreiten, in Wirklichkeit sogar niemals erreichen, welche dem Drucke der atmosphärischen Luft entspricht.

Einteilung der Pumpen. Die Zahl der vorhandenen Arten von Kolbenpumpen ist eine außerordentlich große, und es lassen sich Einteilungen

in verschiedenster Weise treffen, je nachdem man die eine oder andere Eigentümlichkeit der verschiedenen Pumpenarten als Unterscheidungsmerkmal heranzieht. Hier mögen nur drei der wichtigsten Gattungen von Kolbenpumpen unterschieden werden und zwar mit Rücksicht auf ihre Wirkungsweise, nämlich:

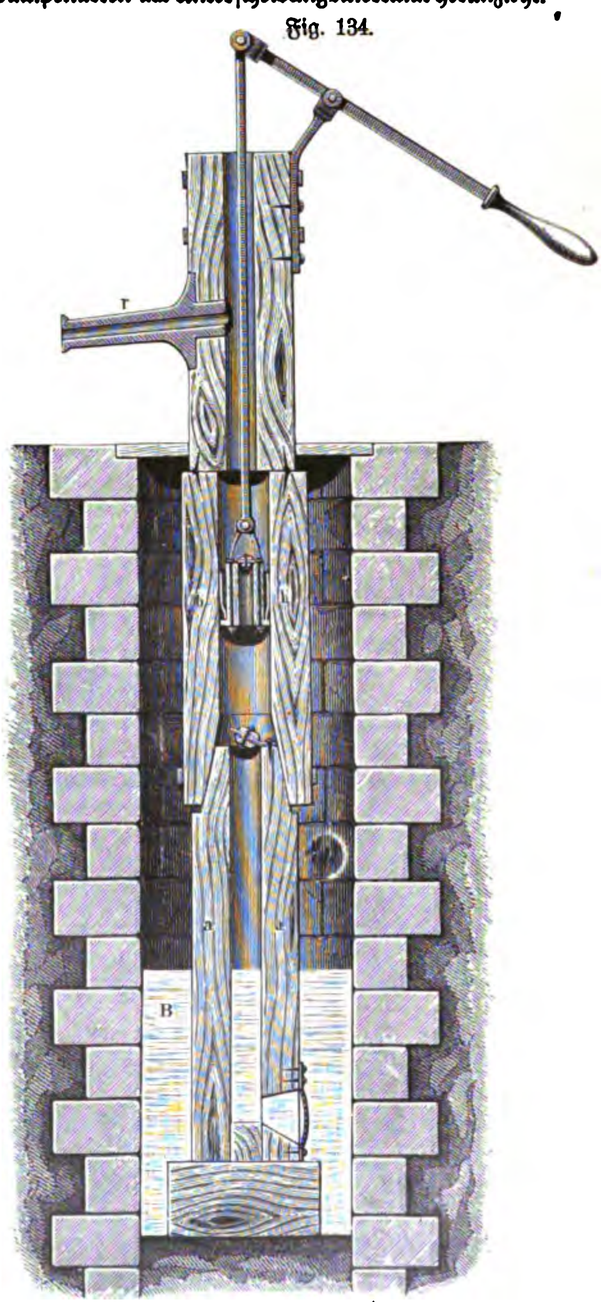


Fig. 134.

1. Kolbenpumpen, bei denen während eines Kolbenhin- und herganges nur einmaliges Saugen und einmaliges Fördern durch das Steigerohr stattfindet, sogen. einfachwirkende Kolbenpumpen.

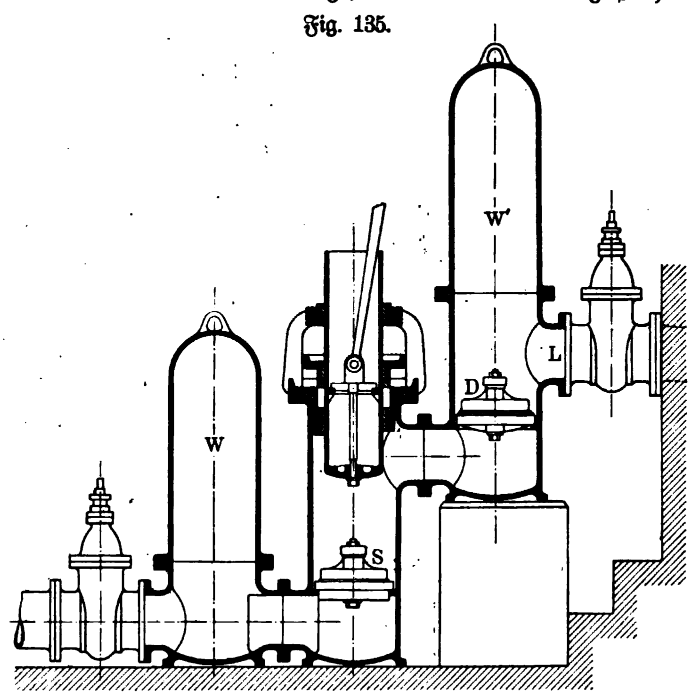
2. Pumpen, bei denen bei jedem Hin- und bei jedem Hergange des Kolbens ein Ansaugen und ein Fördern durch das Steigrohr stattfindet. Derartige Pumpen nennt man doppeltwirkende Pumpen. Dazwischen steht eine ebenfalls sehr häufige Gattung:

3. Die sogenannten Differentialpumpen, bei welchen während eines vollständigen Kolbenspieles zwar nur ein einmaliges Ansaugen, dagegen ein zweimaliges Fördern durch das Steigerohr stattfindet.

Bei den einfachwirkenden Kolbenpumpen wird man noch zwei Fälle unterscheiden können, nämlich Pumpen mit Ventilkolben und Pumpen mit massivem Kolben. In der Wirkung sind diese beiden

Gattungen insofern verschieden, als bei den Pumpen mit Ventilkolben eine eigentliche Druckwirkung des Kolbens auf das Wasser nicht stattfindet, sondern das Wasser, welches bei der Abwärtsbewegung des Kolbens durch ein Ventil in den Raum über den Kolben getreten war, wird bei der Aufwärtsbewegung des Kolbens mit dem Kolben zugleich gehoben. Saugwirkung und Hubwirkung finden also gleichzeitig statt, während bei den Pumpen mit massivem Kolben Saugwirkung und Druckwirkung zu verschiedenen Zeiten stattfinden. Eine einfachwirkende Pumpe mit Ventilkolben (Hubpumpe) besteht in ihrer einfachsten Gestalt, wie in Fig. 134 (a. v. S.) angegeben, aus dem Saugrohre *aa* mit der durch ein Sieb verdeckten Eintrittsöffnung und dem Saugventil, aus dem Pumpenstiefel *bb*, in welchem sich der hohle, mit einem Ventil versehene Kolben auf- und niederbewegt, und aus dem Ausgußrohre *r*. Bei

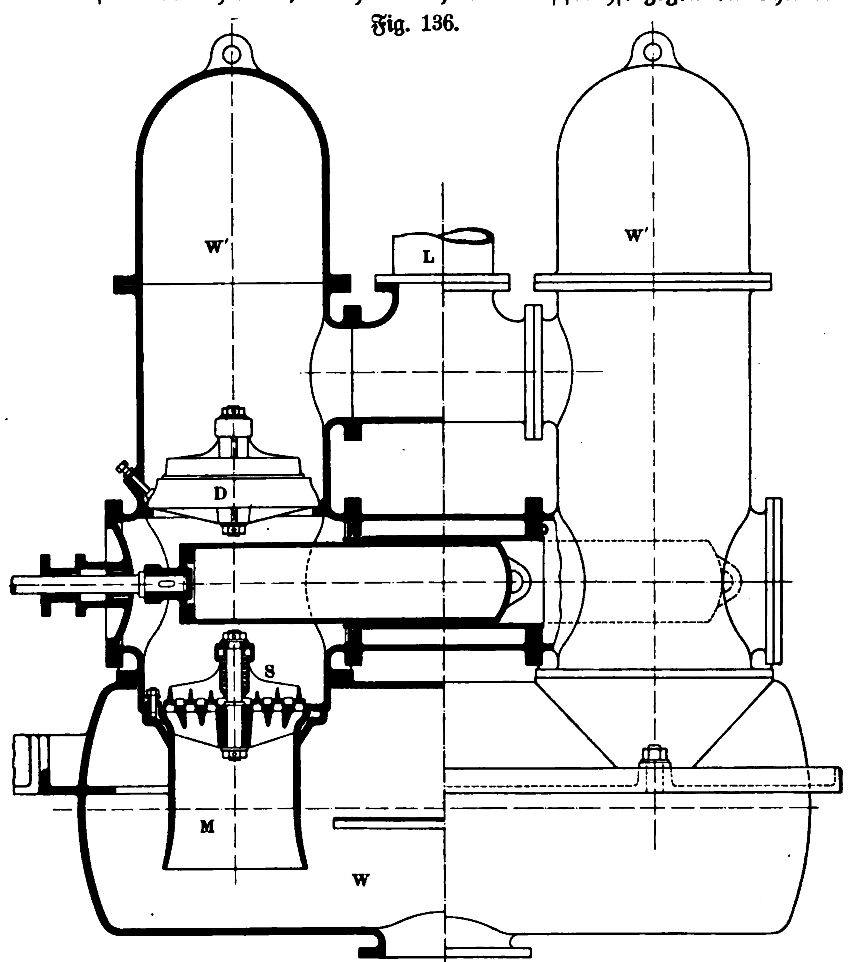
Fig. 135.



dem Steigen des Kolbens ist das in ihm befindliche Ventil geschlossen, da der Druck der Luft oder der einer bereits gehobenen Wassersäule darauf lastet. Zwischen Saugventil und Kolben wird ein luftverdünnter Raum geschaffen, infolgedessen die äußere Luft auf die Oberfläche des im Wasserbehälter *B* vorhandenen Wassers einen Druck ausübt. Das in dem Saugrohre vorhandene Wasser steigt in die Höhe, öffnet das Saugventil und tritt durch das Ventil in den Pumpenstiefel. Beim Niedergange des Kolbens schließt sich das Saugventil, das Kolbenventil öffnet sich, wodurch das bis in den Stiefel gedrungene Wasser über den Kolben gelangt und beim nächsten Aufgange des Kolbens bis zum Ausflußrohre gebracht wird.

Soll eine einfachwirkende Kolbenpumpe das Wasser nicht absatzweise, sondern in einem ununterbrochenen Strome liefern, so bringt man mit dem Steigrohre einen Windkessel in Verbindung. Fig. 135 zeigt die Anordnung einer solchen einfachwirkenden Druckpumpe, wie sie von der Firma A. Borsig, Tegel bei Berlin, unter anderem als sogenannte Vorpumpe für das Wasserwerk Pankow bei Berlin zur Ausführung gebracht wurde. Der einfachwirkende Kolben ist ein Tauchkolben, welcher durch eine Stopfbüchse gegen die Cylinder-

Fig. 136.



wandung abgedichtet und oberhalb der Stopfbüchse noch einmal durch einen Metallring geführt ist. *W* ist der Saugwindkessel, *W'* ist der Druckwindkessel, an welchen sich das durch einen Wasserschieber verschließbare Steigrohr *L* anschließt. Das Saugventil *S* sowie das Druckventil *D* sind beides mehrsitzige Metallringventile nach Art der Ventile in Fig. 136. Der Durchmesser des Tauchkolbens beträgt 293 mm, der Hub des Kolbens 500 mm.

Die Wirkung eines solchen Druckwindkessels besteht in Folgendem: die in dem Raume *W'* vorhandene Luft wird durch das Einpressen des Wassers zusammengedrückt und wird deshalb während des Saugens der Pumpe vermöge ihrer Elasticität einen solchen Druck auf das im Windkessel vorhandene Wasser ausüben, daß dadurch ein ununterbrochenes Ausströmen des Wassers aus dem Steigrohre stattfindet.

Die doppeltwirkenden Kolbenpumpen. Bei den einfachwirkenden Kolbenpumpen ist im allgemeinen, mit Ausnahme der zuletzt besprochenen Anordnung, eine ununterbrochene Wasserförderung nur dann möglich, wenn man zwei oder mehrere derartige Pumpen nebeneinander aufstellt und sie so antreibt, daß die Kolben abwechselnd das Wasser in ein und dasselbe Steigrohr schaffen. Anstatt einer solchen Verbindung mehrerer Pumpen baut man nun auch die Pumpen doppeltwirkend, d. h. so, daß sie sowohl beim Hingange wie beim Hergange des Kolbens Wasser in ein Steigrohr fördern. Diese Bauart ist sehr verbreitet, namentlich für große Pumpen, wie sie für städtische Wasserversorgungsanlagen ausgeführt werden. Läßt man auch hier wieder zwei solcher Pumpen ihr Wasser in eine gemeinschaftliche Steigleitung schaffen und treibt diese Pumpen durch eine Kraftmaschine an, deren zwei Kurbeln etwa um 90° versetzt sind, so wird die Wasserlieferung natürlich noch bedeutend gleichmäßiger.

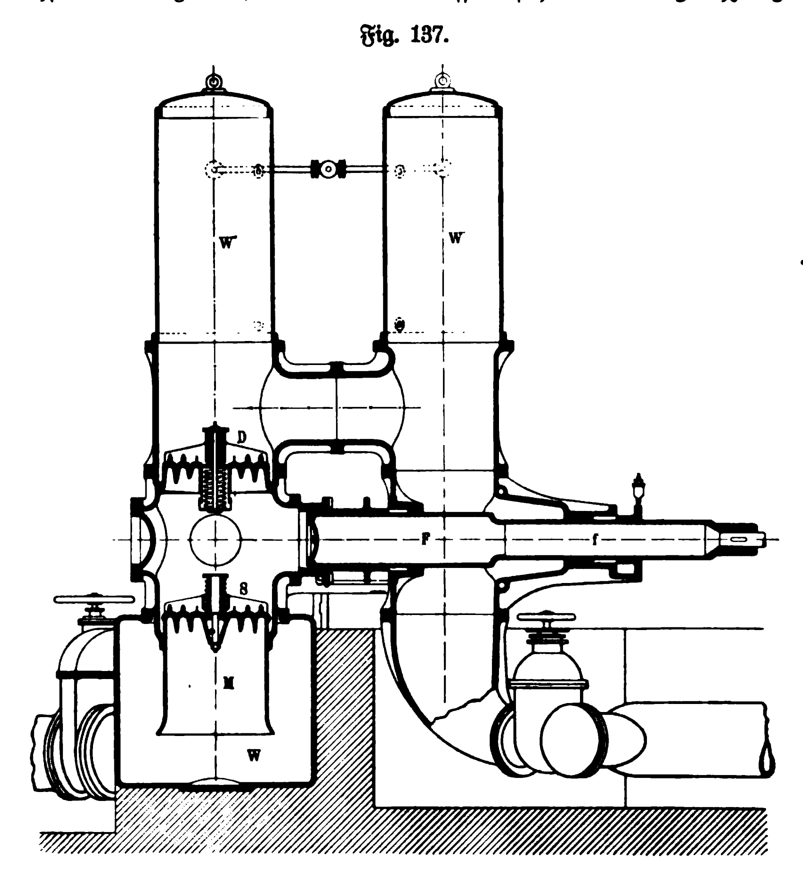
Fig. 136 (a. v. S.) zeigt eine solche doppeltwirkende Pumpe der Firma A. Borsig, Tegel bei Berlin. *W* ist der große gemeinschaftliche Saugwindkessel, in welchen unten die Saugleitung einmündet, und aus welchem die Pumpen mittels der kurzen Saugstutzen *M* das Wasser ansaugen. Auf diesem Saugwindkessel sitzen die beiden Pumpenhälften, von denen die eine im Schnitt, die andere in Ansicht dargestellt ist. *S* bedeutet das Saugventil, *D* das Druckventil. Von beiden besitzt jede Pumpenhälfte je eins. *W'* bedeutet die Druckwindkessel, *L* die gemeinschaftliche Steigleitung. Bemerkenswert ist hier die Liderung des Tauchkolbens, die einfach darin besteht, daß der Kolben sich in einer langen, genau auf den äußeren Durchmesser des Tauchkolbens ausgedrehten gußeisernen Hülse bewegt. Der Durchmesser des Tauchkolbens beträgt 273 mm, der Hub 700 mm.

Differentialpumpen. Bei den sämtlichen bisher besprochenen Pumpengattungen sind, wenn eine stetige Wasserlieferung ohne Anwendung eines Windkessels verlangt wird, mindestens vier Ventile notwendig, zwei Saugventile und zwei Druckventile. Nun läßt sich aber eine stetige Wasserlieferung auch erzielen vermittelst einer einzigen Pumpe, welche nur zwei Ventile besitzt. Dies sind die sogenannten Differentialpumpen, deren Eigentümlichkeit, wie bereits oben erwähnt, darin besteht, daß während eines vollständigen Kolbenspieles zwar nur ein einmaliges Ansaugen, dagegen eine zweimalige Förderung durch das Steigerohr stattfindet. Man nennt daher diese Pumpen auch einfachwirkende Saug- und doppeltwirkende Druckpumpen.

Fig. 137 zeigt den Querschnitt durch eine solche Differentialpumpe, wie sie von der Sächsischen Maschinenfabrik, vormals Richard Hartmann, in Chemnitz für das Wasserwerk der Stadt Hagen in W. geliefert wurde. *S* ist das Saugventil, *D* das Druckventil, *F* und *f* sind zwei zusammenhängende

Tauchkolben von verschiedenem Querschnitt. Bewegen sich die beiden Kolben nach außen (in der Figur nach rechts), so öffnet sich infolge der in der linken Pumpenkammer entstehenden Luftverdünnung das Saugventil, und Wasser tritt in den Raum zwischen Saugventil und Druckventil. Gleichzeitig dringt aber der dickere Kolben in die rechte Pumpenkammer ein und verdrängt dadurch diejenige Menge Wasser, welche dem Unterschiede der Volumina beider Kolben entspricht. Es findet also auf diesem Wege sowohl eine Saugwirkung wie eine Druckwirkung statt. Geht der Kolben wieder zurück, so schließt sich zunächst das Saugventil, das Druckventil öffnet sich. Da nun gleichzeitig der

Fig. 137.



dickere Kolben aus der rechten Pumpenkammer wieder heraustritt und durch den dünneren Kolben ersetzt wird, so wird nicht die ganze, durch das Druckventil hindurchtretende Wassermenge in die Steigröhre gedrückt werden, sondern wieder nur derjenige Teil, welcher dem Unterschiede der beiden Kolbenvolumina entspricht. Eine Saugwirkung findet also auf diesem Wege nicht statt. — Macht man den Querschnitt $f = {}^1/_2 F$, wie es meistens geschieht, so wird die in beiden Fällen geförderte Wassermenge Q' natürlich gleich sein. Es ist dann, wenn

s die Länge des Kolbenhubes bedeutet, die bei jedem Hube geförderte Wassermenge

$$Q' = \frac{1}{2} F \cdot s.$$

Das Steigrohr ist bei der in der Figur abgebildeten Pumpe von der rechten Pumpenkammer aus nach unten geführt und mündet in einen (in der Figur nicht sichtbaren) großen Druckwindkessel. W ist der Saugwindkessel, aus welchem die Pumpe mittels des kurzen Saugstutzens M das Wasser ansaugt, W' sind zwei kleinere Druckwindkessel. Die Ventile sind Ringventile mit gesteuerter Schlußbewegung. Die Steuerungsvorrichtung selbst ist in der Figur fortgelassen. Die Abmessungen der Pumpe sind:

Durchmesser des großen Tauchkolbens	400 mm
" " kleinen "	310 "
Gemeinschaftlicher Hub	1100 "
Minutliche Umdrehzahl	44
Förderhöhe	140 m.

Abmessungen der Pumpen. Für die Bestimmung der Größenverhältnisse einer Pumpe sind gewöhnlich gegeben die sekundliche Wassermenge Q, welche die Pumpe liefern soll, die Saug- und Druckhöhe h_s und h_d, sowie die Länge der Saug- und Druckrohrleitung l_s und l_d. Anzunehmen sind Hublänge s und minutliche Umdrehzahl n, dann ergiebt sich daraus der Querschnitt des Pumpenkolbens F vermittelst der Gleichung

$$Q = \mu \cdot F \cdot \frac{i s n}{60}$$

oder

$$F = \frac{60 \cdot Q}{\mu \cdot i \cdot s \cdot n},$$

worin alle Größen in Metern einzusetzen sind. In dieser Gleichung bedeutet i einen Faktor 1 oder 2, je nachdem die Pumpe einfach- oder doppeltwirkend ist. Der Faktor μ bedeutet den sogenannten Lieferungsgrad der Pumpe, d. h. diejenige Zahl, welche angiebt, wieviel von der theoretischen Wassermenge durch die Pumpe wirklich geliefert wird. Der Lieferungsgrad wird vermindert durch Undichtigkeiten des Kolbens oder der Ventile und wird ferner vermindert dadurch, daß das Saugventil oder Druckventil nicht rechtzeitig schließt; in manchen Fällen auch dadurch, daß neben dem Wasser auch Luft mit angesaugt wird. Die Größe von μ hängt natürlich davon ab, mit welcher Sorgfalt die Pumpe hergestellt wurde. Im allgemeinen kann man bei guten Ausführungen $\mu = 0{,}95$ bis $0{,}98$ setzen, bei mangelhaften Ausführungen $\mu = 0{,}9$.

Die Größe der minutlichen Umdrehzahl n in Verbindung mit der Länge des Kolbenhubes s ergiebt die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_m nach der Beziehung

$$v_m = \frac{2 \cdot s \cdot n}{60}.$$

Während man bis vor gar nicht langer Zeit der Ansicht war, daß Kolbenpumpen nur verhältnismäßig langsam laufen dürften, um ruhig und zuverlässig zu arbeiten, versucht man in neuerer Zeit durch größere Geschwindigkeiten dieselben Leistungen mit Pumpen von kleineren Abmessungen zu erhalten. Läßt man jedoch Pumpen zu rasch laufen, so liegt erstens die Gefahr nahe, daß die Ventile sich nicht rechtzeitig öffnen und schließen, zweitens aber ist zu erwägen, daß ja das Wasser innerhalb der Pumpe bei jedem Hube von der Geschwindigkeit 0 bis auf die Größe der höchsten Kolbengeschwindigkeit beschleunigt werden muß. Ist diese Zeit zu kurz, d. h. läuft die Pumpe zu rasch, so kann es vorkommen, daß das Wasser nicht imstande ist, dem Kolben zu folgen. Man sagt, die Wassersäule reißt ab, und das nachträgliche Zusammentreffen der beschleunigten, unzusammendrückbaren Wassersäule mit dem übrigen Wasser oder mit einem Pumpenteile kann dann zu so heftigen Stößen führen, daß dadurch die Festigkeit der ganzen Pumpe gefährdet wird. — Wie weit man mit der Kolbengeschwindigkeit, bezw. mit der Umdrehzahl der Pumpe gehen kann, muß in jedem Falle einzeln entschieden werden. Neuere größere Pumpenausführungen zeigen in normalem Betriebe mittlere Kolbengeschwindigkeiten von 1 bis 2 m, bei einer Anzahl von Doppelhüben bis zu 100 in der Minute. Jedoch sind auch schon für unterirdische Wasserhaltungen Pumpen zur Ausführung gekommen, welche bei 200 und mehr Doppelhüben in der Minute Kolbengeschwindigkeiten von 3 m und darüber aufweisen*). (Hartmann-Knoke, Die Pumpen, Berlin 1897.)

Arbeitsbedarf der Kolbenpumpen. Soll eine Wassermenge Q um die Höhe H gehoben werden, so ist, wenn γ das Gewicht der Kubikeinheit des Wassers bedeutet, die dazu erforderliche Arbeit in Meterkilogrammen unter Vernachlässigung aller Widerstände und aller Verluste

$$L = Q \,.\, \gamma \,.\, H \,\text{mkg}.$$

Die in Wirklichkeit erforderliche Arbeit wird in den meisten Fällen von dieser theoretischen Arbeit nicht unwesentlich abweichen. Um die Größe dieser wirklichen Arbeit festzustellen, wollen wir zunächst die Höhe H in zwei Teile zerlegen, $H = H_s + H_d$, indem wir unter H_s die Saughöhe und unter H_d die Druckhöhe verstehen. Dabei mögen in H_s sowohl wie in H_d alle weiter unten zu besprechenden Widerstände und Arbeitsverluste als Widerstandshöhen mit inbegriffen sein. Führen wir noch den sogenannten mechanischen Wirkungsgrad der Kolbenpumpen ein, d. h. diejenige Zahl $\eta < 1$, welche angiebt, wieviel von der aufgewendeten Arbeit durch Reibung von Kolben, Kolbenstange u. s. w. in der Pumpe selbst verloren geht, und drücken wir ferner die Arbeit, wie das gewöhnlich geschieht, in PS aus (1 PS = 75 secmkg), so erhalten wir den thatsächlichen Arbeitsbedarf zum Antriebe einer Kolbenpumpe:

$$N = Q \,.\, \gamma \cdot \frac{H_s + H_d}{75 \,.\, \eta} \text{ PS},$$

*) In der zweiten Auflage des vorliegenden Buches (1873) gab Wernicke an, daß die Kolbengeschwindigkeit in den Grenzen von 0,2 bis 0,4 m zu nehmen sei, bei großen Pumpen höchstens 1 m. Der Bearb.

worin Q in Kubikmeter pro Sekunde, γ in Kilogramm, H_s und H_d in Meter einzusetzen sind. Was die Größe von η betrifft, so kann man bei guten Ausführungen $\eta = 0{,}9$ bis $0{,}95$ setzen, für weniger gute Ausführungen $\eta = 0{,}85$.

Für die Praxis genügt meist, namentlich für vorläufige Zwecke, eine überschlägige Berechnung, indem man statt $(H_s + H_d)$ einfach die Höhe einsetzt, auf welche das Wasser gehoben werden soll, und etwa noch eine schätzungsweise angenommene Widerstandshöhe hinzufügt.

Saughöhe. Es wurde schon oben bemerkt, daß es der Druck der atmosphärischen Luft ist, welcher bei dem sogenannten Saugprozeß das Wasser in den Pumpencylinder hineintreibt. Durch diesen Druck ist nun nicht bloß die eigentliche Saughöhe h_s zu überwinden, d. h. die Höhe vom tiefsten Wasserspiegel bis zum Druckventil der Pumpe, bezw. bis zu dem höchsten Punkte des Pumpenraumes, sondern auch die sogenannte Widerstandshöhe h_w. Dabei verstehen wir unter Widerstandshöhe die Summe aller derjenigen Höhen, welche dazu verbraucht werden, um die verschiedenen Bewegungswiderstände des Wassers auf seinem Wege bis in den Pumpencylinder zu überwinden. Bezeichnen wir die Höhe der Wassersäule, welche dem Luftdrucke der Atmosphäre entspricht (10,334 m bei normalem Barometerstande), mit A, die eigentliche hydrostatische Saughöhe mit h_s, die Widerstandshöhe der Saugleitung mit h_w, so folgt aus der obigen Betrachtung, daß

$$A > h_s + h_w$$

sein muß, wenn die Pumpe mit Sicherheit ansaugen soll. Damit diese Bedingung mit genügender Sicherheit erfüllt ist, wird es notwendig sein, für A nicht seinen vollen Wert, $A = 10{,}334$ m, sondern einen bedeutend niedrigeren Wert einzuführen. Denn abgesehen davon, daß nur in seltenen Fällen, und jedenfalls nicht dauernd, mit einem normalen Barometerstande von 760 mm Quecksilbersäule gerechnet werden kann, muß in Betracht gezogen werden, daß es in Wirklichkeit unmöglich ist, unter dem Kolben eine vollständige Luftleere zu erzeugen, da die stets im Wasser enthaltene Luft sich bei abnehmendem Luftdrucke sofort aus dem Wasser ausscheidet und, mit Wasserdampf vermischt, einen Gegendruck gegen den Atmosphärendruck bildet. Dieser Gegendruck ist namentlich dann nicht außer Acht zu lassen, wenn heißes Wasser gefördert werden soll. Er wächst bedeutend mit der Temperatur des Wassers, und es wird z. B., in Metern Wassersäule ausgedrückt, für eine

Wassertemperatur =	30°	50°	80°	100°
der Gegendruck =	0,429	1,25	4,824	10,334 m.

Heißes Wasser kann daher nur auf geringe Höhe angesaugt werden, Wasser von 100° überhaupt nicht. Hat man demnach warmes Wasser zu fördern, dessen Temperatur man nicht genau kennt, so empfiehlt es sich, die Pumpe das Wasser überhaupt nicht ansaugen zu lassen, sondern die Anordnung so zu treffen, daß das Wasser den Pumpen sogar unter einem gewissen Drucke zuströmt.

Die Bewegungswiderstände, zu deren Überwindung ein Teil des atmosphärischen Druckes verbraucht wird, lassen sich nun zerlegen:

1. In die Ventilwiderstände, d. h. diejenige Höhe, welche verbraucht wird für die Hebung des Ventiles. Wir wollen diese Höhe mit h_v bezeichnen.

2. Reibungswiderstand der fließenden Wassersäule im Rohre, h_r.

3. Die übrigen hydraulischen Widerstände h_h. Darin mögen enthalten sein: alle Kontraktionswiderstände bei der Einströmung ins Saugrohr, Geschwindigkeitsänderungen in allen Krümmungen, Geschwindigkeitsänderungen beim Durchströmen des Ventiles u. s. w.

4. Die Beschleunigungswiderstände. Die diesen Widerständen entsprechende Höhe möge mit h_j bezeichnet werden.

Mit diesen Bezeichnungen wird also

$$h_w = h_v + h_r + h_h + h_j.$$

Auch hier genügen in der Praxis meist überschlägige Berechnungen, welche in der Weise angestellt werden, daß man von vornherein die Saughöhe h_s genügend klein annimmt, die Abmessungen der Pumpe nach den oben angegebenen Regeln bestimmt und dann nachrechnet, ob die Bedingung $A > h_s + h_w$ mit Sicherheit erfüllt ist.

h_v, der Ventilwiderstand, d. h. diejenige Druckhöhe bezw. derjenige Druckhöhenunterschied unter und über dem Ventil, welcher, auf die Ventilfläche F wirkend, dem Ventilgewichte G das Gleichgewicht hält, kann gesetzt werden

$$h_v = \frac{G}{F},$$

wenn G, das Gewicht des Ventiles im Wasser, ausgedrückt wird als Höhe einer Wassersäule, welche diesem Gewichte entspricht.

h_r ist nach den früher angegebenen Regeln zu setzen

$$h_r = \zeta_3 \frac{v^2}{2g} \frac{l_s}{d_s},$$

wenn v die Geschwindigkeit des Wassers im Saugrohre ($v = 1$ bis 1,5 m), l_s die Länge der Saugleitung (nicht etwa die Saughöhe), d_s der Durchmesser der Saugleitung, g die Beschleunigung durch die Schwere bedeutet. Durchschnittlich kann $\zeta_3 = 0{,}03$ angenommen werden. Sehr lange Saugleitungen sind oft nicht zu vermeiden; für diese Fälle muß h_r dann genau berechnet werden.

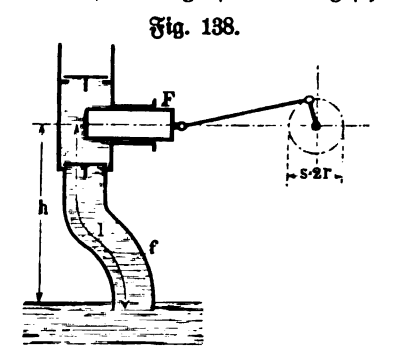
h_h, die übrigen hydraulischen Widerstände sind meist so unbedeutend, daß sie vernachlässigt werden können. Es genügt meist, wenn man sie nach Möglichkeit zu verringern sucht. So empfiehlt es sich z. B., die untere Öffnung des Saugrohres möglichst zu erweitern, oder wenn ein Saugkorb angewendet ist, muß darauf geachtet werden, daß die Öffnungen des Saugkorbes ein Vielfaches des Saugrohrquerschnittes bilden.

h_j, diejenige Höhe, welche verbraucht wird, um die Wassermasse in der Pumpe zu beschleunigen, bildet gewöhnlich den Hauptbestandteil der mit h_w bezeichneten Widerstandshöhe. Für die Bestimmung von h_j nehmen wir den gebräuchlichsten Fall an, daß nämlich der Pumpenkolben vermittelst eines Kurbeltriebes in Bewegung gesetzt wird. Damit nun die Bewegung der Wassersäule richtig erfolgt, d. h. damit die Wassersäule nicht abreißt, muß

die Beschleunigung, welche der Pumpenkolben durch seinen Antrieb erfährt, in jedem Augenblicke kleiner sein als die Beschleunigung, welche der Saugwassersäule durch die zur Verfügung stehende Wassersäule h_j mitgeteilt werden kann. Bezeichnet f (Fig. 138) den Querschnitt des Saugrohres, l die Länge der zu beschleunigenden Saugwassersäule, dann ist das bei jedem Kolbenhube zu beschleunigende Gewicht $f \cdot l \cdot \gamma$. Die Kraft, welche wir dazu zur Verfügung haben, ist $h_j \cdot f \cdot \gamma$.

Bezeichnet $s = 2r$ den Kolbenhub, n die Anzahl der Kolbenhübe in der Minute, v die größte Kolbengeschwindigkeit, j die größte Kolbenbeschleunigung, so ist bekanntlich die größte Kolbengeschwindigkeit:

Fig. 138.



$$v = \frac{2 r \pi \cdot n}{60}$$

und die größte Kolbenbeschleunigung unter Vernachlässigung der Schubstangenlänge:

$$j = \frac{v^2}{r}.$$

Die Beschleunigung, welche die Wassersäule vom Querschnitt f erfährt, ist, wenn F den Querschnitt des Kolbens bedeutet,

$$j' = j \frac{F}{f}.$$

Da nun allgemein Beschleunigungskraft = Masse × Beschleunigung, so erhalten wir unter Eintragung der oben angeführten Werte die Beschleunigungskraft

$$h_j \cdot f \cdot \gamma = \frac{f \cdot l \cdot \gamma}{g} \cdot j \cdot \frac{F}{f}$$

$$= \frac{F \cdot l \cdot \gamma}{g} j.$$

Wir erhalten also das bemerkenswerte Ergebnis, daß die Kraft, welche nötig ist, um die Saugwassersäule zu beschleunigen, ganz unabhängig ist von dem Querschnitte der Saugwassersäule, denn f kommt in der rechten Seite der Gleichung gar nicht vor. — Durch eine kleine Umformung der letzten Gleichung erhalten wir schließlich die Höhe, welche zur Beschleunigung verbraucht wird:

$$h_j = \frac{l}{g} j \cdot \frac{F}{f},$$

worin l die Länge der jedesmal zur Ruhe kommenden Wassersäule in Metern bedeutet. Hat die Saugwassersäule an verschiedenen Stellen verschiedenen Querschnitt, so ist für die einzelnen Abschnitte vom Querschnitte $f_1, f_2 \ldots$ die zugehörige Höhe h_j festzustellen.

Um nun bei längeren Saugleitungen nicht bei jedem Kolbenhube die ganze Saugwassersäule beschleunigen zu müssen, bringt man in den meisten

Fällen möglichst nahe an dem Saugventile einen **Saugwindkessel** an, dessen günstige Wirkung darauf beruht, daß bei jedem Kolbenhube immer nur die zwischen Saugwindkessel und Pumpenkolben befindliche Wassersäule zur Ruhe kommt und wieder beschleunigt werden muß, während im eigentlichen Saugrohre eine nahezu gleichbleibende Wassergeschwindigkeit eintritt. Der Inhalt des Saugwindkessels ist etwa gleich dem fünf- bis zehnfachen Pumpenstiefelinhalt zu nehmen, bei sehr langen Saugleitungen womöglich größer.

Beispiel. Es sei (Fig. 138) für eine Kolbenpumpe der Kolbenhub $s = 1{,}2\,\text{m}$, der Querschnitt des Pumpenkolbens $F = 0{,}0706\,\text{qm}$, der Querschnitt des Saugrohres $f = 0{,}15\,\text{qm}$, die Länge der jedesmal zu beschleunigenden Saugwassersäule sei $l = 2\,\text{m}$, die Saughöhe $h_s = 5{,}5\,\text{m}$. Soll diese Pumpe $n = 40$, bezw. $n = 60$ oder $n = 70$ Kolbenhübe in der Minute machen, so ergiebt sich für

$n =$	v m	j m	$j\frac{F}{f}$ m	h_j m	$A - h_s - h_j$ m
40	2,51	10,5	4,7	0,96	3,87
60	3,77	23,7	10,5	2,14	2,69
80	5,02	42,0	18,8	3,7	1,13

Die zur Überwindung aller anderen Widerstände noch übrig bleibende Höhe $k = A - h_s - h_j$ wäre im letzten Falle, selbst bei normalem Barometerstande ($A = 10{,}334\,\text{m}$), viel zu gering, d. h. wir könnten eine solche Pumpe nicht mit $n = 80$ Umdrehungen in der Minute laufen lassen. — Wäre bei sonst gleichen Abmessungen $l = 4\,\text{m}$, so würde sich schon bei $n = 60$ ergeben $h_j = 9{,}6\,\text{m}$ und $A - h_s - h_j = -4{,}77\,\text{m}$. Mit anderen Worten, bei einer solchen Pumpe würde ein Ansaugen überhaupt gar nicht stattfinden.

Druckhöhe. Die Druckhöhe H_d einer Pumpe setzt sich ähnlich wie die Saughöhe zusammen aus der eigentlichen hydrostatischen Druckhöhe h_d und der Widerstandshöhe h'_w, welche sich aus denselben Teilen zusammensetzt wie die Widerstandshöhe der Saugwassersäule. Während aber dort die Beschleunigung der Wassersäule durch den Luftdruck erfolgte, die Verzögerung dagegen im wesentlichen durch den Pumpenkolben, ist hier das Umgekehrte der Fall. Es muß daher nachgerechnet werden, ob hier beim Hubende die verzögernden Kräfte, d. h. der Luftdruck, der Druck der Druckwassersäule und die Widerstände h_v, h_h und h_r groß genug sind, um eine Verzögerung der beschleunigten Druckwassersäule herbeizuführen. Die Bedingung hierfür ist:

$$A + h_d + h'_w > \frac{l}{g}\, j\, \frac{F}{f}.$$

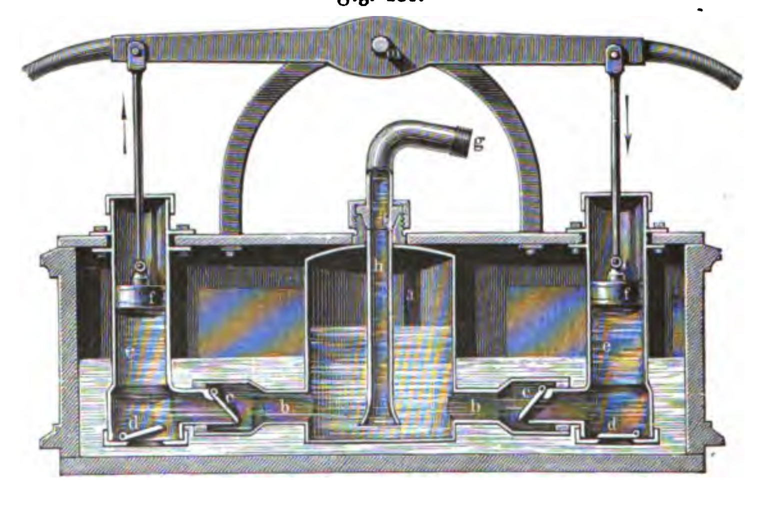
Hierin ist $h'_w = h_v + h_r + h_h$, l bedeutet die Länge, f den Querschnitt der bei jedem Hube zu beschleunigenden Druckwassersäule, $j = \frac{v^2}{r}$

bedeutet die größte Kolbenbeschleunigung und F den Querschnitt des Pumpenkolbens. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, d. h. sind die verzögernden Kräfte nicht imstande, die beschleunigte Wassermasse am Ende des Hubes zur Ruhe zu bringen, so erfolgt ein Abreißen der Druckwassersäule und ein Stoß bei der Wiedervereinigung.

Um nun nicht jedesmal die ganze Druckwassersäule beschleunigen zu müssen, wendet man auch hier Windkessel an, die man möglichst nahe an den Druckventilen anbringt. Es ist dann bei jedem Kolbenhube nur die kurze Druckwassersäule bis zum Druckwindkessel zu beschleunigen, während in dem eigentlichen Druckrohre eine nahezu gleichbleibende Wassergeschwindigkeit eintritt. Die Größe des Druckwindkessels pflegt man möglichst groß anzunehmen, mindestens gleich dem sechs- bis achtfachen Inhalte des Hubvolumens der Pumpe.

Mit der Anordnung eines Windkessels ist übrigens auch noch der Vorteil verbunden, daß die zum Betriebe der Pumpe notwendige Arbeit geringer wird. Da nämlich in diesem Falle die zu fördernde Wassermasse immer einigermaßen in Bewegung bleibt, so handelt es sich bei Überwindung der

Fig. 139.



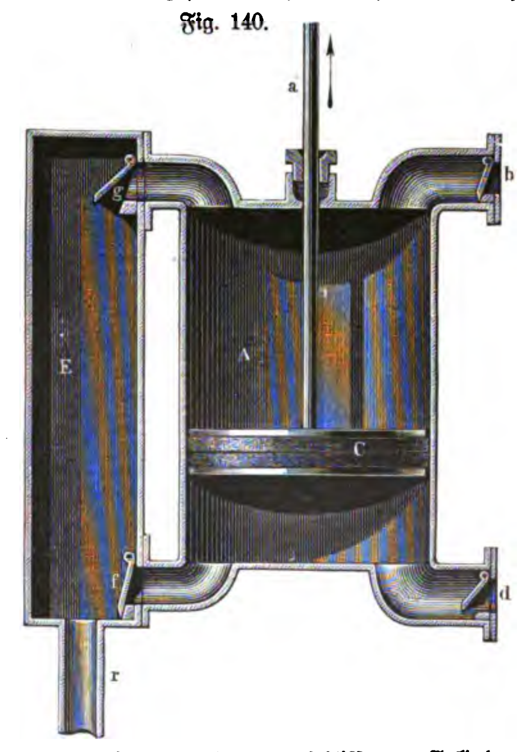
Trägheit der fortzuschaffenden Wassermasse nur um eine Umänderung der Geschwindigkeit, nicht aber, wie bei den Anordnungen ohne Windkessel, darum, die ganze Wassermasse bei jedem Kolbenhube aus der Ruhe in Bewegung zu setzen.

Eine besondere und höchst wichtige Anwendung von den Pumpen macht man bei den Feuerspritzen. Die in Fig. 139 dargestellte Feuerspritze besteht aus der Verbindung eines doppelten Druckwerkes mit einem Windkessel und mit gemeinschaftlichem Steigrohre. Die beiden Kolben f gehen abwechselnd auf und nieder; dabei wird durch die Ventile d das Wasser aus dem die Pumpen umgebenden Spritzkasten gesaugt und bei der entgegengesetzten Bewegung des Kolbens durch das entsprechende Druckventil c in den Wind-

kessel a gepreßt, von dem aus das Wasser in das Steigrohr h gelangt. Die Bewegung der Kolben wird bei der hier gegebenen Anordnung durch Menschen hervorgebracht, welche den Hebel m vermittelst der Querbäume niederdrücken, die sich an den Enden des Hebels befinden.

3. Gebläse. Diejenigen Maschinen, durch welche Gase (gewöhnlich atmosphärische Luft) in einem geschlossenen Raume gesammelt, auf höheren Druck gebracht und aus diesem Raume fortgeschafft werden, nennt man im allgemeinen Gebläse. Ausgedehnte Verwendung finden diese Gebläse, namentlich in der Form der Cylindergebläse, in großen Hüttenwerken zum Betriebe der Hochöfen, beim Umschmelzen des Roheisens in Kupolöfen, sowie zum Zwecke der Entkohlung des Roheisens durch den sogen. Bessemerprozeß. Die **Spannung**, bis zu welcher die Luft in den Gebläsen verdichtet wird, beträgt bei Hochofengebläsen etwa 0,2 bis 0,5 atm, bei Stahlwerks-(Bessemer-)Gebläsen im Mittel 1,5 bis 2 atm Überdruck. Noch höhere Drucke finden sich bei den sogenannten Kompressoren, in welchen die Luft, bezw. andere Gase (z. B. Ammoniak bei den Kälteerzeugungsmaschinen) auf 4 bis 8 atm und darüber verdichtet werden.

Fig. 140.



Ein solches Cylindergebläse besteht, wie die schematische Fig. 140 zeigt, aus einem eisernen hohlen, genau ausgebohrten und ausgeschliffenen Cylinder A, der an beiden Grundflächen geschlossen ist, und in welchem der massive Kolben C vermittelst der Kolbenstange a durch irgend eine Kraftmaschine hin- und herbewegt wird. Das in der schematischen Figur dargestellte Gebläse ist ein doppeltwirkendes (daher auch wohl Doppelbläser genannt), da sowohl beim Hingange als auch beim Hergange des Kolbens verdichtete Luft, in diesem Falle **Wind** genannt, in den Raum E getrieben und von hier aus weiter geleitet wird. Die beiden Ventile b und d dienen zum Einlassen der Luft, sie öffnen sich nach innen, die nach außen sich öffnenden Ventile f und g bringen den Cylinder abwechselnd mit dem Raume E in Verbindung. Beim Aufgange des Kolbens öffnen sich die beiden Ventile d und g, beim Niedergange sind dagegen die Ventile b und f offen.

Um ein möglichst gleichförmiges Ausströmen des Windes zu bewirken, werden zwei oder mehrere Cylinder in der Art miteinander verbunden (Zwillingsgebläse, Drillingsgebläse), daß die Kolben bei ihrer Bewegung nicht gleichzeitig, sondern in angemessenen Zwischenräumen wechseln und der Wind aus allen Cylindern gemeinschaftlich in die Windleitung r oder besser in einen Regulator getrieben wird. Dies ist ein aus Eisenblech luftdicht zusammengenieteter Ballon, dessen Inhalt 40 bis 60 mal so groß ist als der Inhalt der Cylinder, sodaß die Unregelmäßigkeit in der Kolbenbewegung auf diese große Luftmenge keinen Einfluß mehr haben kann.

Zur Liderung der Kolben bei Cylindergebläsen wurde früher meistens Leder angewendet, welches um beide Grundflächen des Kolbens umgestülpt und mittels Schraubenbolzen an einem vorspringenden Rande des Kolbens befestigt wurde. Ebenso wurde auch Hanf, Holz und besonders Leinwand zur Abdichtung benutzt, wobei dann die Cylinder mit Graphit geschmiert wurden. In neuerer Zeit verwendet man wohl ausschließlich Kolben mit Metallliderung, d. h. Kolben mit elastischen Kolbenringen und Ölschmierung; ihre Bauart unterscheidet sich nicht wesentlich von der Bauart der Kolben für Dampfmaschinen.

Die Ventile in den Hochofengebläsen macht man in der Regel aus Leder, Filz oder Gummi, meist in der Form von Klappenventilen, und zwar entweder einfache Lederklappen oder Filzklappen, welche mit Leder benäht sind. Dabei macht man das Verhältnis des gesamten freien Ventilquerschnittes zum Cylinderquerschnitte bei den Saugventilen nach Riedler

$$\gamma = \frac{1}{7} \text{ bis } \frac{1}{10},$$

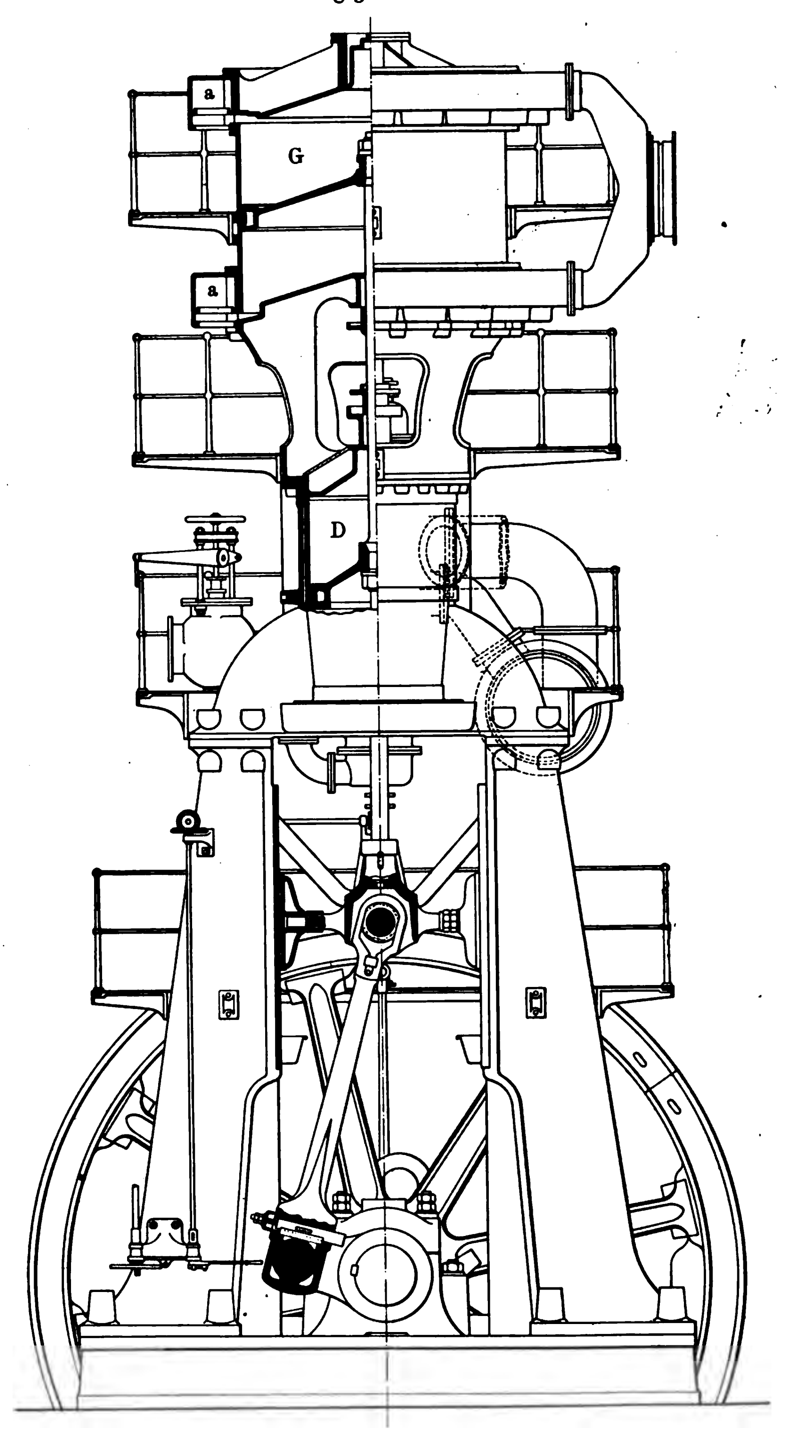
bei den Druckventilen nach Daelen

$$\gamma_1 = \frac{1}{15} \text{ bis } \frac{1}{18}.$$

Bei den Cylindergebläsen für höhere Drucke, d. h. bei Bessemergebläsen und namentlich bei Kompressoren findet man gewöhnlich Metallventile, in neuerer Zeit vielfach mit der bei den Pumpenventilen erwähnten zwangläufigen Schlußbewegung, sogenannte gesteuerte Ventile.

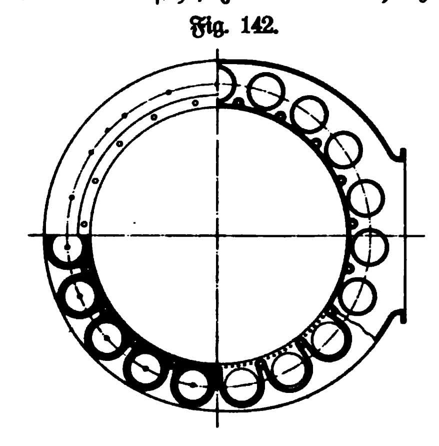
Inbetreff der Bauart schließen sich die Cylindergebläse im allgemeinen der Bauart der zu ihrem Betriebe meist verwendeten Dampfmaschinen an. Die Regel bilden wohl die sogenannten Zwillingsgebläse stehender oder liegender Bauart, d. h. die Anwendung zweier Gebläsecylinder, deren Kolbenstangen gewöhnlich die Verlängerung der Dampfkolbenstangen bilden. Die Dampfmaschinen sind entweder ebenfalls Zwillingsmaschinen oder weit häufiger noch, zwecks besserer Ausnutzung des Dampfes, die früher besprochenen Verbund-(Kompound-)Maschinen. Ein neueres Hochofengebläse stehender Bauart, gebaut von der Kölnischen Maschinenbau-Aktiengesellschaft Köln-Bayenthal, zeigt Fig. 141. Das Gebläse ist ein stehendes Zwillingsgebläse, dessen Antrieb durch eine Verbundmaschine erfolgt. Die Figur zeigt die Hochdruckseite des Gebläses zur Hälfte im Schnitt, zur Hälfte in Ansicht, die Gebläsecylinder G liegen über den Dampfcylindern D. Die Gebläseventile sind in den an beiden

Fig. 141.



Enden des Gebläsecylinders um den Cylinder herumlaufenden eigenen Ventilkästen *a, a* untergebracht. (Die Ventilsitze mit den Ventilen sind in der Figur fortgelassen.) Fig. 142 zeigt einen solchen Ventilkasten von oben gesehen zum Teil in Ansicht, zum Teil in horizontalen Schnitten, die an verschiedenen Stellen geführt sind. Fig. 143 (a. f. S.) zeigt in vergrößertem Maßstabe einen senkrechten Schnitt durch einen Ventilkasten mit eingesetzten Ventilsitzen und mit den Ventilen. Die Ventile sind selbstthätige kreisrunde Tellerventile und bestehen aus Filz und Leder, beide Materialien sind miteinander verleimt und durchnäht. Der Hub der Ventile wird durch die in Fig. 143 angegebenen Ventilfänger begrenzt. Durch die (unter den Druckventilen *D* liegenden) Saugventile *S* wird die Gebläseluft unmittelbar aus dem Maschinenraume angesaugt.

Fig. 142.



Die Abmessungen des Gebläses sind folgende:

Durchmesser des Dampf-Hochdruckcylinders	1150 mm
" " " -Niederdruckcylinders	1650 "
" " Windcylinders	2200 "
Gemeinschaftlicher Hub	1500 "
Minutliche Umdrehzahl	40
Windpressung	0,5 atm
Von beiden Cylindern in der Minute angesaugte Windmenge .	900 cbm

Die Berechnung der Gebläse gestaltet sich am einfachsten, wenn man, wie bei der Berechnung der Dampfmaschine, ausgeht von dem Diagramme, welches dem Vorgange im Inneren des Luftcylinders entspricht. Die theoretische Gestalt eines solchen Diagrammes veranschaulicht Fig. 144. Es sei s der Hub des Gebläsekolbens, p_s sei die Spannung, mit welcher die Luft angesaugt wird, d. h. die atmosphärische Spannung und p_d die Spannung, mit welcher die Luft in die Windleitung fortgedrückt wird. Das Diagramm wird in der Richtung der Pfeile durchlaufen. Beim Hingange, auf dem Wege $a - b$, saugt der Kolben atmosphärische Luft an, im Punkte b schließen sich die Saugventile, der Kolben dreht um und komprimiert zunächst auf einem Teile seines Rückganges die Luft so lange, bis sie, im Punkte c, die dem Drucke in der Windleitung entsprechende Spannung p_d erreicht hat. Während des übrigen Teiles des Rückganges, d. h. auf dem Wege $c - d$, wird nun die Luft von der Spannung p_d in die Windleitung fortgedrückt. — In der Wirklichkeit erleidet dieses theoretische Diagramm einige nicht unwesentliche Abänderungen, welche im folgenden kurz besprochen werden sollen.

1. Der Lieferungsgrad. Zunächst ist zu beachten, daß der Kolben bei Beginn des Hubes nicht sofort ansaugen kann und zwar deshalb, weil

sich in dem sogenannten schädlichen Raume (d. h. in dem Raume zwischen dem Kolben in seiner Endstellung und dem Cylinderdeckel, einschließlich des Raumes, in welchem sich die Ventile befinden) Luft von der Spannung p_d befindet. Setzen wir das Volumen des schädlichen Raumes $= F \cdot s_0$, wobei F die wirksame Kolbenfläche des Gebläses bedeutet, so können wir s_0 als eine Verlängerung des Cylinders ansehen und diese Strecke in dem Diagramme als Verlängerung von s antragen. Erst wenn diese in dem schädlichen Raume befindliche Luft bis unter die atmosphärische Spannung sich ausgedehnt hat, was etwa im Punkte e (Fig. 145 a. f. S.) der Fall ist, öffnen sich die Saugventile, und der Kolben beginnt Luft anzusaugen. Es ist ersichtlich, daß dieser Augenblick um so später eintreten wird, erstens je größer der schädliche Raum s_0 ist, zweitens je höher die Spannung der Luft war, welche in dem schädlichen Raume eingeschlossen war. Was die Kurve $d - e$ betrifft, nach welcher die in dem schädlichen Raume enthaltene Luft sich ausdehnt, so ist sie zwar eigentlich eine Adiabate, man kann aber bei der Kürze der Kurve statt dessen mit genügender Genauigkeit die einfachere Isotherme annehmen, welche vom Punkte P aus zu verzeichnen ist. Der Umstand, daß der Kolben nicht während seines ganzen Weges s, sondern nur während des Weges s_1 Luft ansaugt, verursacht einen gewissen Verlust an Windlieferung. In Verbindung mit den übrigen Verlusten, bedingt durch Undichtigkeiten des Kolbens und der Ventile u. s. w., spricht man dann von einem sogenannten Lieferungs-

Fig. 143.

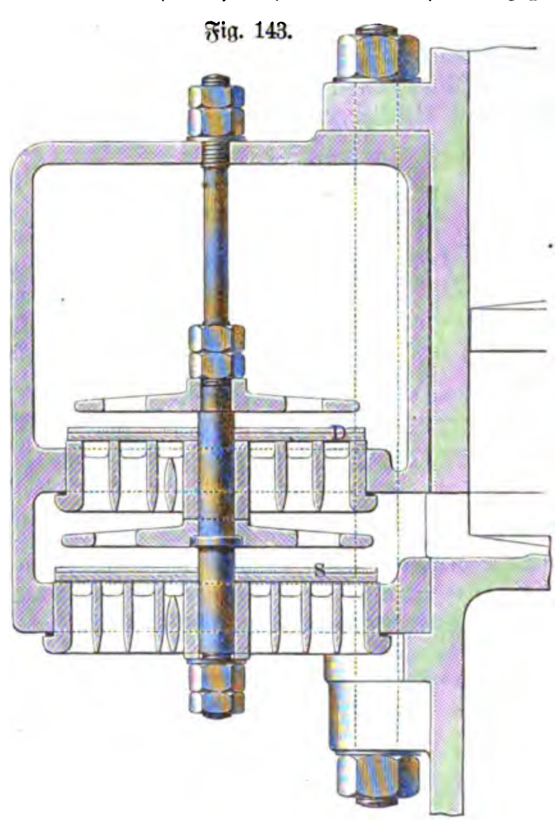
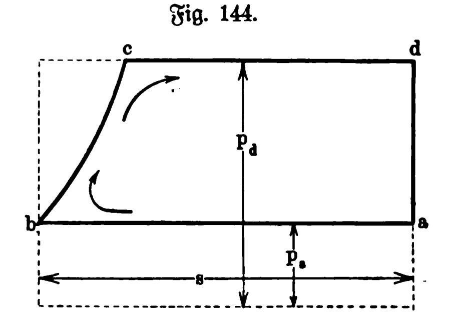


Fig. 144.



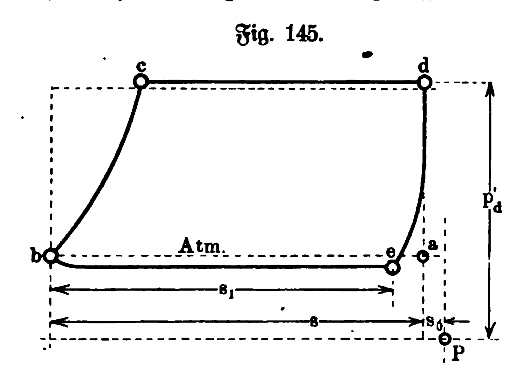
grade des Gebläses, welcher mit μ bezeichnet werden möge. Stellt ψ das Verhältnis $s_1 : s$ dar, und bezeichnet χ den Prozentsatz der übrigen Verluste, so ist der Lieferungsgrad

$$\mu = \psi \cdot \chi.$$

Im Mittel kann bei Hochofengebläsen $\mu = 0{,}9$ bis 0,95 angenommen werden.

2. Das Ansaugen. Erwägt man, daß für das Hindurchstreichen der Luft durch die Saugventile eine gewisse Arbeit erforderlich ist, so erkennt man, daß die Spannung im Luftcylinder etwas unter die atmosphärische Spannung sinken muß, wenn der Druck der äußeren Atmosphäre Luft in den Cylinder hineindrücken soll. Die Saugspannung fällt also nicht mit dem Atmosphärendrucke zusammen, sondern ist im Mittel etwa 2 bis 3 Proz. niedriger als die Spannung der äußeren Atmosphäre.

Fig. 145.



3. Die Kompression. Da eine wirksame Cylinderkühlung bei den gewöhnlichen Hochofengebläsen nicht angewendet wird, geschieht die Kompression adiabatisch, d. h. nach der Form $p\,v^{\varkappa} = const.$, wobei $\varkappa = 1{,}41$ zu setzen ist. Die Folge davon ist, daß die Temperatur der Luft erhöht wird, und zwar läßt sich diese Temperaturerhöhung nach dem Gesetze von Poisson berechnen. Es ist nämlich, wie § 15, S. 25 gezeigt wurde,

$$p \cdot v^{1,41} = p_1\,v_1^{\;1,41},$$

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{1,41},$$

$$\frac{v}{v_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{-\frac{1}{1,41}}.$$

Nun ist aber nach der allgemeinen Zustandsgleichung, wie früher bewiesen,

$$p\,v = R\,T$$

$$p_1\,v_1 = R\,T_1$$

und folglich

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1} \cdot \frac{v}{v_1};$$

trägt man hierin für $\frac{v}{v_1}$ den eben gefundenen Wert ein, so erhält man

$$\frac{T}{T_1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{1,41}} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29}.$$

Nehmen wir z. B. an, die Luft von atmosphärischer Spannung ($p_1 = 1$ atm

abs.) werde angesaugt mit der Temperatur $t_1 = 20^0$ C. und werde in dem Gebläse auf $p = 2$ atm abs. komprimiert, dann ist

$$T_1 = 273 + 20 = 293^0 \text{ abs.}$$

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{2}{1}\right)^{0,29} = 1,22$$

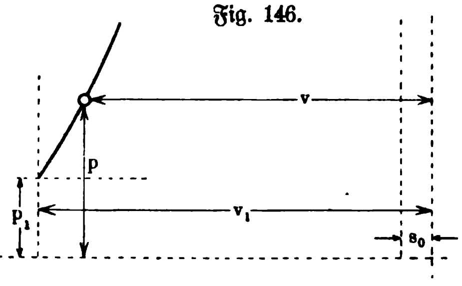
$$T = T_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{0,29}$$

$$= 293 . 1,22 = 358^0 \text{ abs.}$$

$$t = 85^0 \text{ C.}$$

Bei der Aufzeichnung der Adiabate bedient man sich am besten der rechnerischen Methode. Bezeichnet v_1 das Volumen des Kolbenweges vermehrt um den schädlichen Raum s_0, bezeichnet ferner p_1 die Anfangsspannung, von welcher aus die Adiabate verzeichnet werden soll, so erhält man für irgend ein bestimmtes v (Fig. 146) den zugehörigen Wert von p aus der Gleichung:

Fig. 146.



$$p v^x = p_1 v_1^x.$$

Für die praktische Ausführung kann man sich dabei der nachfolgenden Tabelle bedienen:

$\frac{p}{p_1}$	$\frac{v}{v_1}$	$\frac{p}{p_1}$	$\frac{v}{v_1}$	$\frac{p}{p_1}$	$\frac{v}{v_1}$
1,2	0,879	3,0	0,485	4,6	0,338
1,4	0,788	3,2	0,438	4,8	0,328
1,6	0,716	3,4	0,419	5,0	0,319
1,8	0,659	3,6	0,403	6,0	0,280
2,0	0,611	3,8	0,388	7,0	0,251
2,2	0,571	4,0	0,374	8,0	0,228
2,4	0,537	4,2	0,361	9,0	0,210
2,6	0,507	4,4	0,349	10,0	0,195
2,8	0,481				

4. Die Ausblaselinie. Beträgt der Druck in der Windleitung p_d atm, so muß, da beim Durchströmen der Druckventile ein gewisser Arbeits- und damit Spannungsverlust eintritt, der im Cylinder herrschende Kompressionsdruck etwas größer werden als p_d. Für die Aufzeichnung des Diagramms kann man p_d' etwa um 3 bis 5 Proz. höher annehmen als die Spannung im Druckraume. Hierbei ist p_d in absoluten Atmosphären (nicht als Überdruck über die Atmosphäre) einzusetzen und zu beachten, daß unter p_d der Druck in der Windleitung unmittelbar am Gebläse gemeint ist. Am Ende einer langen Windleitung wird dieser Druck naturgemäß geringer sein infolge

der verschiedenen Widerstände in der Rohrleitung. Ist eine solche lange Windleitung vorhanden, dann muß p_d von vornherein entsprechend höher angenommen werden, vorausgesetzt daß die Geschwindigkeiten in der Leitung bedeutend sind.

Nachdem in der angegebenen Weise das Diagramm in einem ganz beliebigen Maßstabe gezeichnet worden ist, wobei der schädliche Raum bei einem neu zu bauenden Gebläse schätzungsweise angenommen wurde, kann zur Bestimmung der Abmessungen des Gebläses übergegangen werden.

Die Bedingungen für ein zu bauendes Gebläse werden gewöhnlich in der Weise gestellt, daß verlangt wird, das Gebläse soll in der Minute so und soviel Kubikmeter Luft ansaugen. Wird dabei noch hinzugefügt, daß diese Luftmenge bei 0° C. und einem Barometerstande von 760 mm Quecksilbersäule zu messen sei, so muß das Gebläse so groß sein, daß es selbst bei der höchsten örtlichen Temperatur und bei dem geringsten an dem betreffenden Orte vorkommenden Barometerstande, also bei der geringsten Dichte der Luft, die genügende Windmenge zu liefern imstande ist. Bezeichnet Q diejenige Luftmenge von 0° bei 760 mm Quecksilbersäule, welche das Gebläse in der Minute ansaugen soll, bezeichnet ferner β das Verhältnis des specifischen Gewichtes γ_1 der Luft bei höchster Temperatur und niedrigstem Barometerstande zu dem specifischen Gewichte γ bei 0° und 760 mm Quecksilbersäule (also $\beta = \gamma_1 : \gamma$), so muß das Gebläse so bemessen werden, daß es $\frac{Q}{\beta}$ cbm Luft mit Sicherheit ansaugt. Die Größe von $\beta = \gamma_1 : \gamma$ läßt sich leicht aus der allgemeinen Zustandsgleichung berechnen. Aus

$$\frac{p}{\gamma} = R\,T$$

und

$$\frac{p_1}{\gamma_1} = R\,T_1$$

folgt

$$\beta = \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{p_1}{p}\,\frac{T}{T_1},$$

worin p und p_1 in Millimeter Quecksilbersäule eingesetzt werden können ($p = 760$), während T und T_1 die zugehörigen absoluten Temperaturen sind ($T = 273^0 = 0^0$ C).

Ähnlich wie bei der Berechnung der Pumpen ergeben sich nun die Abmessungen eines Gebläses aus der Gleichung

$$\frac{Q}{\beta} = i\,.\,F\,.\,s\,.\,n\,.\,\mu$$

oder

$$F\,.\,s = \frac{Q}{\beta\,.\,i\,.\,n\,.\,\mu}.$$

Hierin bezeichnet F in Quadratmetern die wirksame Kolbenfläche des Gebläsecylinders, d. h. abzüglich des Querschnittes der Kolbenstange, s be-

zeichnet den Kolbenhub in Metern, n die Anzahl der minutlichen Umdrehungen, Q in Kubikmetern die in der Minute anzusaugende Luftmenge bei 0° und 760 mm Quecksilbersäule, $i = 1$ oder 2 einen Faktor, welcher angiebt, ob das Gebläse einfach- oder doppeltwirkend ist (gewöhnlich $i = 2$), und β den oben angegebenen Koeffizienten; μ bedeutet den sogenannten Lieferungsgrad des Gebläses, einen Koeffizienten, dessen Größe und Bedeutung oben angegeben wurde.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit $\frac{2ns}{60}$ wählt man bei Hochofengebläsen gewöhnlicher Bauart mit selbstthätigen Ventilen im Mittel zu 1,5 bis 2 m; was die Umdrehzahl betrifft, so findet man bei stehenden Maschinen $n = 20$ bis 30, bei liegenden Maschinen $n = 30$ bis 40, bei Gebläsen mit gesteuerten Ventilen bedeutend mehr.

Arbeitsbedarf. Um den Arbeitsbedarf für den Antrieb eines Gebläses festzustellen, verwandelt man, ähnlich wie bei der Berechnung einer Dampfmaschine, das Gebläsediagramm in ein Rechteck von gleichem Flächeninhalte und von derselben Länge wie das Diagramm. Die sich ergebende Höhe des Rechteckes, p_m, ist der mittlere indizierte Druck, man kann also die für einen Kolbenhub s aufzuwendende Arbeit ausdrücken durch

$$L = F \,.\, p_m \times s \text{ mkg.}$$

Finden in der Minute n Umdrehungen statt, in der Sekunde also $\frac{n}{60}$ Umdrehungen, so ist, wenn i denselben Faktor wie früher bedeutet, die zum Antriebe des Gebläses notwendige effektive Arbeit in PS

$$N_e = \frac{i \,.\, F \,.\, p_m \,.\, s \,.\, n}{75 \,.\, 60} \text{ PS.}$$

Wird in dieser Formel p_m, wie es gewöhnlich geschieht, in Atmosphären ausgedrückt (1 atm = 1 kg pro Quadratcentimeter), so muß F, die wirksame Kolbenfläche, in Quadratcentimetern ausgedrückt werden, der Kolbenhub s ist wieder in Metern einzusetzen.

Bei der Berechnung der indizierten Arbeit, welche eine zum Antriebe des Gebläses bestimmte Dampfmaschine zu leisten hat, muß inbetracht gezogen werden, daß durch Reibung in dem Triebwerke der Dampfmaschine und des Gebläses ein gewisser Arbeitsverlust entsteht. Bezeichnet daher N_i die von der Dampfmaschine zu leistende indizierte Arbeit, N_e die eben berechnete theoretisch notwendige Arbeit zum Betriebe des Gebläses, so ist

$$N_e = \eta \,.\, N_i,$$

wobei $\eta < 1$ den mechanischen Wirkungsgrad des Gebläses darstellt. Geschieht der Antrieb des Gebläses, wie das meistens der Fall ist, durch die verlängerte Kolbenstange des Dampfcylinders, so kann man für Hochofengebläse $\eta = 0,8$ bis 0,85 setzen.

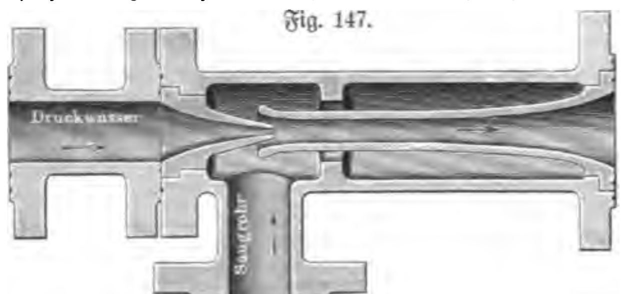
Die Berechnung der Gebläse für höhere Drucke, also der Bessemergebläse, sowie der Luftkompressoren, geschieht, sofern nicht eine mehrstufige Kompression

in zwei oder mehreren Cylindern ausgeführt wird, ganz entsprechend wie die oben angeführte Berechnung der Hochofengebläse. Zu beachten ist in diesem Falle nur die Gestalt der Kompressionskurve. Wie oben bereits erwähnt wurde, tritt nämlich bei höheren Drucken und adiabatischer Kompression eine starke Erhitzung der Luft ein. Wäre z. B. $p_1 = 1$ atm abs., $p = 7$ atm abs., $T_1 = 273 + 20 = 293^0$, so ergiebt sich bei adiabatischer Kompression

$$T = T_1 \left(\frac{7}{1}\right)^{0,29} = T_1 \,.\, 1,76$$
$$= 515^0$$
$$t = 242^0 \text{ C.}$$

Bei einer derartigen Erhitzung wäre natürlich der Bestand des Cylinders gefährdet, man hat daher versucht, sich bei der Kompression mehr der Isotherme zu nähern, d. h. Wärme abzuführen. Dies erreicht man bei weniger hohen Drucken dadurch, daß man den Gebläsecylinder mit einem Kühlwassermantel umgiebt, bei hohen Drucken, wie sie bei Kompressoren angewendet werden, 5 atm und darüber, durch Kühlwasser, welches man in den Cylinder einspritzt. Als Gleichung der Kompressionskurve kann dann in diesem Falle etwa $p v^{1,3} = const.$ oder $p v^{1,2} = const.$ gewählt werden.

Fig. 147.



4. Saugstrahlpumpen. Unter dem Namen Saugstrahlpumpen fassen wir alle diejenigen Vorrichtungen zusammen, welche auf dem in § 42 behandelten Grundgedanken beruhen, durch Ausströmen von Flüssigkeiten einen luftverdünnten Raum und dadurch ein Ansaugen einer zweiten Flüssigkeit zu bewirken.

Eine ausgeführte Wasserstrahlpumpe, wie sie von Gebrüder Körting gebaut wird, zeigt Fig. 147. Während das Gehäuse der Pumpe aus Gußeisen besteht, sind die Düsen aus Rotguß angefertigt und in das Gehäuse eingesetzt. Die erwähnte Firma baut diese Pumpen bis zu den größten Leistungen (z. B. für eine stündliche Leistung von 150 cbm), so daß die Pumpen beim Entwässern von Kanälen, bei Gründungsarbeiten, sowie namentlich zum Heben von stark sandhaltigem oder schlammhaltigem Wasser mannigfache Verwendung finden.

In Fig. 148 ist eine Skizze der von Thomson angegebenen Saugstrahlpumpe gegeben, aus der die Wirkungsweise des Apparates hervorgeht. Durch die Einfallröhre EA wird das in dem kegelförmigen Mundstücke zum Ausfluß gelangende Wasser zugeführt, welches dann, mit dem aus dem Behälter C angesaugten Wasser vereinigt, durch die wagerechte Röhre B abfließt. Benutzen wir die in § 42 eingeführten Bezeichnungen, so ist $\gamma = \gamma_1 = 1000$ kg

zu setzen, da die zu- und ausströmende Flüssigkeit, als Wasser, dasselbe specifische Gewicht behält. Es ist q gleich dem Druck der atmosphärischen Luft gleich $1000\,H$, unter H die betreffende Wasserhöhe in Metern verstanden, p ist gleich dem Druck der Wassersäule von der Höhe $EA = h$, vermehrt um den Druck der äußeren Luft.

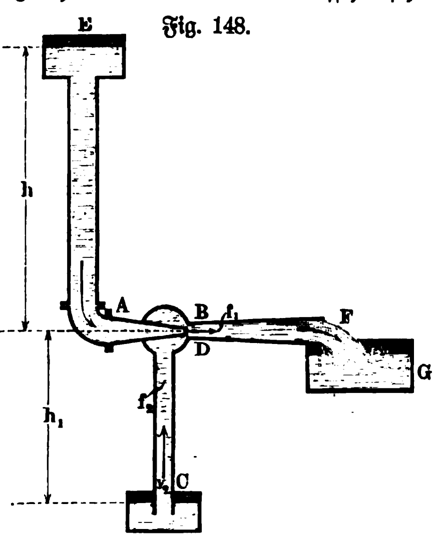


Fig. 148.

Für die Ausflußgeschwindigkeit v aus der kegelförmigen Mündung haben wir, wenn wir den Koeffizienten $\varphi = 1$ setzen, nach § 42

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{p - p_x}{\gamma} \quad . \; . \quad (1)$$

Ist ferner die Höhe, auf welche die Flüssigkeit aus dem Behälter C gesaugt werden soll, gleich h_1, ist f_2 der Querschnitt der Saugröhre, v_2 die Geschwindigkeit des angesaugten Wassers in der Saugröhre beim Eintritte in das Gehäuse, v_0 dagegen die Geschwindigkeit des angesaugten Wassers, gemessen an der kegelförmigen Mündung, dann ist, abgesehen von der Reibung des Wassers an den Rohrwandungen

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{q - (\gamma h_1 + p_x)}{\gamma} = \frac{p - p_x - (p - q) - \gamma h_1}{\gamma}$$

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{p - p_x}{\gamma} - h - h_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Bezeichnen wir mit V die in einer Sekunde durch das kegelförmige Mundstück zuströmende Wassermenge, mit V_1 die in derselben Zeit angesaugte Wassermenge in Kubikmetern, so ist $V = f v$; $V_1 = f_2 v_2$; $V + V_1 = f_1 v_1$.

Die in dem Gemisch beider Flüssigkeiten beim gemeinschaftlichen Ausfluß in das Gefäß G enthaltene lebendige Kraft ist gleich der Summe der lebendigen Kräfte, welche der Wassermasse V und der angesaugten Wassermasse V_1 beim Strömen durch die Röhre B innewohnen. Ferner ist die der Wassermasse V beim Strömen durch die Röhre B innewohnende lebendige Kraft gleich der lebendigen Kraft, welche das Wasser durch das Herabfallen in dem Einfallrohre EA erlangt hat, vermindert um den Stoßverlust bei der plötzlichen Änderung der Geschwindigkeit v in die Geschwindigkeit v_1, sowie vermindert ferner um die Arbeit, welche notwendig ist, um die Wassermenge V entgegen dem Drucke $q - p_x$ fortzubewegen. Das heißt, es ist

$$V \cdot \gamma \, \frac{v_1^2}{2g} = V \cdot \gamma \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{(v - v_1)^2}{2g} \right) - V(q - p_x).$$

In derselben Weise ergiebt sich die dem angesaugten Wasser innewohnende lebendige Kraft beim Durchströmen durch die Röhre B:

$$V_1 \cdot \gamma \frac{v_1^2}{2g} = V_1 \gamma \left(\frac{v_0^2}{2g} - \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g}\right) - V_1 (q - p_x).$$

Die beiden letzten Gleichungen können wir in der Form schreiben:

$$0 = V \cdot \gamma \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{(v - v_1)^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} - \frac{q}{\gamma} + \frac{p'_x}{\gamma}\right),$$

$$V_1 \cdot \gamma \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} + \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g} + \frac{q}{\gamma} - \frac{p_x}{\gamma}\right) = 0.$$

Addieren wir die beiden Gleichungen, so erhalten wir, wenn wir die beiden Klammergrößen zur Abkürzung mit (A) und (B) bezeichnen:

$$V_1 \gamma (B) = V \cdot \gamma \cdot (A)$$

und daraus

$$\frac{V}{V_1} = \frac{(B)}{(A)}.$$

Setzen wir in der Klammergröße (A) für $\frac{p_x}{\gamma}$ seinen Wert aus der Ausgangsgleichung (1) a. v. S.

$$\frac{p_x}{\gamma} = \frac{p}{\gamma} - \frac{v^2}{2g},$$

so hebt sich $\frac{v^2}{2g}$ innerhalb der Klammer fort, und wir erhalten, indem wir noch für $\frac{p - q}{\gamma}$ seinen Wert h einsetzen,

$$(A) = h - \frac{v_1^2}{2g} - \frac{(v - v_1)^2}{2g}.$$

Ist $\frac{q}{\gamma}$ die dem Atmosphärendrucke entsprechende Wasserhöhe in Metern, so ist leicht ersichtlich, daß, von Reibungsverlusten abgesehen,

$$\frac{q}{\gamma} = \frac{v_0^2}{2g} + h_1 + \frac{p_x}{\gamma}$$

sein muß. Das heißt: der Atmosphärendruck (welcher allein das Wasser auf die Höhe h_1 hebt) muß gleich sein der für die Erzeugung der Geschwindigkeit v_0 verbrauchten Höhe, vermehrt um die Saughöhe h_1 und vermehrt ferner um die Höhe, welche dem in dem Gefäße B herrschenden Drucke p_x entspricht. Setzen wir also in dem Klammerausdrucke (B) für $\frac{q}{\gamma} - \frac{p_x}{\gamma}$ aus Gleichung (2) seinen Wert $\frac{v_0^2}{2g} + h_1$, so ergiebt sich

$$(B) = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g}.$$

Damit erhalten wir schließlich

$$\frac{V}{V_1} = \frac{h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g}}{h - \frac{v_1^2}{2g} - \frac{(v - v_1)^2}{2g}}.$$

Ist also V_1, d. h. die zu fördernde Wassermenge, gegeben, und sind h_1 und h bekannt, so läßt sich daraus V, d. h. diejenige Menge Wasser bestimmen, welche nötig ist, um die Wassermenge V_1 auf die Höhe h_1 zu heben.

Sieht man von den Reibungswiderständen ab, so ist $V + V_1 = fv + f_2 v_2 = f_1 v_1$, und daraus folgt, wenn man zur Abkürzung $f : f_1 = r$ und $f_2 : f_1 = s$ schreibt:

$$v_1 = r v + s v_2.$$

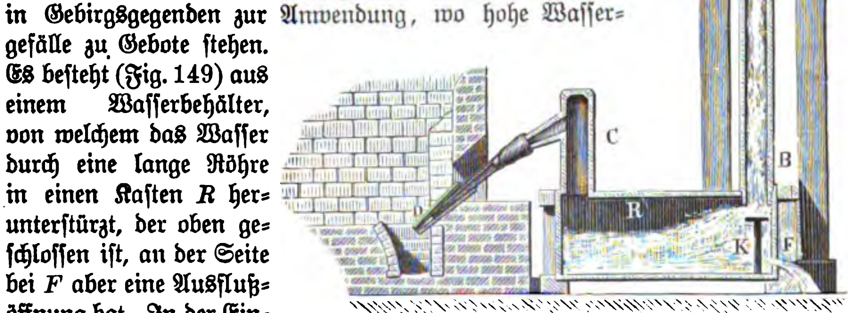
Die Verhältnisse r und s sind gegeben, bezw. sie werden bei einer neu zu bauenden Pumpe angenommen. Die Größe von v läßt sich mit Hülfe der in § 42 gegebenen Formeln berechnen, v_2 ergiebt sich aus der oben abgeleiteten Formel 2, v_0 wird gewöhnlich gleich v_1 angenommen.

Wirkungsgrad der Saugstrahlpumpen. Durch das Herabsinken von der Höhe h hat das Wassergewicht $V\gamma$ theoretisch eine Arbeitsfähigkeit gewonnen $= V\gamma . h$ mkg. Durch dieses herabsinkende Wasser ist aber das Wassergewicht $V_1 \gamma$ auf die Höhe h_1 gehoben worden, d. h. es ist eine Arbeit geleistet worden $= V_1 \gamma . h_1$ mkg. Das Verhältnis beider Arbeiten stellt den Wirkungsgrad η der Saugstrahlpumpe dar, d. h. es ist

$$\eta = \frac{V_1 . \gamma . h_1}{V . \gamma . h} = \frac{V_1 h_1}{V h}.$$

Der Wirkungsgrad wird also größer, d. h. besser sein, wenn die Fallhöhe h in Beziehung zur Förderhöhe h_1 klein ist.

Fig. 149.



5. **Das Wassertrommelgebläse** kommt manchmal in Gebirgsgegenden zur Anwendung, wo hohe Wassergefälle zu Gebote stehen. Es besteht (Fig. 149) aus einem Wasserbehälter, von welchem das Wasser durch eine lange Röhre in einen Kasten R herunterstürzt, der oben geschlossen ist, an der Seite bei F aber eine Ausflußöffnung hat. In der Einfallröhre befinden sich an dem oberen Teile kleine Öffnungen A, A, durch welche das herabstürzende Wasser atmosphärische Luft einsaugt, die mit Gewalt in den Windkasten R heruntergerissen wird und durch die Düse D zum Ausströmen gelangt, während das Wasser bei F ausfließt.

Es sei in der folgenden Entwickelung:

p der Druck des aus dem kegelförmigen Mundstücke ausströmenden Wassers,

p_x der im Innern der Sauglöcher A herrschende Druck,
q der Druck der äußeren Atmosphäre,
f der Querschnitt der kegelförmigen Mündung,
f_1 Querschnitt der Einfallröhre,
f_2 die Summe der Größe sämtlicher Sauglöcher,
v die Geschwindigkeit des zuströmenden Wassers,
v_1 die für Luft und Wasser gemeinschaftliche Geschwindigkeit in der Einfallröhre,
v_2 die Geschwindigkeit der angesaugten Luft,
V die zugeführte Wassermenge,
V_1 die angesaugte Luftmenge,
h die Entfernung des Oberwasserspiegels von der Saugstelle A,
h_1 die Entfernung von A bis zum Eintritt des Wassers in den Kasten bei B,
γ das specifische Gewicht des Wassers,
γ_1 das specifische Gewicht der Luft.

Für diese Annahmen ist ohne Berücksichtigung der hydraulischen Widerstände:

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{p - p_x}{\gamma} = x,$$

wenn x die betreffende Wassersäulenhöhe bezeichnet. Ferner ist

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{q - p_x}{\gamma_1} = \frac{(p - p_x) - (p - q)}{\gamma_1}$$

$$= \frac{\gamma (x - h)}{\gamma_1}.$$

$$V = f \, . \, v; \quad V_1 = f_2 \, . \, v_2; \quad V + V_1 = f_1 \, . \, v_1.$$

Das Gemisch von Wasser und Luft sinkt in der Einfallröhre von der Höhe h_1 herab und verrichtet dadurch Arbeit, jedoch wird ein Teil dieser Arbeit durch die entstehenden Wasser- und Luftwirbel vernichtet, weshalb man bei der durch das Herabsinken des Wassers gewonnenen Arbeit nur einen Teil der Druckhöhe h_1 in Rechnung bringen darf. Wir wollen diesen Teil der Druckhöhe mit αh_1 bezeichnen. Das specifische Gewicht der in der Einfallröhre enthaltenen Flüssigkeit, eines Gemisches von Luft und Wasser, können wir setzen:

$$\gamma_0 = \frac{V\gamma + V_1 \gamma_1}{V + V_1}.$$

Infolge dessen ist das gesamte Gewicht der in der Einfallröhre enthaltenen Flüssigkeit:

$$f_1 \alpha h_1 \gamma + f_1 (1 - \alpha) h_1 \gamma_1 = f_1 h_1 \frac{V\gamma + V_1 \gamma_1}{V + V_1}.$$

oder annähernd:

$$f_1 h_1 \frac{V\gamma}{V + V_1} = f_1 \, . \, \gamma \, . \, \alpha h_1,$$

daher auch

$$\alpha = \frac{V}{V + V_1}.$$

Die lebendige Kraft des zuströmenden Wassers in der Einfallröhre ist:

$$\frac{V\gamma}{g}\frac{v_1^2}{2} = \left[\frac{v^2}{2g} + \alpha h_1 + \frac{p_x - q}{\gamma} - \frac{(v - v_1)^2}{2g}\right] V\gamma.$$

Die lebendige Kraft der angesaugten Luft in derselben Röhre ist unter der Annahme, daß das Gefälle $(1 - \alpha) . h_1$ durch Wasser- und Luftwirbel vernichtet wird:

$$\frac{V_1\gamma_1}{g}\frac{v_1^2}{2} = \left[\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_x - q_x}{\gamma_1} - \frac{(v_2 - v_1)^2}{2g}\right] V_1\gamma_1,$$

wobei wir unter q_x den Druck der in dem Kasten R angesammelten Luft verstehen. Ist h_2 die diesem Drucke entsprechende Wassersäulenhöhe in Metern, so ist

$$q_x = h_2 . \gamma + q.$$

Die lebendige Kraft des aus der Einfallröhre zum Ausfluß gelangenden Gemisches ist die Summe der beiden obigen Ausdrücke für die lebendigen Kräfte. Beachten wir noch, daß

$$\begin{aligned} p_x &= p - x . \gamma \\ &= h\gamma + q - x . \gamma, \\ p_x - q &= (h - x)\gamma, \\ p_x - q_x &= \gamma(h - x - h_2), \end{aligned}$$

so ergiebt sich nach einer kleinen algebraischen Umformung:

$$\begin{aligned} (V\gamma + V_1\gamma_1)\frac{v_1^2}{2g} = V\gamma &\left[\frac{vv_1}{g} - \frac{v_1^2}{2g} + \alpha h_1 - (x - h)\right] \\ &+ V_1\gamma_1\left[\frac{v_2 v_1}{g} - \frac{v_1^2}{2g} - \frac{\gamma(x - h + h_2)}{\gamma_1}\right], \end{aligned}$$

und daraus ergiebt sich die manometrische Druckhöhe der in dem Kasten R angesammelten Luft:

$$h_2 = \frac{V}{V_1}\left[\frac{v_1(v - v_1)}{g} + \alpha h_1 - (x - h)\right] + \frac{\gamma_1}{\gamma} \cdot \frac{v_1(v_2 - v_1)}{g} - (x - h).$$

Der Wirkungsgrad des Wassertrommelgebläses ist

$$\eta = \frac{V_1 h_2}{V(h + h_1)}.$$

Um den Stoßverlust beim Eintritt des Wassers in die Einfallröhre zu vermeiden, wird man möglichst $v = v_1$ machen, und ebenso ist gewöhnlich das Glied $\frac{\gamma_1}{\gamma} \cdot \frac{v_1(v_2 - v_1)}{g}$ so klein, daß es vernachlässigt werden kann. Unter diesen Annahmen wird

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{V}{V_1}[\alpha h_1 - (x - h)] - (x - h) \\ &= \frac{V}{V_1}\alpha h_1 - (x - h)\left(\frac{V}{V_1} + 1\right) \\ &= \frac{V^2 h_1}{V_1(V + V_1)} - (x - h)\frac{V + V_1}{V_1}. \end{aligned}$$

Trägt man diesen Wert in η ein, so erhält man

$$\eta = \frac{\frac{V^2}{V + V_1} h_1 - (x - h)(V + V_1)}{V(h + h_1)}$$

$$= \frac{V^2 h_1 - (x - h)(V + V_1)^2}{V(V + V_1)(h + h_1)}.$$

Der Wirkungsgrad ist um so größer, je größer die Länge der Einfallröhre h_1 ist, und je kleiner die angesaugte Luftmenge V_1 in Bezug auf die verwendete Wassermenge V ist. Erwägt man, daß $(x - h) = (q - p_x) : \gamma$ ist, so sieht man auch, daß der Wirkungsgrad um so größer wird, je kleiner $(q - p_x)$ wird, d. h. je weniger der im Innern der Sauglöcher A herrschende Druck sich von dem Atmosphärendrucke unterscheidet.

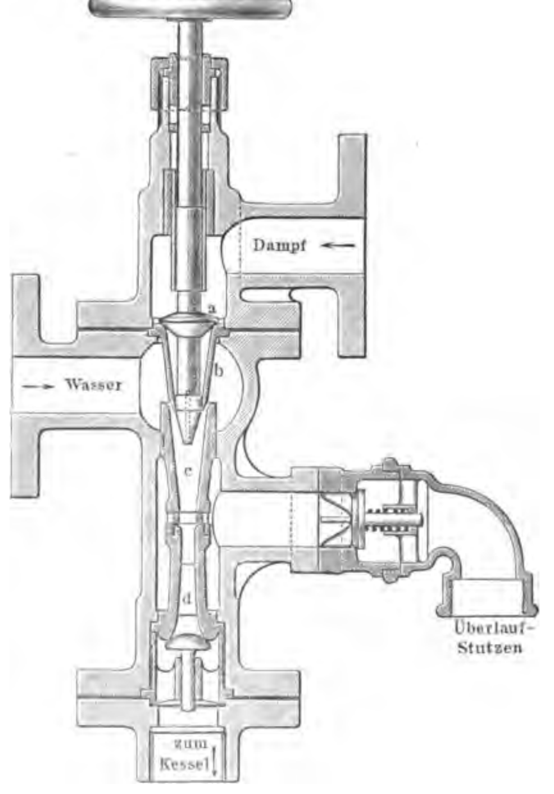
Der Gang der Rechnung wäre folgender: Als gegeben sind anzusehen $V, V_1, h, h_1, f, f_1, \gamma, \gamma_1$, zu berechnen sind dann aus den obigen Formeln in der angegebenen Reihenfolge: $v, x, v_2, f_2, v_1, \alpha$ und daraus schließlich h_2 und η. (Siehe das betreffende Beispiel 39.)

6. **Dampfstrahlpumpen (Injektoren).** Eine sehr wichtige Anwendung von dem Grundgedanken eines saugenden Strahles wird bei den sogenannten Dampfstrahlpumpen gemacht, insbesondere bei jenen Dampfstrahlpumpen, die unter dem Namen Injektoren in neuerer Zeit immer mehr an Stelle der Kolbenpumpen zum Speisen von Dampfkesseln verwendet werden. Der Vorteil dieser Dampfstrahlpumpen gegenüber den gewöhnlichen, nicht selten schlecht gebauten und schlecht unterhaltenen Dampfkolbenpumpen liegt in der außerordentlichen Einfachheit, Zuverlässigkeit und Betriebssicherheit, ferner auch darin, daß sie von keinem Getriebe abhängig sind, was besonders dann von Wichtigkeit ist, wenn die Speisung der Dampfkessel von dem Maschinenbetriebe unabhängig bleiben soll. Auch ihre Billigkeit, der geringe Raumbedarf, sowie ihre leichte Aufstellbarkeit sind oft für ihre Anwendung maßgebend. Schließlich verdient noch hervorgehoben zu werden, daß vermittelst einer besonderen Art dieser Injektoren (sie führen den schrecklichen Namen Retourdampfinjektoren) der Auspuffdampf der ohne Kondensation arbeitenden Dampfmaschinen unter gewissen Bedingungen zur Kesselspeisung verwendet werden kann, so daß die in diesem Auspuffdampfe steckende, sonst nutzlos verloren gehende Wärme noch nutzbringende Anwendung findet. Diese Art von Injektoren ersetzt also gewissermaßen gleichzeitig Speisepumpe und den zur Ausnutzung des Auspuffdampfes vielfach angewendeten Vorwärmer.

Die Wirkungsweise der Injektoren beruht darauf, daß ein aus einer Düse mit großer Geschwindigkeit austretender Dampfstrahl dem diese Düse umgebenden Wasser eine gewisse Geschwindigkeit erteilt und dadurch das Wasser mit sich fortreißt. Dabei kann das Wasser dem Injektor entweder unter einem gewissen Drucke zufließen (nichtsaugende Injektoren), oder man benutzt die Druckverminderung, welche durch Kondensation des Dampfes infolge der Berührung mit dem kalten Wasser entsteht, dazu, den Injektor selbst das Wasser ansaugen zu lassen (saugende Injektoren). Die Druckhöhe,

welche sich durch einen Injektor überwinden läßt, richtet sich zwar im allgemeinen nach der Dampfspannung, jedoch lassen sich durch zweckmäßige Einrichtung größere Druckhöhen überwinden, als sie der betreffenden Dampfspannung entsprechen, so daß es möglich ist, durch die Injektoren mit Überwindung des Kesseldampfdruckes Wasser in den Dampfkessel zu fördern. Die Saughöhe kann bei Wasser unter Umständen bis zu 8,5 m betragen. Die gewöhnlichen Injektoren sind so gebaut, daß sie für Dampfspannungen von 2 bis 8 atm wirksam bleiben, jedoch lassen sich auch Injektoren herstellen, die für bedeutend höhere Kesselspannungen, etwa bis 17 atm, mit Sicherheit wirksam bleiben.

Fig. 150.



Eine wesentliche Rolle spielt bei den Injektoren die höchste Temperatur, welche das Speisewasser besitzen darf, damit der Injektor noch mit Sicherheit arbeite. Diese höchste Temperatur ist bei den verschiedenen Arten von Injektoren verschieden und wird gewöhnlich von den Fabrikanten bei der Lieferung der Apparate mit angegeben. Während zum Beispiel bei den sogenannten Retourdampfinjektoren das Speisewasser nicht wärmer als 18° C. sein darf, giebt es anderseits Injektoren, welche noch Speisewasser von 60° C. und darüber mit Sicherheit ansaugen.

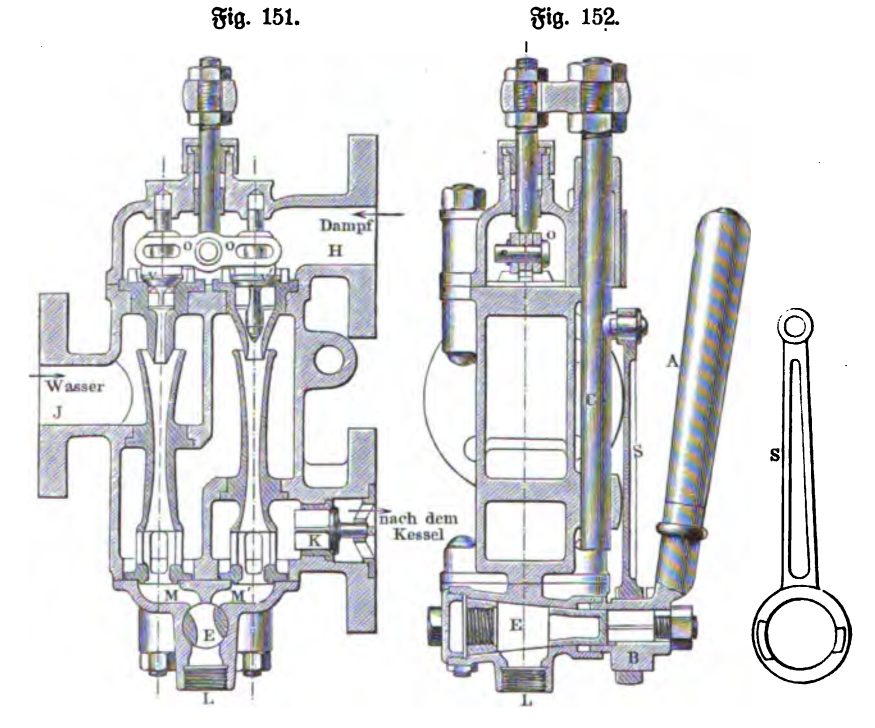
Streng zu vermeiden ist das Eindringen von Luft in die Saugleitung; andernfalls hört die Saugwirkung sofort auf (man sagt, der Injektor schlägt durch), und der Apparat muß von neuem in Gang gesetzt werden. Dieser Übelstand wird vermieden von den seit einiger Zeit in den Handel gebrachten selbstthätig wieder ansaugenden Injektoren, sogenannten Restartinginjektoren, welche selbstthätig wieder anspringen, sobald die Luft aus dem Saugrohre abgesogen ist.

Vergleicht man die Wirkung eines Injektors mit der einer gut gebauten Dampfkolbenpumpe, so ergiebt sich zunächst für den Injektor ein sehr hoher Dampfverbrauch gegenüber der Kolbenpumpe, wenn man nur die gehobene Wassermenge und den dabei überwundenen Druck in Betracht zieht. Erwägt

man aber, daß durch den Injektor gleichzeitig die Temperatur des geförderten Wassers nicht unbedeutend erhöht wird — was bei der Speisung von Dampfkesseln von großer Wichtigkeit ist —, und rechnet man diese Temperaturerhöhung in den entsprechenden Arbeitswert um (1 Kal. = 424 mkg), so ergiebt sich für den Injektor ein bedeutend geringerer Dampfverbrauch als für die besten Dampfkolbenpumpen.

Einen saugenden Injektor einfacher Art von **Schäffer und Budenberg**, Buckau, zeigt Fig. 150 (a. v. S.) im Schnitt. Hierin ist *a* ein Dampfabsperrventil, *b* ist die Dampfdüse, deren freier Durchtrittsquerschnitt durch einen an der

Fig. 151. Fig. 152.



Schraubenspindel des Dampfabsperrventiles sitzenden Dorn nach Belieben verkleinert werden kann; *c* ist die sogenannte Mischdüse, *d* die Fangdüse, *e* ist ein Rückschlagventil, dessen untere Fläche durch den im Dampfkessel herrschenden Dampfdruck belastet ist. Wird bei geöffnetem Hahne *a* die Schraubenspindel etwas zurückgedreht und damit die Dampfdüse ein wenig geöffnet, so strömt zunächst wenig Dampf heraus, saugt durch das Saugrohr Wasser an und vermischt sich mit ihm. Dieses Gemisch fließt zunächst durch die zwischen Mischdüse und Fangdüse befindlichen Löcher in den Überlaufstutzen, auch Schlabberrohr genannt, und von hier ins Freie. Wird jetzt langsam die Dampfdüse vollständig geöffnet, so erhält das Gemisch von Dampf und Wasser, unterstützt durch die saugende Wirkung des kondensierten Dampfes, eine so große lebendige Kraft, daß es den auf dem Rückschlagventile lastenden Dampfkesseldruck über-

windet und, durch den kondensierten Dampf sehr stark vorgewärmt, in den Dampfkessel gelangt. Schließlich wird durch Drehen an dem Handrade der Schraubenspindel der Querschnitt der Dampfdüse so geregelt, daß aus dem Schlabberrohre kein Wasser mehr abläuft. Die obengenannte Firma baut diese Injektoren für eine Leistung von 4 bis 150 Liter in der Minute, für Kesselspannungen bis zu 17 atm, das Speisewasser kann bis zu 30° C. warm sein.

Eine ausgedehnte Anwendung haben die von Körting zuerst in den Handel gebrachten und neuerdings auch von anderen Firmen gebauten sogenannten Universalinjektoren erlangt. Es sind dies zwei in einem Gehäuse vereinigte Injektoren, von denen der erste Injektor das Wasser dem zweiten zudrückt, während es der zweite Injektor dann unter entsprechender Druckvermehrung in den Kessel treibt. Fig. 151 und 152 zeigen einen solchen Injektor von Gebr. Körting in zwei Schnitten (nach einer von der Firma freundlichst zur Verfügung gestellten Zeichnung). H bedeutet den Dampfeintritt, I ist die Mündung des Saugrohres, L ist das durch den Hahn E verschließbare Schlabberrohr, K ist das zum Kessel führende Rückschlagventil. Wird der Hebel A gedreht, so wird durch den excentrischen Zapfen B die Stange C und damit, wie aus der Figur ersichtlich, der Balken oo gehoben. Da nun das linke Ventil v kleiner als das rechte und infolgedessen von dem darüber befindlichen Dampfdrucke weniger stark belastet ist, hebt es sich zunächst, so daß hierdurch der linke Injektor zunächst in Gang gesetzt wird. Dreht man den Handhebel A weiter, so wird die nach dem Schlabberrohre führende Mündung M verschlossen, während unmittelbar darauf das rechte Ventil v' ein wenig gehoben wird. Das aus dem ersten Injektor kommende Gemisch fließt durch den zweiten Injektor und von hier zunächst durch den Kanal M' und das Ventil E wieder in das Schlabberrohr. Erst wenn durch das Weiterdrehen des Hebels A die beiden Kanäle M und M' geschlossen, die Ventile v und v' aber ganz geöffnet sind, wird der auf dem Rückschlagventile lastende Kesseldampfdruck überwunden und Wasser in den Dampfkessel gefördert. Gebrüder Körting bauen diese Injektoren für eine Lieferung von 9,5 bis 660 Liter in der Minute; dabei ist vorausgesetzt, daß das Wasser mit geringer Temperatur dem Injektor zufließt, so daß er also nichtsaugend wirkt. Ist das zufließende Wasser heiß, oder soll kaltes Wasser angesaugt werden, so verringern sich die Leistungen etwa um ein Drittel. Bei kaltem Wasser beträgt die größte Saughöhe 6,5 m, zufließendes heißes Wasser kann bis zu 70° warm sein.

Berechnung der Injektoren. Es sei p der Druck, t die entsprechende Temperatur und γ das specifische Gewicht des gesättigten Dampfes im Dampfkessel, wobei angenommen wird, daß der Dampf 10 Proz. Wasser enthalte, wodurch die Beziehung zwischen p und dem specifischen Volumen v nach § 37 gegeben ist durch die Gleichung: $p\,v^{1{,}125} = const.$ Ist nun γ_x das specifische Gewicht des Dampfes, p_x der Druck in der Mündung der Dampfdüse, v die Ausflußgeschwindigkeit des Dampfes an dieser Stelle, so ist nach Formel 62, S. 175:

$$v = \varphi \sqrt{18\,g \cdot \frac{p}{\gamma}\left\{1 - \left(\frac{p_x}{p}\right)^{1/9}\right\}} \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

und wegen $p\,v^{1,125} = p_x\,v_x^{1,125}$

$$\gamma_x = \gamma \left(\frac{p_x}{p}\right)^{8/9},$$

sowie das Gewicht Q_1 der in der Sekunde ausfließenden Dampfmenge, wenn f den Mündungsquerschnitt der Dampfdüse bezeichnet,

$$Q_1 = f\,v\,\gamma_x.$$

Ist ferner f_2 der Querschnitt der Saugrohrmündung am Injektor, γ_2 das specifische Gewicht des angesaugten Wassers, h_2 die Saughöhe, v_2 die Wassergeschwindigkeit im Saugrohre, gemessen beim Eintritt in den Injektor, und steht der Wasserbehälter, aus welchem das Wasser angesaugt wird, mit der äußeren Luft in Berührung, für welche der Druck $q = 10\,334$ kg pro qm ist, so haben wir, unter Q_2 das in einer Sekunde angesaugte Wassergewicht verstanden:

$$v_2 = \varphi_2 \sqrt{2\,g\,\frac{q - p_x - \gamma_2 h_2}{\gamma_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und

$$Q_2 = f_2\,v_2\,\gamma_2.$$

Der Querschnitt der Mischdüse und der Querschnitt der Fangdüse, beide gemessen an ihrer engsten Stelle, seien je gleich f_0, die dort stattfindende Geschwindigkeit des Gemisches von Wasser und nicht kondensiertem Dampf sei gleich v_0, das specifische Gewicht des Gemisches sei γ_0, der hier herrschende Druck gleich q, da der Schlabberraum mit der äußeren Luft in Verbindung steht. In dem Druckrohre selbst vom Querschnitte f_1 bewege sich das Wasser von dem specifischen Gewichte γ_1 mit der Geschwindigkeit v_1; dabei ist hier der Druck wieder gleich dem Anfangsdruck p. Dann ist

$$v_0 = \varphi_0 \sqrt{2\,g\,\frac{p - q}{\gamma_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

und

$$Q_1 + Q_2 = f_0\,v_0\,\gamma_0.$$

Aus der letzten Gleichung folgt

$$Q_2\left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right) = f_0\,v_0\,\gamma_0 = f_2\,v_2\,\gamma_2\left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right),$$

daher

$$v_2 = \frac{f_0}{f_2}\,\frac{\gamma_0}{\gamma_2}\,\frac{1}{1 + \frac{Q_1}{Q_2}}\,v_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Die Gleichheit der lebendigen Kräfte für den Querschnitt f_0 giebt noch folgende Beziehung

$$\frac{v_0^2}{2g}(Q_1 + Q_2) = Q_1\left(\frac{v^2}{2g} - \frac{(v - v_0)^2}{2g} - \frac{q - p_x}{\gamma_0}\right) + Q_2\left(\frac{v_2^2}{2g} - \frac{(v_2 - v_0)^2}{2g} - \frac{q - p_x}{\gamma_0}\right)$$

$$= Q_1\left(\frac{2\,v\,v_0}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{q - p_x}{\gamma_0}\right) + Q_2\left(\frac{2\,v_2\,v_0}{2g} - \frac{v_0^2}{2g} - \frac{q - p_x}{\gamma_0}\right).$$

Hieraus folgt:

$$\frac{Q_1}{Q_2}\left(\frac{v_0^2 - v v_0}{g} + \frac{q - p_x}{\gamma_0}\right) = \frac{v_2 v_0 - v_0^2}{g} - \frac{q - p_x}{\gamma_0}.$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{v_0 - v_2 + \frac{g(q - p_x)}{\gamma_0 v_0}}{v - v_0 - \frac{g(q - p_x)}{\gamma_0 v_0}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

oder annähernd

$$= \frac{v_0 - v_2}{v - v_0}.$$

Die Anwendung vorstehender Formeln zur Berechnung des Injektors wird aus dem folgenden Beispiel hervorgehen.

Der Kesseldampf habe eine Spannung von 4 atm, dann ist nach der Tabelle in § 18, S. 32: $p = 41\,336$ kg; $t = 144^0$; $\gamma = 2{,}2303$ kg. Ferner liefert Formel (21) S. 30 die Gesamtwärme W des Dampfes $= 606{,}5 + 0{,}305\,t = 650{,}4$. Nehmen wir für das Speisewasser eine Temperatur $t_2 = 15^0$, so ist die Temperatur t_1 des Gemisches im Druckrohre

$$t_1 = \frac{Q_1 W + Q_2 t_2}{Q_1 + Q_2} = \frac{\frac{Q_1}{Q_2} \cdot W + t_2}{\frac{Q_1}{Q_2} + 1}.$$

Das Verhältnis $\frac{Q_1}{Q_2}$ liegt bei einer Dampfspannung von 2 bis 10 atm erfahrungsgemäß etwa in den Grenzen von 0,03 bis 0,05, wir wählen dafür vorläufig 0,04 und erhalten dann

$$t_1 = \frac{0{,}04 \,.\, 650{,}4 + 15}{0{,}04 + 1} = 39{,}4^0.$$

Das specifische Gewicht γ_2 des angesaugten Wassers ist $= 1000$ kg, das specifische Gewicht γ_1 der Mischung im Druckrohre kann ebenfalls durchgängig gleich 981 kg angenommen werden, das specifische Gewicht γ_0 dagegen im Querschnitt f_0 ist von der Temperatur t_1 abhängig und kann den vorliegenden Versuchen gemäß, nach Grashof, durch die Formel

$$\gamma_0 = 1100 - 5\,t_1$$

berechnet werden.

Für den vorliegenden Fall ist dann

$$\gamma_0 = 903 \text{ kg}.$$

Aus Formel (3) ergiebt sich nun mit

$$q = 10\,334 \text{ kg}$$

und

$$\varphi_0 = 0{,}95$$

$$v_0 = 0{,}95 \sqrt{2g\,\frac{31002}{981}}$$

$$= 23{,}655 \text{ m}.$$

Mit $\frac{f_0}{f_2} = 0{,}05$ findet sich aus Formel (4):

$$v_2 = 0{,}05 \frac{903}{1000} \frac{1}{1{,}04} 23{,}655$$
$$= 1{,}027 \text{ m}.$$

Nehmen wir die Saughöhe $h_2 = 2$ m, so liefert Formel (2) für $\varphi_2 = 0{,}95$

$$p = q - h_2\gamma_2 - \left(\frac{v_2}{\varphi_2}\right)^2 \frac{\gamma_2}{2g}$$
$$= 10334 - 2000 - \left(\frac{1{,}027}{0{,}95}\right)^2 \frac{1000}{2g}$$
$$= 8274{,}44 \text{ kg},$$

und nun nach Formel (1):

$$v = 0{,}95 \sqrt{18g \frac{41\,336}{2{,}2303} \left\{1 - \left(\frac{8274{,}44}{41\,336}\right)^{1/9}\right\}}$$
$$= 695{,}28 \text{ m}.$$

Die Formel (5), die man jetzt benutzen kann, dient zur Beurteilung der erhaltenen Werte. Es ist danach:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{v_0 - v_2}{v - v_0}$$
$$= \frac{23{,}655 - 1{,}027}{695{,}28 - 23{,}655}$$
$$= 0{,}0337$$

oder

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{v_0 - v_2 + \dfrac{g(q - p_x)}{\gamma_0 v_0}}{v - v_0 - \dfrac{g(q - p_x)}{\gamma_0 v_0}} = 0{,}0352.$$

Mit diesem Werte für $\frac{Q_1}{Q_2}$ wird die obige Rechnung wiederholt:

$$t_1 = \frac{0{,}0352\ .\ 650{,}4 + 15}{1{,}0352} = 36{,}6^0;$$
$$\gamma_0 = 917 \text{ kg};$$
$$v_2 = 1{,}05 \text{ m};$$
$$p_x = 8272 \text{ kg};$$
$$v = 695{,}4 \text{ m}.$$

Die weitere Rechnung mit diesen Werten liefert

$$\gamma_x = \gamma \left(\frac{p_x}{p}\right)^{8/9} = 0{,}5337 \text{ kg},$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{f v \gamma_x}{f_2 v_2 \gamma_2} = \frac{f}{f_0} \cdot \frac{f_0}{f_2} \cdot \frac{v}{v_2} \cdot \frac{\gamma_x}{\gamma_2},$$

daher

$$\frac{f}{f_0} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \frac{v_2}{v} \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_x} \cdot \frac{f_2}{f_0} = 0{,}0352 \, \frac{1{,}05}{695{,}4} \cdot \frac{1000}{0{,}5337} \cdot 20 = 2.$$

Das in einer Stunde geförderte Wassergewicht ist aber

$$Q = 3600\, Q_2 = 3600 f_2 v_2 \gamma_2 = 3600 f_0 \, \frac{f_2}{f_0} \cdot v_2 \gamma_2$$

$$= 75\,600\,000 \,.\, f_0 \,\text{kg oder l (cbdcm).}$$

Es sei der Durchmesser d_0 dieser kleinsten Öffnung f_0 gleich 7 mm, dann ist

$$f_0 = 38{,}48 \,\text{qmm},$$

daher

$$Q = 75\,600\,000 \,.\, 0{,}00003848 = 2909 \,\text{kg},$$

$$Q_2 = \frac{2923}{3600} = 0{,}81 \,\text{kg};$$

$$Q_1 = 0{,}0352 \,.\, 0{,}81 = 0{,}0285 \,\text{kg}:$$

$$f = 2 f_0 = 2 \,.\, 38{,}48 = 76{,}96 \,\text{qmm},$$

daher

$$d = 9{,}9 \,\text{mm};$$

$$f_2 = 20 f_0 = 20 \,.\, 38{,}48 = 769{,}6 \,\text{qmm},$$

daher

$$d_2 = 31{,}3 \,\text{mm}.$$

7. **Schornsteine.** Die Erzeugung des Zuges in den Feuerungen, d. h. die Zuführung von atmosphärischer Luft und die Abführung der Verbrennungserzeugnisse geschieht gewöhnlich durch Schornsteine. Die in dem Schornsteine enthaltene Luft hat vermöge ihrer hohen Temperatur ein geringeres specifisches Gewicht als die äußere atmosphärische Luft und übt auch einen geringeren Druck aus, wodurch ein Aufsteigen der Luft im Schornsteine und ein Einströmen äußerer Luft in den Feuerraum hervorgerufen wird. Je größer der Gewichtsunterschied der beiden durch die Schornsteinhöhe bestimmten Luftsäulen, d. h. der inneren warmen und der äußeren kalten ist, um so besser zieht der Schornstein. Man wird also schon hieraus schließen können, daß, um einen guten Zug zu erzielen, die Schornsteinhöhe nicht zu gering sein darf und daß man es möglichst wird vermeiden müssen, eine Abkühlung der in dem Schornsteine aufsteigenden Gase herbeizuführen. Man wird daher für den Schornstein ein Material wählen, welches die Wärme nicht zu rasch nach außen ableitet, wie dies z. B. bei eisernen Schornsteinen der Fall ist. Eiserne Schornsteine haben nur dort eine Berechtigung, wo es sich darum handelt, billige Anlagen von voraussichtlich kurzer Dauer zu schaffen, oder dort, wo es gänzlich an einem für einen gemauerten Schornstein passenden, genügend tragfähigen Baugrunde mangelt.

Die genaue Berechnung der Abmessungen eines Schornsteines stößt auf große Schwierigkeiten, und man begnügt sich daher bei der Ausführung meist mit Erfahrungswerten, die durch Vergleiche gut arbeitender ausgeführter Schorn-

16*

steine und deren Feuerungen ermittelt sind. Um aber einen Einblick zu gewinnen in die Bedingungen, welche ein zweckmäßig ausgeführter Schornstein zu erfüllen hat, mögen die folgenden theoretischen Erörterungen hier Platz finden. Wir wollen dabei wie früher (vgl. S. 70, Anwend. 11) von der Annahme ausgehen, daß die Verbrennungserzeugnisse des auf dem Roste verbrannten Brennmaterials größtenteils aus atmosphärischer Luft bestehen, und daß das Brennmaterial vollständig verflüchtigt wird. Das Gewicht der durch die Verbrennung entstehenden und durch den Schornstein abziehenden Gase, ihre Temperatur, sowie ihr Volumen, lassen sich dann leicht nach den früher angegebenen Regeln (Anwend. 11, Kap. 1) bestimmen. Es sei

H die Höhe des Schornsteines in Metern,
D sein Durchmesser in Metern, wobei angenommen sein mag, daß der Durchmesser an allen Stellen gleich groß ist,
t_1 die Temperatur der abziehenden Gase in Celsiusgraden, wobei der Einfachheit wegen ebenfalls angenommen sein mag, daß diese Temperatur durchgängig dieselbe ist,
t die Temperatur der äußeren atmosphärischen Luft,
T_1 und T die zugehörigen absoluten Temperaturen,
v die Geschwindigkeit, mit welcher die Gase durch den Schornstein strömen.

Da 1 cbm Luft von 0° (bei 760 mm Quecksilbersäule) 1,293 kg wiegt, 1 cbm Luft von $t_1{}^0$ dagegen $1{,}293 : (1 + \alpha t_1)$, so ist das Gewicht der ganzen im Schornsteine befindlichen Gassäule

$$G' = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot H \frac{1{,}293}{1 + \alpha t_1} \text{ kg}.$$

Da ferner der Schornstein unten mit der atmosphärischen Luft in Verbindung steht, so drückt gegen diese Gassäule eine eben so hohe äußere Luftsäule von der Temperatur t^0 und von dem Gewichte

$$G = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot H \frac{1{,}293}{1 + \alpha t} \text{ kg}.$$

Die Differenz $P = G - G'$ ist also die Kraft, welche zur Bewegung der im Schornsteine befindlichen Gassäule zur Verfügung steht. Die durch diese Kraft P erzeugte Geschwindigkeit, mit welcher die Gase aus dem Schornsteine abziehen, wird sich allgemein darstellen lassen durch die Formel

$$v = \sqrt{2 g h},$$

wenn h die Höhe einer Luftsäule bezeichnet von gleicher Temperatur und Dichtigkeit wie die Luftsäule im Schornsteine und ihrem Gewichte nach entsprechend der Gewichtsdifferenz $G - G'$. Wir können demnach h auch auffassen als eine Verlängerung der Luftsäule von der Länge H beim Übergange von der Temperatur t zur Temperatur t_1, und da diese beiden Luftsäulen unter demselben atmosphärischen Drucke stehen, so verhalten sich nach dem Gesetze von Gay-Lussac die Volumina wie die absoluten Temperaturen:

$$\frac{H + h}{H} = \frac{T_1}{T}.$$

Hieraus ergiebt sich

$$h = H \cdot \frac{T_1 - T}{T},$$

$$v = \sqrt{2 g H \left(\frac{T_1 - T}{T}\right)}.$$

Die aus dieser Formel berechnete Geschwindigkeit würde sich als viel zu groß ergeben, da wir bis jetzt noch auf keinerlei Bewegungswiderstände Rücksicht genommen haben. Derartige Widerstände sind:

1. der Reibungswiderstand der durch Züge und Schornstein strömenden Gase;

2. der Trägheitswiderstand, entstehend dadurch, daß den Gasen eine gewisse Abflußgeschwindigkeit erteilt werden muß;

3. der Widerstand, welcher dadurch entsteht, daß die Gase bezw. die atmosphärische Luft Querschnitts- und Richtungsänderungen erleiden und sich durch die engen Zwischenräume des auf dem Roste liegenden Brennmaterials hindurchdrängen müssen. Gerade dieser letzte Widerstand ist schwer zu bestimmen, aber jedenfalls sehr bedeutend, er wird nach Peclet auf das 3,4 fache der Summe der beiden anderen Widerstände, des Reibungswiderstandes und des Trägheitswiderstandes, geschätzt.

Stellt nun ζ einen Koeffizienten dar, welcher die Größe aller dieser Widerstände berücksichtigt, so können wir schreiben

$$v = \zeta \sqrt{2 g H \left(\frac{T_1 - T}{T}\right)}.$$

Bei der Schwierigkeit, den Koeffizienten ζ für jeden einzelnen Fall genau zu bestimmen, wird es im allgemeinen nicht möglich sein, die thatsächliche Geschwindigkeit v aus dieser Gleichung zu berechnen. Dagegen lassen sich aus ihr sehr wichtige Schlüsse ziehen auf die Stärke des im Schornsteine herrschenden Zuges, d. h. auf die Menge atmosphärischer Luft Q, welche er in den Rost hineinsaugt. Bezeichnen wir den Ausmündungsquerschnitt des Schornsteines mit f, dann ist die in der Sekunde ausgestoßene Gasmasse $= f \,.\, v$. Nun verhalten sich nach dem Gesetze von Gay-Lussac bei gleichem (hier also atmosphärischem) Drucke die Volumina zweier Gase umgekehrt wie die absoluten Temperaturen, d. h. es ist in unserem Falle

$$\frac{Q}{f \,.\, v} = \frac{T}{T_1}.$$

Tragen wir in diese Gleichung für v seinen oben gefundenen Wert ein und setzen der Einfachheit halber

$$A = \zeta \sqrt{2 g H},$$

so erhalten wir

$$Q = f \,.\, v \frac{T}{T_1}$$

$$= f \,.\, A \sqrt{\frac{T (T_1 - T)}{T_1^2}}.$$

Da A und f als Konstanten zu betrachten sind, so wird der Zug im Schornsteine, d. h. die Menge der angesaugten Luft, offenbar unter sonst gleichen Verhältnissen dann am größten werden, wenn der unter dem Wurzelzeichen stehende Ausdruck ein Maximum wird. Setzen wir diesen Ausdruck $= x$, d. h.

$$x = \frac{T(T_1 - T)}{T_1^2} = \frac{T T_1 - T^2}{T_1^2},$$

so ist, da ein Einfluß auf die Temperatur der äußeren Luft nicht möglich ist, T als gleichbleibend anzusehen, es ist demnach derjenige Wert von T_1 aufzusuchen, für welchen x ein Maximum wird. Der benachbarte Wert dieses gesuchten T_1 heiße T_1', dann ist für diesen Wert

$$x' = \frac{T T_1' - T^2}{T_1'^2}.$$

Beide Ausdrücke werden voneinander abgezogen, dann wird durch $(T_1 - T_1')$ dividiert, bei dem erhaltenen Quotienten $T_1 = T_1'$ genommen und das Ergebnis $= 0$ gesetzt, wodurch die betreffende Gleichung zur Bestimmung von T_1 erhalten wird:

$$x - x' = \frac{T T_1 - T^2}{T_1^2} - \frac{T T_1' - T^2}{T_1'^2},$$

$$= \frac{T T_1 T_1'^2 - T^2 T_1'^2 - T T_1' T_1^2 + T^2 T_1^2}{T_1^2 T_1'^2}.$$

$$\frac{x - x'}{T_1 - T_1'} = \frac{- T T_1 T_1' + T^2 T_1 + T^2 T_1'}{T_1^2 T_1'^2}.$$

$$2 T^2 T_1 - T T_1^2 = 0$$

$$T_1 = 2 T.$$

Führt man statt der absoluten Temperaturen die Temperaturen in Celsiusgraden ein, so ergiebt sich endlich

$$273 + t_1 = 2(273 + t)$$

$$t_1 = 273 + 2t.$$

Der Schornstein zieht also dann am besten, wenn die Temperatur der Feuergase $= 273^0$ ist, vermehrt um die doppelte Temperatur der atmosphärischen Luft. Zu bemerken ist dabei, daß dieses Ergebnis innerhalb der gemachten Annahmen und Vernachlässigungen ganz allgemein richtig ist, da es von der Größe der einzelnen Widerstände, d. h. von dem Koeffizienten ζ, unabhängig ist.

Setzen wir

$$x = \frac{T(T_1 - T)}{T_1^2} = \frac{(273 + t)(t_1 - t)}{(273 + t_1)^2}$$

und nehmen hierin z. B. die Temperatur der äußeren Luft $t = 0$, so erhalten wir für

$t_1 =$	110^0	150^0	200^0	300^0	400^0	500^0
$\sqrt{x} =$	0,453	0,479	0,494	0,5	0,492	0,478.

Hieraus folgt erstens, daß es für einen guten Zug keinesfalls von Nutzen ist, die Temperatur der abziehenden Gase über 300° zu steigern; es ergiebt sich aber auch, daß es zweckmäßig ist, die in den Abzugsgasen enthaltene Wärme nach Möglichkeit auszunutzen, d. h. die Gase innerhalb der Züge bis 150° und darunter abzukühlen, da der Wert des Ausdruckes $\sqrt{x}$ selbst für $t_1 = 110°$ nur wenig von dem Maximalwerte verschieden ist.

Höhe des Schornsteines. Aus der oben entwickelten Gleichung

$$v = \zeta \sqrt{2 g H \left(\frac{T_1 - T}{T}\right)}$$

ergiebt sich, daß unter sonst gleichen Verhältnissen v und damit auch die Menge der angesaugten atmosphärischen Luft, d. h. der Zug des Schornsteines mit der Quadratwurzel aus der Höhe des Schornsteines wächst, so daß also ein doppelt so hoher Schornstein unter sonst gleichen Verhältnissen 1,4 mal so gut zieht. Mit der Höhe des Schornsteines wachsen aber auch die Bewegungswiderstände, so daß nach Erreichung einer gewissen Höhe eine weitere Erhöhung keinen Vorteil mehr bringen wird, es müßte denn sein, daß man durch einen möglichst hohen Schornstein eine Belästigung der Nachbarschaft durch die Verbrennungserzeugnisse vermeiden will, wie dies bei gewissen Hüttenprozessen erwünscht ist. Erfahrungsgemäß soll die Schornsteinhöhe mindestens gleich dem 25fachen kleinsten Durchmesser des Schornsteines sein, keinesfalls aber darf sie weniger als 16 m betragen.

Der kleinste Querschnitt f des Schornsteines betrage nach v. Reiche*)

$$f = \frac{F}{4} \text{ für Steinkohlen,}$$

$$f = \frac{F}{6} \text{ für Braunkohlen,}$$

wenn mit F die gesamte Oberfläche der Roste bezeichnet wird. Diese Formeln gelten, wie v. Reiche a. a. O. anführt, nur für mittlere Verhältnisse, d. h. für eine mittlere und zweckmäßige pro Quadratmeter Rostfläche in der Stunde bei mäßiger, zweckmäßiger Luftzufuhr zu verfeuernde Brennstoffmenge.

Nach einer von Redtenbacher aufgestellten Formel sei

$$f = \frac{p \cdot G}{924 \sqrt{H}},$$

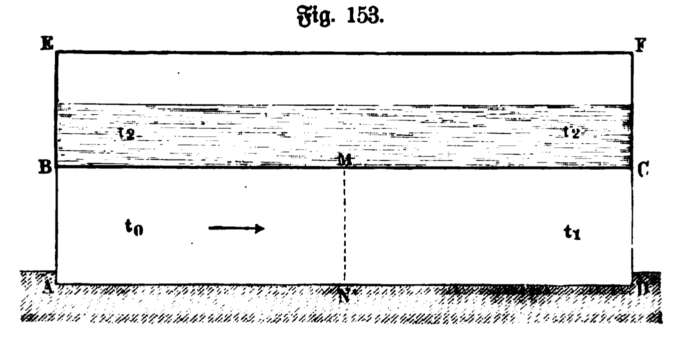
und zwar bezeichnet hierin f den kleinsten Schornsteinquerschnitt in Quadratmetern, p das in Kilogrammen ausgedrückte Gewicht des in der Stunde zur Verbrennung gelangenden Brennmateriales, G das Gewicht der bei Verbrennung von 1 kg Brennstoff abziehenden Gase in Kilogrammen und H die Höhe des Schornsteines in Metern.

8. **Kesselheizfläche.** Die Fig. 153 (a. f. S.) stellt den Durchschnitt durch einen Kessel vor, der Raum $ABCD$ enthält die Verbrennungserzeugnisse

*) v. Reiche, Anlage und Betrieb der Dampfkessel.

welche sich in der Richtung von A nach D bewegen, und deren Temperatur dabei von t_0^0 auf t_1^0 sinkt. Der Raum $BEFC$ enthält die zu erwärmende Flüssigkeit, deren Temperatur gleichmäßig auf t_2^0 erhalten werden soll, indem während des Beharrungszustandes in jeder Stunde Q_2 kg Flüssigkeit zu- und abgeleitet werden, während Q_1 kg Verbrennungserzeugnisse in jeder Stunde durch einen Querschnitt des Heizkanales $ABCD$ ziehen. Wir bezeichnen mit K den sogenannten Wärmetransmissionskoeffizienten, d. h. diejenige Wärmemenge in Kalorien, welche in einer Stunde durch einen Quadratmeter der Wand BC geht, wenn die Temperaturdifferenz zwischen den Verbrennungs-

Fig. 153.



erzeugnissen und der im Kessel enthaltenen Flüssigkeit 1° beträgt. Bei B ist aber diese Temperaturdifferenz gleich $t_0 - t_2$, was wir kurz mit p bezeichnen, und bei C ist sie gleich $t_1 - t_2 = q$, während in den Wandteilen zwischen B und C die Differenzen der Reihe nach $p_2, p_3 \ldots p_{n-1}$ heißen sollen. Für die beliebig gewählte Stelle MN des Heizkanales sei p_{r+1} diese betreffende Differenz, dann gehen in jeder Stunde durch einen Quadratmeter Wandfläche Kp_{r+1} Wärmeeinheiten. Wird die ganze Wandfläche von B bis C mit F bezeichnet, so ist für die Stelle M ein Teilchen der Wandfläche gleich $\frac{F}{n}$ in Rechnung zu bringen, daher ist die bei M durch die Wand in jeder Stunde gehende Wärmemenge

$$W_1 = Kp_{r+1}\frac{F}{n}.$$

Durch den Querschnitt MN gehen in jeder Stunde Q_1 kg Verbrennungserzeugnisse, für welche kurz vor MN die Temperaturdifferenz p_r gewesen sein mag, dann ist, die Spannung der Luft als gleichbleibend angenommen, bei der specifischen Wärme der Luft c_1, von jedem Kilogramm Luft die Wärmemenge $c_1\,(p_r - p_{r-1})$ abgegeben worden, daher ist die den Q_1 kg Luft in einer Stunde entzogene Wärmemenge

$$W_2 = Q_1 c_1\,(p_r - p_{r+1}).$$

Dieser Wärmeverlust ist von der zu erwärmenden Flüssigkeit aufgenommen worden, daher haben wir als Ausgangsgleichung:

$$W_1 = W_2,$$

das heißt

$$K p_{r+1} \frac{F}{n} = Q_1 c_1 (p_r - p_{r+1})$$

oder

$$\left.\begin{aligned} p_r = p_{r+1}\left(1 + \frac{K}{Q_1 c_1}\cdot\frac{F}{n}\right) &= p_{r+1}\left(1 + \frac{KF : Q_1 c_1}{n}\right) \\ &= p_{r+1}\left(1 + \frac{a}{n}\right) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Derartige Gleichungen können wir von $p_1 = p = t_0 - t_2$ bis $p_n = q = t_1 - t_2$ aufstellen, und wir erhalten dann

$$p = p_1 = p_2\left(1 + \frac{a}{n}\right),\; p_2 = p_3\left(1 + \frac{a}{n}\right),\; p_3 = p_4\left(1 + \frac{a}{n}\right)\cdots$$

$$p_{n-1} = q\left(1 + \frac{a}{n}\right).$$

Die Multiplikation dieser Gleichungen liefert aber

$$p = q\left(1 + \frac{a}{n}\right)^n,$$

und da n eine über jede angebbare Größe hinaus wachsende Zahl vorstellt, so ist die Potenz $= e^a$ zu setzen, unter e die Basis der natürlichen Logarithmen verstanden. Wir erhalten deshalb, wenn wir die gegebenen Werte wieder einführen,

$$t_0 - t_2 = (t_1 - t_2)\, e^{\frac{KF}{Q_1 c_1}}$$

oder

$$ln \frac{t_0 - t_2}{t_1 - t_2} = \frac{K}{Q_1 c_1}\cdot F \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Die von den Verbrennungserzeugnissen abgegebene Wärmemenge W ist einmal gleich $Q_1 c_1 (t_0 - t_1)$, und anderseits ist, da stündlich Q_2 kg Flüssigkeit von der Temperatur t_3 auf die Temperatur t_2 erwärmt werden sollen, diese Wärmemenge gleich $Q_2 c_2 (t_2 - t_3)$, unter c_2 die specifische Wärme der Flüssigkeit verstanden. Als weitere Gleichung haben wir daher

$$W = Q_1 c_1 (t_0 - t_1) = Q_2 c_2 (t_2 - t_3) \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

Benutzen wir diesen Wert von W, um in Formel (2) $Q_1 c_1$ zu ersetzen, so ist die Wandfläche F, d. i. die Heizfläche des Kessels:

$$F = \frac{W}{K} \frac{ln \dfrac{t_0 - t_2}{t_1 - t_2}}{t_0 - t_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Nach Redtenbacher sind für K folgende Zahlenwerte zu benutzen:

Übergang der Wärme	K
1. Aus Luft durch eine Wand aus gebrannter Erde von 1 cm Dicke (Ofenheizung)	5
2. Aus Luft durch eine Wand von Gußeisen von 1 bis 1,5 cm Dicke in Luft	14
3. Aus Luft durch eine Wand von Eisenblech in Luft	7
4. Aus Luft durch eine Wand von Eisenblech in Wasser, oder aus Wasser in Luft (Dampfkesselheizung)	23
5. Aus Dampf durch eine Wand von Gußeisen in Luft (Dampfheizung)	12

Mit Hülfe der Formel (2) ist man in den Stand gesetzt, die in den einzelnen Querschnitten eines Heizkanales auftretenden Temperaturen t_1 zu berechnen, sobald die Temperatur t_2 der zu erwärmenden Flüssigkeit bekannt ist. Das stündlich abzuführende Gewicht Q_1 der Verbrennungserzeugnisse ergiebt sich aus folgender Überlegung: Nehmen wir an, daß auf dem Roste stündlich Q kg Brennmaterial verbrannt werden, welches pro Kilogramm V kg Luft zur Verbrennung erfordert (vgl. Anwend. 11, Kap. 1), so ist die in einer Sekunde durch die Rostspalten strömende Luftmenge, vermehrt um die auf dem Roste entstandenen Verbrennungserzeugnisse, d. h. die in einer Sekunde vom Rost abzuführende Gasmenge:

$$G = \frac{(V+1)\,Q}{3600}\ \text{kg}$$

oder

$$Q_1 = 3600\,G.$$

Nachdem die Temperaturen t gefunden und durch die absoluten Temperaturen T ersetzt worden sind, haben wir, wenn man von der verschiedenen Spannkraft der Luft in den einzelnen Querschnitten der Heizanlage absieht,

$$G = F_0 v_0 \frac{p_0}{R\,T_0} = F_1 v_1 \frac{p_0}{R\,T_1} = F_2 v_2 \frac{p_0}{R\,T_2} \cdots$$

und hieraus

$$v_1 = \frac{F_0}{F_1}\,\frac{T_1}{T_0}\,v_0$$

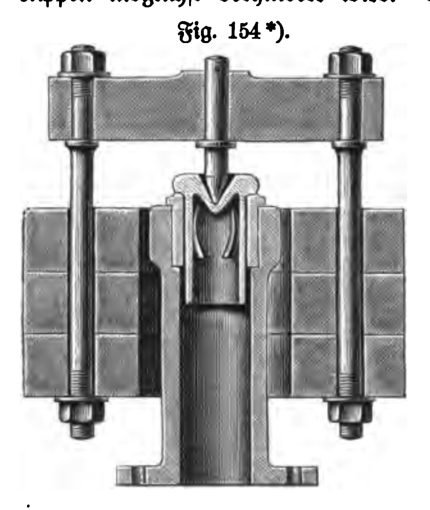
$$v_2 = \frac{F_0}{F_2}\cdot\frac{T_2}{T_0}\,v_0 \text{ u. s. w.,}$$

so daß nun auch die Geschwindigkeiten $v_1, v_2, v_3 \ldots$ für die einzelnen Querschnitte $F_1, F_2, F_3 \ldots$ als bekannt angenommen werden können.

9. **Sicherheitsventile.** Wenn die Spannung des Dampfes bei seiner allmählichen Ansammlung in einem Dampfkessel eine gewisse Grenze überschreitet, so wird dem Wärter durch Abblasen des Dampfes aus dem Sicherheitsventile dieser Zustand angezeigt. Um diese Aufgabe zu erfüllen, müssen die Sicherheitsventile zweckmäßig gebaut sein und dauernd in

gutem Zustande erhalten werden, so daß namentlich ein Festklemmen des Ventiles sorgfältig vermieden wird. Für den Bau gelten die Regeln, daß die Ventile nicht als Kugel-, sondern als Tellerventile ausgeführt werden, um eine gute Dichtung leicht bewerkstelligen zu können. Ferner ist es von Wichtigkeit, die Berührungsfläche zwischen Ventil und Sitz recht schmal zu nehmen, da schmale Berührungsflächen eine leichtere Dichtung möglich machen, der Dampfdruck hier keine große Adhäsion zu überwinden hat und die Anhäufung von Unreinigkeiten geringer und leichter zu entfernen ist als bei breiten Berührungsflächen. Zu achten ist auch darauf, daß die Ventile sicher geführt sind, und daß der Belastungsdruckpunkt in die Schwerlinie des Ventiles fällt, damit ein Festklemmen des Ventiles in seinem Sitze durch Kippen möglichst verhindert wird. Schließlich ist ein nicht zu übersehender wichtiger Punkt der, daß das Sicherheitsventil in allen seinen Teilen leicht zugänglich sein soll, um etwaige Unordnungen und Mängel sofort bemerken und abstellen zu können.

Fig. 154 *).



Je nach der Art der Belastung unterscheidet man Ventile mit direkter Belastung und Ventile mit indirekter oder Hebelbelastung, wobei in beiden Fällen die Belastungen entweder in Gewichten oder in Federn bestehen können.

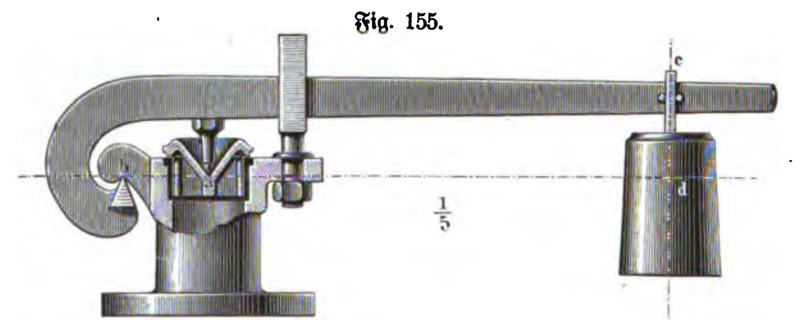
Ventile mit direkter Belastung werden selten ausgeführt, da ihre Zugänglichkeit gewöhnlich eine mangelhafte ist und ein Nachsehen der einzelnen Teile meist umständlich und mit Schwierigkeiten verknüpft ist. Fig. 154 zeigt ein Sicherheitsventil mit direkter Gewichtsbelastung von Hoffmann in Breslau. In dem Ventile befinden sich vier dreieckige Löcher, welche nach oben spitz zulaufen, wodurch dem Dampfe ein um so größerer Ausströmungsquerschnitt dargeboten werden soll, je höher sich das Ventil hebt, d. h. je höher der Dampfdruck im Kessel steigt.

Am gebräuchlichsten sind die Sicherheitsventile mit Hebelbelastung. Die Bauart eines solchen mit Gewichtsbelastung zeigt Fig. 155 (a. f. S.). Der durch eine Gabel geführte, lange Belastungshebel, welcher sich an einem Ende in einer Schneide dreht, ruht bei a auf dem Ventile in der Weise auf, daß der Punkt, in welchem der Belastungsdruck auf das Ventil übertragen wird, unter der Sitzfläche liegt. Es soll dadurch vermieden werden, daß bei geöffnetem Ventile der Dampf das Bestreben hat, das Ventil umzukippen. Das an dem anderen Ende des Hebels angehängte Belastungsgewicht d entspricht, mit dem Gewichte des Hebels selbst, in der Hebelübersetzung $bd : ba$ dem größten zulässigen Dampfdrucke.

*) Fig. 154 bis 157 aus Scholl, Führer des Maschinisten, Braunschweig, Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn.

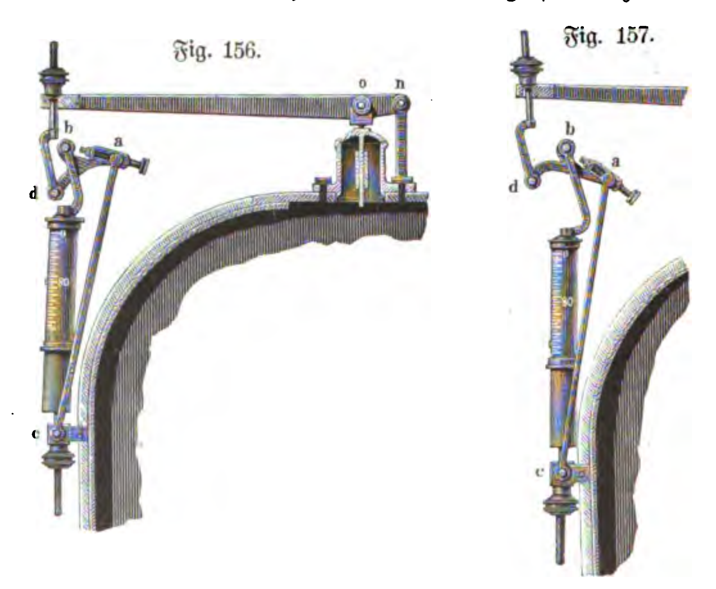
Gewichtsbelastungen können bei beweglichen Kesseln, vor allen Dingen also bei Lokomotiven, nicht benutzt werden. Hier wendet man daher stählerne Federn als Belastung an. Sie haben jedoch im allgemeinen den Nachteil, daß beim Heben des Ventiles die Federspannung und damit der Druck auf das Ventil wächst, während bei Gewichtsbelastung der Druck auf das

Fig. 155.



Ventil in jeder Stellung nahezu derselbe bleibt. Vermieden wird dieser Übelstand der Federbelastungen bei Anwendung der in Fig. 156 und 157 dargestellten Meggenhofenschen Federwage. Fig 156 zeigt das Ventil in geschlossenem Zustande, während Fig. 157 die Stellung des Hebels *abd* bei gehobenem Ventile zeigt. Durch das Heben des Ventiles wird nämlich, wie die Figuren zeigen, das Hebelverhältnis *ad* : *ab* vergrößert, bezw. der Hebelarm *ab* gegenüber dem Hebelarm *ad* relativ verkleinert, und die Gestaltung des Winkelhebels *abd*, welcher in *a* seinen festen Drehpunkt hat, ist nun so getroffen, daß die Hebelübersetzung *ad* : *ab* nahezu in demselben Maße gesteigert wird, als die Federspannung zunimmt.

Fig. 156. Fig. 157.



Sollen Sicherheitsventile jede Zunahme des Dampfdruckes im Kessel über jene Größe verhindern, für welche die Blechstärke der Kessel bestimmt ist, so müssen sie wenigstens eine solche Größe erhalten, daß bei ihrer Öffnung in jedem Augenblicke so viel Dampf von dem im Kessel befindlichen Dampf entweichen kann, als der Kessel nur immer zu erzeugen vermag. Es muß hiernach bei steter Dampferzeugung ein einziges Sicherheitsventil ausreichen, selbst wenn gar kein Dampfverbrauch stattfindet. Die Sicherheitsventile sollen erst dann gehoben werden, wenn der Dampfdruck das zulässige Maß überschreitet, dagegen sollen sie sich von selbst schließen, wenn die Dampfspannung infolge des Dampfabflusses durch das Ventil wieder auf das gehörige Maß gesunken ist. Hiernach muß die Belastung der Sicherheitsventile mit Einschluß ihres Gewichtes dem zulässigen größten Dampfdrucke entsprechen und deshalb für jeden einzelnen Fall berechnet werden.

Zur Bestimmung der Größe des Sicherheitsventiles sei:

f der Querschnitt der Ventilöffnung in Quadratmetern,
u der Umfang der Ventiles in Metern,
s der Hub des Ventiles in Metern bei der größten Spannung, die im Kessel eintreten darf,
p_1 die größte Spannung, die im Kessel eintreten darf,
p die Spannung, bei welcher die Hebung des Ventiles beginnen soll,
q der Druck der äußeren Luft in Kilogrammen pro Quadratmeter,
$\gamma_1, \gamma, \gamma_0$ die den Dampfspannungen p_1, p, q entsprechenden specifischen Gewichte,

dann ist zunächst für den Augenblick der Erhebung

$$P + fq = fp \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Die in jeder Sekunde in dem Dampfkessel erzeugte Dampfmenge G kg muß in derselben Zeit durch die Ventilöffnung f vermöge des Dampfüberdrucks $p_1 - p$ fortgeführt werden, wobei die Geschwindigkeit des durch f strömenden Dampfes v_1 sein mag. Zugleich muß beim schwebenden Zustande des Ventiles diese Dampfmenge G durch die Öffnung us infolge des Dampfüberdruckes $p - q$ abgeleitet werden. Bezeichnen wir die zugehörige Ausflußgeschwindigkeit mit v, so haben wir:

$$G = f v_1 \gamma = u s v \,.\, \gamma_0.$$

Benutzen wir Formel 62 bis 64 S. 175 und setzen wir gesättigten, mit 10 Proz. Wassergehalt versehenen Wasserdampf voraus, so daß $m = 1{,}125$, $\frac{1}{m} = {}^8/_9$, $\frac{m-1}{m} = {}^1/_9$ wird, so erhalten wir:

$$G = f\left(\frac{p}{p_1}\right)^{8/9} \sqrt{2 \,.\, g \,.\, 9 \,.\, p_1 \gamma_1 \left\{1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{1/9}\right\}} \quad \ldots \quad (2)$$

$$G = u \,.\, s \left(\frac{q}{p}\right)^{8/9} \sqrt{2 g \,.\, 9 \,.\, p \,.\, \gamma \left\{1 - \left(\frac{q}{p}\right)^{1/9}\right\}} \quad \ldots \quad (3)$$

Die Gleichungen (2), (3), (1) dienen der Reihe nach zur Berechnung der Ventilöffnung f, der Hubhöhe s des Ventiles und der Ventilbelastung P, da die übrigen, in den Formeln vorkommenden Werte aus der Tabelle für Wasserdampf, § 18, bekannt sind.

So ergiebt sich z. B. unter der Annahme, daß $p = 0{,}8\, p_1$ ist, der Querschnitt der Ventilöffnung aus

$$G = f\,(0{,}8)^{8/9} \sqrt{176{,}58\, p_1 \gamma_1 \left\{1 - (0{,}8)^{1/9}\right\}}$$

oder

$$f = \frac{0{,}586\; G}{\sqrt{p_1 \gamma_1}}.$$

Übungen.

1. Wie groß ist die Wassermenge, welche während einer Stunde aus einer Öffnung von 0,00205 qm Inhalt mit 6,3 m Geschwindigkeit ausfließt?

46,5 cbm.

2. Durch eine Ausflußöffnung von 0,0048 qm Inhalt fließen in jeder Minute 0,46 cbm Wasser. Welche mittlere Geschwindigkeit hat der ausfließende Strahl?

1,6 m.

3. In einem Behälter von 0,2 qm Querschnitt bewegt sich das Wasser mit 1,9 m Geschwindigkeit und kommt zum Ausfluß durch eine Mündung von 0,003 qm Inhalt. Wie groß ist die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers?

$$F v = F_1 v_1$$

$$v_1 = 126{,}7 \text{ m}.$$

4. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Wassers, das aus einer Öffnung von 0,003 qm in dem dünnen Boden eines Gefäßes von 0,04 qm Querschnitt fließt, wenn die gleichbleibende Druckhöhe 3,8 m beträgt und die Wasseroberfläche sowohl wie die Ausflußöffnung unter dem Drucke der atmosphärischen Luft steht. Wie groß ist die in 15 Minuten ausgeflossene Wassermenge?

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2}}$$

$$V = r F v.$$

Für $\varphi = 0{,}96$; $r = 0{,}64$; $r \varphi = \mu = 0{,}615$ ist

$$v = 8{,}3 \text{ m}$$

$$V = 14{,}34 \text{ cbm}.$$

5. Wie ändern sich die Werte der vorigen Aufgabe, wenn man in der allgemeinen Formel $\frac{r F}{F_1} = 0$ setzt?

$$v = 8{,}289 \text{ m}$$

$$V = 14{,}32 \text{ cbm}.$$

6. Die Geschwindigkeit des in einen Behälter fließenden Wassers sei c, so ist, wenn F_1 den Querschnitt des Behälters, $r F$ den Querschnitt des kontrahierten Strahles und v die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers bezeichnet,

$$F_1 c = r F v.$$

Setzen wir hierin statt v den in § 28, S. 165 entwickelten Wert, so erhalten wir:

$$F_1 c = r F \varphi \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2}}$$

und

$$r F = \frac{F_1}{\sqrt{1 + \varphi^2 \frac{2 g h}{c^2}}}.$$

Aus dieser Formel folgt, daß bei einem stetigen Zu- und Abflusse, wobei die gleichbleibende Druckhöhe h erhalten bleiben soll, der Querschnitt F der Mündung stets kleiner als der Querschnitt F_1 des Behälters bleiben, und daß die Geschwindigkeit c des zufließenden Wassers immer mehr zunehmen muß, je mehr sich F dem Querschnitt F_1 des Behälters nähert. Für den Grenzfall $F = F_1$ müßte $\frac{2 g h}{c^2} = 0$, d. h. $c = \infty$ werden.

7. Welche gleichbleibende Druckhöhe ist notwendig, um aus einer Öffnung von 0,3 qm in einem Boden in einer Minute 19 cbm Wasser ausfließen zu lassen, wenn der Behälter 0,5 qm im Querschnitt hält?

$$v = 1{,}65 \text{ m}$$

$$h = 0{,}128 \text{ m}.$$

8. Auf den Kolben einer Druckpumpe wird ein Druck von 1000 kg ausgeübt. Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Wasser aus einer 0,16 m weiten Öffnung, wenn der Kolben 0,3 m Durchmesser hat? Welche Höhe wird der ausfließende Strahl erreichen, wenn die Ausflußöffnung nach oben gekehrt in einem wagerechten Teile der Wandung angebracht ist?

$$v = \varphi \sqrt{\frac{2 g \frac{p}{\gamma}}{1 - \left(\frac{r F}{F_1}\right)^2}}$$

$$H = \frac{v^2}{2 g}$$

$$v = 17{,}01 \text{ m}$$

$$H = 14{,}75 \text{ m}.$$

9. Es fließt Wasser bei einer gleichbleibenden Druckhöhe von 1,6 m in den Kondensator einer Dampfmaschine. Der Barometerstand sei 760 mm und der Manometerstand im Kondensator 183 mm. Mit welcher Geschwindigkeit strömt das Wasser in den Kondensator?

$$v = \varphi \sqrt{\left(h + \frac{p - q}{\gamma}\right) 2 g}$$
$$v = 13 \text{ m}.$$

10. Wie groß ist die Geschwindigkeit des in den Kessel einer Dampfmaschine zufließenden Wassers, wenn das Wasser in der Speiseröhre 5 m über der Wasseroberfläche im Kessel steht und der Dampfdruck 1,25 atm beträgt?

$$v = 6{,}62 \text{ m}.$$

11. In einer dünnen Seitenwand eines Gefäßes befindet sich eine 0,16 m breite und 0,314 m hohe Öffnung. Die Entfernung des gleichbleibenden Wasserspiegels von der Mitte der Öffnung beträgt 2,8 m. Wie groß ist die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge?

$$V = 0{,}23 \text{ cbm}.$$

12. Wie groß ist die Geschwindigkeit des Wassers und die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge, wenn die Öffnung sich in einer Seitenwand befindet, eine Breite von 0,3 m und eine Höhe von 3 m hat und der mittlere Wasserstand von der unteren Kante der Öffnung 3,7 m beträgt?

$$v = 6{,}17 \text{ m}$$
$$V = 3{,}55 \text{ cbm},$$

oder bei Annahme einer mittleren Druckhöhe von 2,12 m:

$$v = 6{,}19 \text{ m}$$
$$V = 3{,}57 \text{ cbm}.$$

13. Welche Größe muß man der Ausflußöffnung in der Seitenwand eines Gefäßes geben, wenn in jeder Sekunde 0,155 cbm Wasser ausfließen sollen und die Entfernung des Wasserspiegels von der Mitte der Öffnung 1,9 m betragen soll?

0,0413 qm.

14. Befindet sich die Ausflußöffnung unter Wasser, so ist nach Aufgabe 18 des ersten Kapitels für jeden Punkt der Öffnung die Differenz der gleichbleibenden Wasserspiegel als Druckhöhe zu benutzen. Bezeichnen wir die Entfernungen der Wasserspiegel von irgend einem Punkte der Öffnung mit h_1 und h_2, so ist für die einfachste Annahme die Geschwindigkeit

$$v = \varphi \sqrt{2 g (h_1 - h_2)},$$

die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge

$$V = \mu F \sqrt{2 g (h_1 - h_2)}.$$

Die Wasserspiegel haben von der oberen Kante der Ausflußöffnung in einer Seitenwand eine Entfernung von 3,77 m und 0,942 m, und die Größe der Ausflußöffnung sei 0,6 qm. Wie groß ist die Geschwindigkeit und die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge?

$$v = 7{,}15 \text{ m},$$
$$V = 2{,}75 \text{ cbm}.$$

15. Ein prismatisches Gefäß von 1 qm Querschnitt ist im wagerechten Boden mit einer Öffnung von 0,3 qm Querschnitt versehen, und die ursprüngliche Druckhöhe sei 4,1 m. In welcher Zeit sinkt der Wasserspiegel, wenn kein Zufluß stattfindet, um 1,26 m?

In welcher Zeit leert sich der Behälter?

0,816 Sekunden.

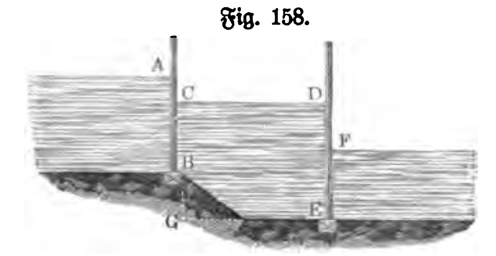
4,863 „

16. In einem Teiche, dessen gleichbleibender Querschnitt 118 qm ist, befindet sich eine Schützenöffnung von 3,14 m Breite und 0,314 m Höhe. Beim Aufziehen der Schütze steht der Wasserspiegel um 2,51 m höher als der Mittelpunkt der Schützenöffnung. Um wie viel sinkt der Wasserspiegel innerhalb einer Minute?

1,7 m.

17. Die nebenstehende Fig. 158 stellt eine einfache Schleuse vor, BE ist die Kammer, AB das Oberthor und EF das Unterthor. Es sei die mittlere Länge der Schleusenkammer 47 m, die mittlere Breite 5,7 m. Der Wasserspiegel vor dem Oberthore stehe 1,57 m über der Mitte der Öffnung. Die Breite beider Öffnungen betrage 0,47 m; ihre Höhen seien für das Ober- und Unterthor 1,26 m und 1,9 m, und das Gefälle von B bis $E = BG$ sei $= 0,9$ m. In welcher Zeit füllt sich die Kammer?

Fig. 158.



In welcher Zeit wird die Kammer geleert?

Nehmen wir an, daß die Kammer auf 0,6 m Wasser gefüllt sei, so ist zu ihrer Füllung zunächst bis auf eine Höhe, die der Mitte der Öffnung im Oberthore entspricht, eine Wassermenge von $47 \,.\, 5{,}7\,(0{,}3 + 0{,}63) = 249{,}14$ cbm notwendig. Durch die Öffnung im Oberthore fließen in jeder Sekunde $0{,}615 \,.\, 0{,}47 \,.\, 1{,}26 \sqrt{2\,g\,1{,}57} = 2{,}021$ cbm zu, deshalb vergeht für den ersten Teil der Füllung eine Zeit t_1 von

$$\frac{249{,}14}{2{,}02} = 123 \text{ Sekunden.}$$

Bei der Füllung des übrigen Teiles der Schleusenkammer nimmt die Druckhöhe allmählich von 1,57 m bis auf 0 ab, weshalb die zur Füllung notwendige Zeit t_2

$$t_2 = \frac{2 \,.\, 47 \,.\, 5{,}7 \sqrt{1{,}57}}{0{,}615 \,.\, 0{,}47 \,.\, 1{,}26 \sqrt{2\,g}} = 416 \text{ Sekunden.}$$

Die Zeit für die ganze Füllung ist deshalb 540 Sekunden oder 9 Minuten. Die Zeit zum Leeren der Kammern ist, wenn wir annehmen, daß die Öffnung im Unterthore ganz unter Wasser steht, da die Druckhöhe allmählich von 2,5 m bis auf 0 abnimmt,

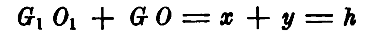
$$\frac{2 \,.\, 47 \,.\, 5{,}7 \sqrt{2{,}5}}{0{,}615 \,.\, 0{,}47 \,.\, 1{,}9 \sqrt{2\,g}}$$

$= 348$ Sekunden.

$= 5$ Minuten 48 Sekunden.

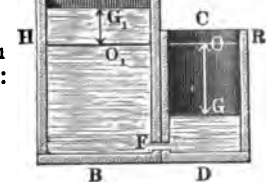
18. Die beiden Gefäße AB vom Querschnitte G_1 und CD vom Querschnitte G stehen durch die Öffnung F (Fig. 159) in Verbindung. In welcher Zeit steht das Wasser in beiden Gefäßen auf derselben Höhe?

Bezeichnet HR den gleichen Stand des Wassers in beiden Gefäßen, so ist



$$G_1 O_1 + G O = x + y = h$$

Fig. 159.



die ursprüngliche Druckhöhe. Die Geschwindigkeit v_1 des ausfließenden Wassers ist daher im ersten Momente:

$$v_1 = \varphi \sqrt{\frac{2\,g}{1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2}\,(x + y)},$$

oder, da $G_1 x = G y$ sein muß:

$$v_1 = \varphi \sqrt{\frac{2\,g}{1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2}\left(1 + \frac{G}{G_1}\right) y}.$$

Die Geschwindigkeit v des im Behälter CD steigenden Wassers ist aber

$$v = \frac{r\,F}{G}\, v_1$$

$$v = \frac{\mu\,F}{G} \sqrt{\frac{2\,g}{1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2}\left(1 + \frac{G}{G_1}\right) y}.$$

Die Bewegung ist auch hier eine gleichmäßig verzögerte, so lange die Gefäße prismatisch angenommen werden. Die Änderung j der Geschwindigkeit ist daher:

$$j = \left(\frac{\mu\,F}{G}\right)^2 g \left(1 + \frac{G}{G_1}\right) : \left[1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2\right],$$

und die Zeit t in Sekunden, die gebraucht wird, damit das Wasser in beiden Behältern auf derselben Höhe stehe, ist:

$$t = \frac{2\,G}{\mu\,F} \sqrt{\frac{y}{2\,g}\,\frac{1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2}{1 + \frac{G}{G_1}}},$$

oder

$$y = \frac{h}{1 + \frac{G}{G_1}}$$

gesetzt,

$$t = \frac{2\,G}{\mu\,F\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)} \sqrt{\frac{h}{2\,g}\left[1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2\right]}.$$

Anderseits ist die Zeit t, innerhalb welcher der Wasserstand von der Höhe h_1 auf h_2 sinkt:

$$t = \frac{2\,G}{\mu\,F\left(1 + \frac{G}{G_1}\right)} (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) \sqrt{\left[1 - \left(\frac{r\,F}{G_1}\right)^2\right] : 2\,g}.$$

19. Aus einem Behälter fließt atmosphärische Luft, die unter einem gleichbleibenden Drucke von 810 mm Quecksilbersäule steht, durch eine Öffnung von 0,00137 qm Querschnitt, bei einer Temperatur von 13° C., in einen Raum, in welchem das Barometer auf 732 mm steht.

Wie groß ist die Geschwindigkeit der ausströmenden Luft?

Wie groß ist die in einer Sekunde ausfließende Luftmasse?

Wie groß ist die Luftmasse, wenn sie auf 0° und den normalen Barometerstand von 760 mm zurückgeführt wird?

a) Die Luft behalte dasselbe specifische Gewicht.

Da

$$p = \frac{10334\,.\,810}{760}, \quad q = \frac{10334\,.\,732}{760}, \quad T_1 = 273 + 13, \quad R = 29{,}27,$$

so ist

$$\gamma = \frac{p}{R\,T_1} = 1{,}3156 \text{ kg} = \frac{q}{R\,T}$$

$$T = 258{,}5,$$

daher die jedem Kilogramm Luft zu entziehende Wärmemenge

$$Q = 0{,}1684\,(T_1 - T) = 0{,}1684\,.\,27{,}5 = 4{,}6 \text{ Wärmeeinheiten}$$

$$v = \varphi \sqrt{2\,g\,\frac{p - q}{\gamma}} = \varphi \sqrt{2\,g\,R\,T_1\left(1 - \frac{q}{p}\right)} = 125{,}77 \text{ m}$$

für $\varphi = 1$.

b) Die Luft behalte dieselbe Temperatur T während der Ausströmung, dann ist

$$v = \varphi \sqrt{2\,g\,.\,R\,T\,.\,ln\,\frac{p}{q}} = \varphi \sqrt{2\,g\,.\,2{,}3026\,R\,T\,log\,\frac{p}{q}}.$$

Für $ln\,\frac{p}{q}$ kann man annähernd $2\,\frac{p - q}{p + q}$ setzen; mit diesem Werte und für $\varphi = 1$ erhalten wir

$$v = 128{,}9 \text{ m}.$$

Die zuzuführende Wärmemenge ist $Q = A\,\frac{v^2}{2\,g} = 1{,}9975$ Wärmeeinheiten für jedes Kilogramm Luft.

c) Der Luft werde von außen weder Wärme zugeführt noch entzogen,

dann ist

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p}{q}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{2g} v^2 = \frac{c_1}{A}(T_1 - T).$$

Für $\varkappa = 1{,}41$ ist $\frac{\varkappa - 1}{\varkappa} = 0{,}2908$, und damit ist $T = 277{,}7$ und $v = 128{,}1$ m für $\varphi = 1$.

Die in der Sekunde ausfließende Luftmenge ist, wenn wir den Ausflußkoeffizienten $\mu = 0{,}67$ nehmen und den zuletzt gefundenen Geschwindigkeitswert benutzen:

$$V = 0{,}67 \,.\, 0{,}00137 \,.\, 128{,}1 = 0{,}118 \text{ cbm}.$$

Auf 0° und den normalen Barometerstand von 760 mm zurückgeführt erhalten wir

$$V_0 = V \frac{732}{760} \frac{273}{277{,}7} = 0{,}112 \text{ cbm}.$$

Das in der Sekunde aus der Mündung tretende Luftgewicht ist:

$$G = V \frac{q}{R\,T} = 0{,}145 \text{ kg}.$$

20. Bei einer Windleitung ist das Manometer durch Wasser gesperrt, und der Ausfluß erfolgt aus einer Öffnung von 0,0021 qm Querschnitt, die in einer Sekunde ausfließende Luftmenge beträgt 0,25 cbm, hat eine Temperatur von 12° C. und das Barometer steht in dem äußeren Raume 760 mm.

Mit welcher Geschwindigkeit fließt die Luft aus?

Wie hoch steht das Manometer?

$$0{,}25 = 0{,}67 \,.\, 0{,}0021 \,.\, v,$$

d. h.

$$v = 177{,}6 \text{ m},$$

$$177{,}6^2 = 2g \,.\, R\,T\left(1 - \frac{q}{p}\right),$$

d. h.

$$\frac{q}{p} = 0{,}80729, \; p = 941{,}42 \text{ mm Quecksilberhöhe}.$$

Der Manometerstand ist demnach

$$= 181{,}42 \text{ mm Quecksilberhöhe}$$
$$= 2{,}47 \text{ m Wasserhöhe}.$$

21. Welche Größe muß die Ausflußöffnung in einem Gasbehälter erhalten, damit stündlich 927,5 cbm Leuchtgas bei einem Manometerstande von 0,05 m Wassersäule ausströmen? Der äußere Barometerstand sei 732 mm, die Temperatur des Gases betrage 15° C. und das specifische Gewicht des Gases sei 1,163 kg.

$$\frac{927{,}5}{60 \,.\, 60} = 0{,}67 \,.\, F \sqrt{2g \,.\, R\,T\,2\,\frac{p-q}{p+q}}$$

$$F = 0{,}00437 \text{ qm}.$$

22. In einem Behälter befindet sich Luft von 120° C. unter einer Pressung von 157 mm Manometerhöhe (d. h. unter einem Drucke von 889 mm Quecksilbersäule). Welche Luftmenge strömt in einer Sekunde aus einer Öffnung von 0,0027 qm Querschnitt in einen Raum, in welchem das Barometer auf 732 mm steht?

Wie groß ist diese Luftmenge bei 0° und 15° unter dem normalen Barometerstande von 760 mm?

$$\frac{393}{T} = \left(\frac{889}{732}\right)^{0,2908},$$

daher

$$T = 371$$

$$V = 0,67 \,.\, 0,0027 \sqrt{2\,g\,\frac{c_p}{A}\,(T_1 - T)} = 0,377 \text{ cbm}$$

$$V_0 = 0,267 \text{ cbm}, \quad V_{15} = 0,282 \text{ cbm}.$$

23. Eine Windleitung hat einen Durchmesser von 0,1 m, und das angebrachte Quecksilbermanometer zeigt einen Stand von 105 mm, der bei der Manometeröffnung vorbeigehende Wind hat eine Temperatur von 12° C. und strömt aus einer Öffnung von 0,066 m Durchmesser.

Wie groß ist die Geschwindigkeit der ausströmenden Luft?

Wie groß müßte die Manometerhöhe sein, wenn das Instrument an einer Stelle angebracht ist, wo die Luft noch als ruhend betrachtet werden kann?

$$v = \sqrt{\frac{2\,g\,R\,T_1\,2\,\dfrac{p-q}{p+q}}{1 - \left(\dfrac{r\,F}{F_1}\,\dfrac{q}{p}\right)^2}} = 150,5 \text{ m}.$$

Zur Erledigung der zweiten Frage ist:

$$150,5 = \sqrt{2\,g \,.\, 29,272 \,.\, 285 \,.\, 2\,\frac{p - 760}{p + 760}},$$

und hieraus $p = 873$ mm,
daher die entsprechende Manometerhöhe

$$h = 113 \text{ mm}.$$

24. Welche Wassermenge fließt unter einer Druckhöhe von 1,57 m durch eine kurze Röhre von 0,079 m Durchmesser aus, wenn der Wasserbehälter 0,3 qm Querschnitt hat?

$$V = \mu F \frac{\sqrt{2\,g\,h}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{F}{F_1}\right)^2 + \zeta_1}}$$

$$\varphi = \mu = 0,815; \ \zeta_1 = 0,505$$

$$V = 0,0182 \text{ cbm}.$$

25. Aus einer kurzen Ansatzröhre von 0,157 m Durchmesser fließen unter einem Drucke von 6,3 m in jeder Minute 9,5534 cbm Wasser aus. Wie

groß ist der Geschwindigkeitskoeffizient, der Widerstandskoeffizient und die den Hindernissen in der Röhre entsprechende Druckhöhe?

$$\sqrt{2gh} = \frac{V}{\mu F} = \frac{V}{\varphi F}$$

$$\varphi = 0{,}757$$

$$\zeta_1 = \left(\frac{1}{0{,}757}\right)^2 - 1$$

$$= 0{,}745$$

$$h_1 = \zeta_1 \cdot \frac{v^2}{2g} = 2{,}57 \text{ m.}$$

26. Welche Druckhöhe ist für eine Röhrenleitung von 0,157 m Durchmesser und 41 m Länge notwendig, wenn durch sie in der Minute 1,9 cbm Wasser fortgeleitet werden sollen?

$$V = \frac{F\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta_1 + \zeta_3 \frac{l}{d}}},$$

für $\zeta_3 = 0{,}024$ und $\zeta_1 = 0{,}505$

$$h = 1{,}06 \text{ m.}$$

27. Wie groß ist die Wassermenge, welche eine Röhrenleitung von 15 m Länge und 0,08 m Weite bei 2,4 m Druckhöhe fortleitet?

Für $\zeta_3 = 0{,}02$ ist

$$V = 0{,}015 \text{ cbm.}$$

28. Welche Weite muß eine 25 m lange Röhrenleitung erhalten, die bei 1,6 m Druckhöhe in jeder Sekunde 0,09 cbm abführen soll?

Es ist

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2gh}{(1 + \zeta_1)\, d + \zeta_3 l}\, d},$$

daher

$$d^5 = \left(\frac{4V}{\pi}\right)^2 \frac{(1 + \zeta_1)\, d + \zeta_3 l}{2gh},$$

woraus wir, in dem Ausdruck rechts $d = 0$ gesetzt, zuerst einen angenäherten Wert für d erhalten, nämlich, bei Annahme von $\zeta_3 = 0{,}02$, $d = 0{,}1837$ m. Führen wir nun die Rechnung mit dem erhaltenen Werte noch einmal durch, so ergiebt sich

$$d = 0{,}2 \text{ m.}$$

29. Der lichte Durchmesser einer 942 m langen Röhrenleitung sei 0,262 m, die Druckhöhe 3,8 m und die in einer Sekunde abzuführende Wassermasse betrage 0,02 cbm. Welchen Durchmesser hat die Ausflußöffnung, die in einer dünnen Wand am Ende der Leitung angebracht ist?

Es ist:

$$0{,}02 = \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2g \cdot 3{,}8}{1{,}505 + 0{,}02 \dfrac{942}{0{,}262}}},$$

daher

$$d = 0{,}016 \,\mathrm{m}.$$

30. Die Leitungsröhre zu einem Springbrunnen habe 126 m Länge und einen Durchmesser von 0,1 m. Die Röhre habe auf ihrer Länge drei Kröpfe, für welche $\frac{a}{\varrho} = 0{,}4$ ist. Der Durchmesser des Mundstückes sei 0,02 m und der Querschnitt des Behälters so groß, daß auf eine Bewegung des Wassers in dem Behälter nicht gerechnet werden kann.

Wie groß ist die Sprunghöhe des Wassers, wenn die Druckhöhe 19 m beträgt?

$$h = \frac{v^2}{2g}\left[1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d}\left(\frac{F}{F_1}\right)^2 + 3\zeta_6\right]$$

$$\zeta_1 = 0{,}505; \quad \zeta_2 = 0{,}09;$$

$$\zeta_3 = 0{,}018; \quad \zeta_6 = 0{,}206$$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{h}{1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \dfrac{l}{d}\left(\dfrac{F}{F_1}\right)^2 + 3\zeta_6} = s\,(1 + 0{,}00126\,s)$$

$$s^2 + 794\,s = 6720, \text{ daher } s = 8{,}5 \,\mathrm{m}.$$

31. Aus einem mit einer Gasart gefüllten Gasometer strömt durch eine 126 m lange Röhre von 0,24 m Durchmesser Gas unter einem Drucke von 78 mm Quecksilbersäule aus. Wie groß ist die in einer Sekunde ausfließende Gasmenge, wenn das specifische Gewicht des Gases 0,6, bezogen auf Luft, der Barometerstand 745 mm und die Temperatur 20° C. ist?

$$V = \mu F \sqrt{\frac{2g \dfrac{p - q}{\gamma}}{1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \dfrac{l}{d}}}.$$

Ferner ist

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{RT}{0{,}6}, \text{ daher } \frac{1}{\gamma} = \frac{5}{3}\frac{RT}{p}$$

und deshalb

$$V = \mu F \sqrt{\frac{2gRT\left(1 - \dfrac{q}{p}\right)\cdot\dfrac{5}{3}}{1 + \zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3 \dfrac{l}{d}}}.$$

Für $\mu = 0{,}74$; $\zeta_1 = 0{,}4$; $\zeta_2 = 0{,}09$; $\zeta_3 = 0{,}024$ ist

$$V = 1{,}5 \,\mathrm{cbm}.$$

32. Mit einem Gebläse steht eine 314 m lange Windleitung von 0,12 m Durchmesser in Verbindung. Welchen Querschnitt muß man der Düsenöffnung geben, damit in einer Sekunde 0,11 cbm Luft ausströmen? Die Luft steht unter einem Drucke von 78 mm Quecksilber, der Barometerstand sei 745 mm und die Temperatur 9° C.

$$0{,}11 = 0{,}74\,F \sqrt{\frac{2g \,.\, 2\,\frac{p-q}{p+q}\,R\,T}{1 + 0{,}38 + 0{,}09 + 0{,}024\,\frac{314}{0{,}12}\cdot\left(\frac{F}{\frac{\pi}{4}\,0{,}12^2}\right)^2}}.$$

Zur annähernden Berechnung von F wird in dem Ausdruck unter der Wurzel $F = 0$ gesetzt, dann erhalten wir

$$F = \frac{11}{74}\cdot\sqrt{\frac{1{,}47}{2g\,\frac{156}{1568}\cdot 29{,}272 \,.\, 282}} = 0{,}00142\,\text{qm},$$

und mit Benutzung dieses Wertes unter der Wurzel ergiebt sich

$$F = 0{,}00184\,\text{qm}.$$

33. Eine Windleitung von 100 m Länge soll in jeder Sekunde 0,15 cbm Luft liefern. Der Stand des Quecksilbermanometers sei 81 mm, der des Barometers 752 mm. Die Temperatur des Windes sei 20° und der Durchmesser der Düsenöffnung 0,05 m. Welchen Durchmesser hat unter diesen Verhältnissen die Windleitung?

Es ist

$$0{,}15 = 0{,}74\cdot\frac{\pi}{4}\cdot 0{,}05^2\sqrt{\frac{2g\,\frac{c_p}{A}\,(T_1 - T)}{1{,}47 + 0{,}024\,\frac{100}{d}\cdot\left(\frac{0{,}05}{d}\right)^4}}$$

und

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p}{q}\right)^{0{,}2908},$$

d. h.

$$\left(\frac{833}{752}\right)^{0{,}2908} = \frac{293}{T}$$

$$T = 284{,}4 \quad \text{und} \quad d = 0{,}15\,\text{m}.$$

34. Für eine städtische Wasserversorgung sind zwei einfachwirkende Tauchkolbenpumpen zu bauen, von denen jede bei 40 minutlichen Umdrehungen 540 cbm Wasser in der Stunde liefert. Der Druck in dem Leitungsnetze, gemessen am Druckwindkessel der Pumpe, betrage im Mittel 45 m Wassersäule, die Saughöhe sei so gering, daß sie vernachlässigt werden kann. Welche Abmessungen müssen die Pumpen bekommen? Wie groß ist die Anzahl der effektiven PS, welche die zum Antriebe der Pumpen bestimmte Dampfmaschine zu leisten hat?

Nehmen wir einen Lieferungsgrad der Pumpen $\mu = 0{,}98$ an, wählen den Hub des Tauchkolbens $s = 1{,}1$ m entsprechend einer mittleren Kolbengeschwindigkeit $v_m = 1{,}47$ m, so ergiebt sich, da hier $i = 1$ und $Q = \frac{540}{60\,.\,60}$ $= 0{,}15$ cbm gesetzt werden muß,

$$F = \frac{60\,.\,Q}{\mu\,.\,i\,.\,s\,.\,n}$$

$$= \frac{60\,.\,0{,}15}{0{,}98\,.\,1\,.\,1{,}1\,.\,40}$$

$$= 0{,}209 \text{ qm},$$

entsprechend einem Durchmesser des Tauchkolbens

$$D = 515 \text{ mm}.$$

Der Arbeitsbedarf einer Pumpe ergiebt sich unter Annahme eines mechanischen Wirkungsgrades der Pumpe von $\eta = 0{,}95$:

$$N' = Q \cdot \gamma \cdot \frac{H_s + H_d}{75\,.\,\eta}$$

$$= 0{,}15\,.\,1000 \cdot \frac{45}{75\,.\,0{,}95}$$

$$= 95 \text{ PS}.$$

Die zum Antriebe der beiden Pumpen bestimmte Dampfmaschine muß also eine effektive Leistung haben von

$$N = 190 \text{ PS}.$$

35. Es sind die Abmessungen und der Arbeitsbedarf einer doppeltwirkenden Tauchkolbenpumpe mit Kurbelantrieb festzustellen, welche in der Sekunde 95 Liter auf eine Höhe von 33 m (einschließlich Widerstandshöhe) fördert. Die Pumpe soll $n = 50$ Umdrehungen in der Minute machen, der Lieferungsgrad der Pumpe sei $\mu = 0{,}95$ angenommen.

Machen wir vorläufig über die Wahl von s noch keine Annahme, so ergiebt sich

$$F\,.\,s = \frac{60\,.\,Q}{\mu\,.\,i\,.\,n}$$

$$= \frac{60\,.\,0{,}095}{0{,}95\,.\,2\,.\,50}$$

$$= 0{,}06 \text{ cbm}.$$

Wählen wir eine mittlere Kolbengeschwindigkeit von $v_m = 1{,}5$ m, so ergiebt sich aus $v_m = \frac{2\,s\,.\,n}{60}$

$$s = 0{,}9 \text{ m}.$$

Mit diesem Werte von s wird

$$F = \frac{0{,}06}{0{,}9} = 0{,}067 \text{ qm}$$

und damit der Durchmesser des Tauchkolbens

$$D = 292 \text{ mm}.$$

Die erforderliche Arbeitsstärke zur Bestimmung der Größe der Antriebsmaschine ergiebt sich aus

$$N = Q \cdot \gamma \cdot \frac{H_s + H_d}{75 \cdot \eta} \text{ PS}.$$

Unter Annahme eines mechanischen Wirkungsgrades der Pumpe $\eta = 0{,}95$ und unter Einsetzung der Werte $Q = 0{,}095$ cbm, $\gamma = 1000$ kg, $H_s + H_d = 33$ m, ergiebt sich

$$N = 44 \text{ PS}.$$

36. Es soll eine von einer Dampfmaschine angetriebene Differenzialpumpe gebaut werden, welche bei $n = 60$ minutlichen Umdrehungen 65 Liter in der Sekunde in ein 180 m über dem Saugwasserspiegel gelegenes Wasserbecken fördert. Die Saughöhe, gerechnet vom Wasserspiegel des Saugwasserbehälters bis zum Druckventil, betrage bei niedrigstem Wasserstande 3,5 m, die Länge der Saugleitung sei $l_s = 100$ m.

Da die Differenzialpumpen nur während des Kolben*hinganges* ansaugen, so geschieht ihre Berechnung, d. h. die Feststellung vom Durchmesser des großen Kolbens und Kolbenhub *gerade so wie bei den einfachwirkenden* Kolbenpumpen. Es ist also $i = 1$ zu setzen. Der Lieferungsgrad werde zu $\mu = 0{,}98$ angenommen, der Kolbenhub möge mit Rücksicht auf Raumverhältnisse groß angenommen werden $s = 1$ m, entsprechend einer mittleren Kolbengeschwindigkeit $v_m = 2$ m. Es ergiebt sich der Querschnitt des größeren Pumpenkolbens

$$F = \frac{60 \cdot Q}{\mu \cdot i \cdot s \cdot n}$$
$$= \frac{60 \cdot 0{,}065}{0{,}98 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 60}$$
$$= 0{,}066 \text{ qm},$$

entsprechend einem Durchmesser des größeren Kolbens

$$D = 290 \text{ mm}.$$

Der kleinere Pumpenkolben soll nun so bestimmt werden, daß die Widerstände, welche der Kolben beim Hingange und beim Rückgange zu überwinden hat, annähernd gleich sind. — Vernachlässigt man die Saugarbeit, was bei einer so großen Druckhöhe zulässig ist, so muß, wenn f den Querschnitt des kleinen Kolbens bedeutet, für eine gleichgroße Arbeit beim Hingange wie beim Hergange sein:

$$F - (F - f) = F - f$$

oder

$$f = {}^1/_2 F$$
$$= 0{,}033 \text{ qm},$$

entsprechend einem Durchmesser des kleinen Kolbens

$$d = 206 \text{ mm}.$$

Darf die Saugarbeit nicht vernachlässigt werden, so setzt man den Widerstand, den der Kolben während der Saugperiode erfährt, gleich dem Widerstande, den er während der Druckperiode erfährt. Es ist dann

$$(F - f)p_d + F.p_s = [F - (F - f)]p_d.$$

Hierin bedeutet p_d den specifischen Druckwiderstand, p_s den specifischen Saugwiderstand. Da in dieser Gleichung F, p_d und p_s bekannt sind, läßt sich daraus f berechnen. Für das vorliegende Beispiel wollen wir schätzungsweise in der Saugleitung eine Widerstandshöhe von 1 m annehmen, in der Druckleitung eine Widerstandshöhe von 10 m. Drücken wir F und f in Quadratcentimeter aus, p_d und p_s in Atmosphären, dann wird

$$(660 - f).19 + 660.0{,}45 = f.19.$$

Hieraus ergiebt sich

$$f = 337 \text{ qcm.}$$
$$d = 207 \text{ mm.}$$

Saugleitung und Druckleitung. Die Wassergeschwindigkeit in der Saugleitung sei $v_s = 1{,}1$ m angenommen; die in der Druckleitung, um möglichst kleine Abmessungen zu erhalten, $v_d = 1{,}5$ m. Bezeichnen wir den Durchmesser der Saugleitung mit d_s, den der Druckleitung mit d_d, so ergiebt sich d_s aus der Gleichung

$$\frac{d_s^2 . \pi}{4} \cdot v_s = Q$$

$$d_s = \sqrt{\frac{4.0{,}065}{\pi . 1{,}1}}$$
$$= 275 \text{ mm.}$$

Auf dieselbe Weise ergiebt sich

$$\frac{d_d^2 . \pi}{4} \cdot v_d = Q$$

$$d_d = \sqrt{\frac{4.0{,}065}{\pi . 1{,}5}}$$
$$= 225 \text{ mm.}$$

Saughöhe. Es soll durch eine überschlägige Rechnung festgestellt werden, ob die Pumpe bei $n = 60$ Umdrehungen noch mit Sicherheit ansaugt. Dabei sei vorausgesetzt, daß die bei jedem Hube neu zu beschleunigende Wassersäule, gerechnet vom Wasserspiegel des Saugwindkessels an, 1,5 m betrage.

Der durch Reibung in der 100 m langen Saugleitung hervorgerufene Verlust an Druckhöhe beträgt

$$h_r = \zeta_3 \frac{v_s^2}{2g} \frac{l_s}{d_s}$$
$$= 0{,}03 \frac{1{,}1^2}{2.9{,}81} \cdot \frac{100}{0{,}275}$$
$$= 0{,}67 \text{ m.}$$

Ist die Umdrehzahl $n = 60$, so beträgt bei einem Kolbenhube $s = 1$ m die größte Kolbengeschwindigkeit $v = 3{,}14$ m, die größte Kolbenbeschleunigung $j = \frac{v^2}{r} = \frac{9{,}9}{0{,}5} = 19{,}8$ m. Der Querschnitt f' des Saugrohres vom Saugwindkessel nach der Pumpe ergiebt sich aus der Beziehung

$$F . v_m = f' . v_s'$$

$$f' = F \frac{v_m}{v_s'}.$$

Nehmen wir wie vorher die Wassergeschwindigkeit in diesem kurzen Saugrohre $v_s' = 1{,}1$ m, den Kolbenquerschnitt F und die mittlere Kolbengeschwindigkeit v_m wie oben berechnet, so ergiebt sich

$$f' = 0{,}067 \frac{2}{1{,}1}$$

$$= 0{,}073 \text{ qm},$$

entsprechend einem Durchmesser dieses Saugrohres

$$d_s' = 306 \text{ mm}.$$

Die größte Beschleunigung, welche diese Wassersäule erfährt, ist demnach

$$j' = j \frac{F}{f'}$$

$$= 19{,}8 \frac{0{,}067}{0{,}073}$$

$$= 18 \text{ m}.$$

Der durch Beschleunigung der Saugwassersäule entstehende Verlust ist in Metern Wassersäule

$$h_j = \frac{l}{g} j \cdot \frac{F}{f'}$$

$$= \frac{1{,}5}{9{,}81} \cdot 18$$

$$= 2{,}75 \text{ m}.$$

Durch Wasserreibung in der Saugleitung, sowie durch Beschleunigung gehen mithin $0{,}67 + 2{,}75 = 3{,}42$ m von dem für die Saugwirkung in Betracht kommenden Atmosphärendrucke verloren. Da die Saughöhe selbst 3,5 m beträgt, so bleibt bei normalem Barometerstande zur Überwindung der übrigen weniger in Betracht kommenden Widerstände noch eine Höhe von $10{,}33 - (3{,}42 + 3{,}5) = 3{,}41$ m übrig, und somit erscheint ein Ansaugen der Pumpe selbst bei $n = 60$ Umdrehungen genügend gesichert.

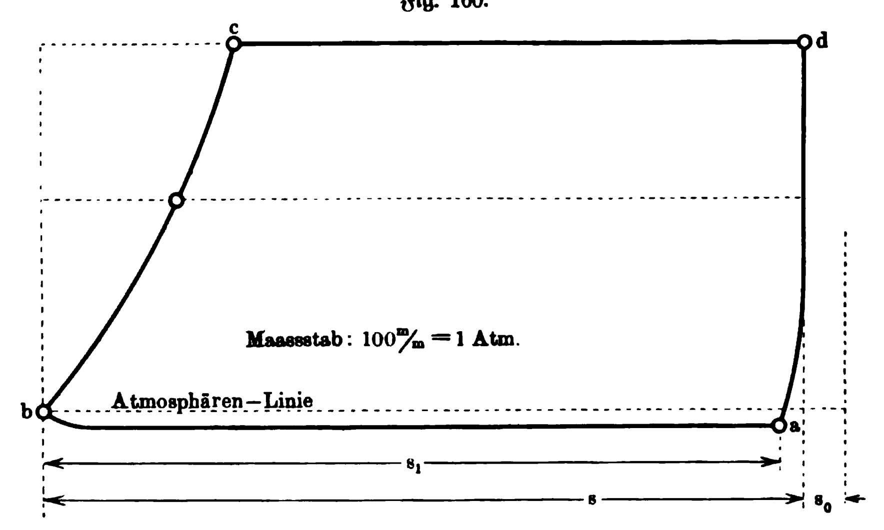
Arbeitsbedarf. Die Förderhöhe der Pumpe beträgt 180 m. Nehmen wir schätzungsweise noch eine Widerstandshöhe von 10 m hinzu, so erhalten wir die Anzahl der effektiven PS, welche die zum Antriebe der Pumpe dienende Dampfmaschine leisten muß, unter Annahme eines mechanischen Wirkungsgrades der Pumpe $\eta = 0{,}95$, aus der Gleichung

$$N_e = \frac{0{,}065 \cdot 1000 \cdot 190}{75 \cdot \eta}$$
$$= 174 \text{ PS.}$$

37. Für eine Hochofenanlage ist ein liegendes Zwillingsgebläse zu berechnen, welches zusammen in der Minute 300 cbm Luft von 0° bei einem Barometerstande von 760 mm Quecksilbersäule ansaugt und eine Windpressung von 0,25 atm Überdruck liefert. Die Maschine soll jedoch so gebaut werden, daß sie noch imstande ist, eine Windpressung von 0,45 atm Überdruck zu liefern. Als höchste Temperatur ist $t = 25°$ C. anzunehmen, als niedrigster Barometerstand b Min. = 750 mm.

Für die Zeichnung des Diagrammes Fig. 160 wählen wir den Maßstab 1 atm = 100 mm, die (völlig beliebige) Länge des Diagrammes sei zu 100 mm angenommen, der schädliche Raum s_0 zu 5 Proz. des vom Kolben

Fig. 160.



durchlaufenen Volumens geschätzt und daher $s_0 = 5$ mm an s angetragen. Der Größe des Maßstabes wegen ist in der Figur die absolute Nulllinie fortgelassen, so daß der Punkt P (s. Fig. 145, S. 226), von welchem aus die Isotherme da und die Adiabate bc entworfen werden müssen, in der Figur nicht angedeutet ist. Der Unterdruck unter der Atmosphäre während der Saugperiode ist zu 2 Proz. angenommen, so daß die Sauglinie des Diagrammes einen Druck von 0,98 atm abs. zeigt. Der Überdruck im Cylinder über die verlangte Windpressung ist zu etwa 2 ½ Proz. angenommen, so daß die Ausblaselinie für den normalen Fall 1,28 atm abs., für den maximalen Fall 1,48 atm abs. zeigt.

Die Gebläseabmessungen. Nach den gegebenen Regeln ist

$$F \cdot s = \frac{Q}{\beta \cdot i \cdot n \cdot \mu},$$

Q, die Anzahl der anzusaugenden Kubikmeter, ist hier $= 150$ zu setzen, da ein Zwillingsgebläse vorliegt und daher jeder von den beiden auszuführenden Cylindern die Hälfte der verlangten Windmenge anzusaugen hat.

$$\beta = \frac{\gamma_1}{\gamma} = \frac{p_1}{p} \cdot \frac{T}{T_1}.$$

Hierin ist zu setzen $p = 760$, $p_1 = 750$, $T = 273$, $T_1 = 273 + 25 = 298$. Tragen wir diese Werte ein, so ergiebt sich $\beta = 0{,}904$.

$i = 2$, weil das Gebläse doppeltwirkend angenommen wird,

μ, den Lieferungsgrad, $= \frac{s_1}{s} \cdot \chi$ nehmen wir 0,93 an,

n, die minutliche Umdrehzahl, wählen wir $= 30$.

Unter Eintragung aller dieser Werte erhalten wir

$$F \,.\, s = \frac{150}{0{,}904 \,.\, 2 \,.\, 30 \,.\, 0{,}93}$$
$$= 2{,}97 \text{ cbm}.$$

Für einen angenommenen Wert

$$s = 1{,}1 \qquad 1{,}2 \qquad 1{,}3 \text{ m}$$

wird die wirksame Kolbenfläche

$$F = 2{,}7 \qquad 2{,}47 \qquad 2{,}28 \text{ qm}.$$

Wir entscheiden uns für den Wert

$$s = 1{,}2 \text{ m}$$

und für einen abgerundeten Wert des Gebläsecylinderdurchmessers

$$D = 180 \text{ cm},$$

entsprechend einem Cylinderquerschnitt

$$F = 25\,500 \text{ qcm}.$$

Um den Arbeitsbedarf des Gebläses zu berechnen, verwandeln wir das Diagramm in ein Rechteck von gleichem Flächeninhalte und gleicher Länge. Dies ergiebt eine Höhe des Rechteckes, d. h. einen mittleren indizierten Druck von

$$p_m \text{ norm.} = 27 \text{ mm} = 0{,}27 \text{ atm}$$
$$p_m \text{ max.} = 41 \text{ mm} = 0{,}41 \text{ atm}.$$

Der Arbeitsbedarf ist dann bei zwei Gebläsecylindern

$$N_e = \frac{i\,(2\,F) \,.\, p_m\, s \,.\, n}{60 \,.\, 75},$$

und unter Eintragung der Werte ergiebt sich, wenn wir von dem Cylinderquerschnitt schätzungsweise 500 qcm für den Querschnitt der Kolbenstange in Abrechnung bringen,

$$\text{norm. } N_e = \frac{2 \,.\, (2 \,.\, 25\,000) \,.\, 0{,}27 \,.\, 1{,}2 \,.\, 30}{60 \,.\, 75}$$
$$= 215 \text{ PS}.$$

$$\text{max. } N_e = \frac{2 \,.\, (2 \,.\, 25000) \,.\, 0{,}41 \,.\, 1{,}2 \,.\, 30}{60 \,.\, 75}$$

$$= 330 \text{ PS.}$$

Unter Annahme eines mechanischen Wirkungsgrades $\eta = 0{,}85$ ergiebt sich als indizierte Leistung der Antriebsdampfmaschine

$$\text{norm. } N_i = \frac{215}{0{,}85} = \sim 250 \text{ PS,}$$

$$\text{max. } N_i = \frac{330}{0{,}85} = \sim 390 \text{ PS.}$$

38. Es sei bei einer Saugstrahlpumpe (Fig. 161) $h = 17{,}5$ m, $r = \frac{f}{f_1} = 0{,}15$, $s = \frac{f_2}{f_1} = 1{,}25$. Es sollen in der Stunde $V_1 = 9$ cbm Wasser auf eine Höhe $h_1 = 5$ m angesaugt werden. Wie groß ist V, die dazu notwendige Menge Aufschlagwasser?

Fig. 161.

Nach den früher § 42 gegebenen Regeln erhalten wir, wenn wir $\varphi = 1$ und $\gamma = \gamma_1$ setzen, die Geschwindigkeit des aus dem Querschnitte f austretenden Wassers aus der Gleichung

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{(p - q)}{\gamma\,[1 - 2r(1 - r)]}$$

$$= \frac{p - q}{\gamma} \cdot \frac{1}{1 - 2r\,(1 - r)};$$

mit $\frac{p - q}{\gamma} = 17{,}5$ und $r = 0{,}15$ wird

$$\frac{v^2}{2g} = 23{,}5,$$

$$v = 21{,}4 \text{ m.}$$

Aus Gleichung 1 und 2 Anwendung 4 folgt:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{p - p_x}{\gamma} - h - h_1 = \frac{v^2}{2g} - h - h_1 = 1{,}0.$$

$$v_2 = 4{,}45 \text{ m,}$$

wobei v_2 die Geschwindigkeit des angesaugten Wassers in der Saugröhre beim Eintritt in das Gehäuse bedeutet. Aus v und v_2 ergiebt sich die Geschwindigkeit beim Durchströmen des Ausflußrohres B

$$v_1 = r \,.\, v + s \,.\, v_2 = 0{,}15 \,.\, 21{,}4 + 1{,}15 \,.\, 4{,}45 = 8{,}75 \text{ m.}$$

Nehmen wir v_0, die Eintrittsgeschwindigkeit des angesaugten Wassers, an der Düse gemessen $= v_1$ an, so erhalten wir:

$$\frac{V}{V_1} = \frac{h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_0 - v_1)^2}{2g}}{h - \frac{v_1^2}{2g} - \frac{(v - v_1)^2}{2g}}$$

$$= \frac{5 + 3{,}9 + 0}{17{,}5 - 3{,}9 - 8{,}2}$$

$$= 1{,}65.$$

Die notwendige Aufschlagwassermenge ist also

$$V = 1{,}65 \; V_1$$
$$= 14{,}8 \text{ cbm}.$$

Der Wirkungsgrad der Saugstrahlpumpe ergiebt sich aus

$$\eta = \frac{V_1 h_1}{V h} = \frac{9 \,.\, 5}{14{,}8 \,.\, 17{,}5}$$
$$= 0{,}174.$$

39. Es sei für ein Wassertrommelgebläse die in der Sekunde zufließende Wassermasse $V = 0{,}06$ cbm, die Entfernung des Oberwasserspiegels von der Saugstelle der Luft $h = 0{,}8$ m, das Gefälle $h + h_1 = 8$ m, und es werde eine Windmenge $V_1 = 0{,}12$ cbm in der Sekunde verlangt. Ist dabei der Querschnitt der konischen Mündung $f = 0{,}014$ qm, der Querschnitt der Einfallröhre $f_1 = 0{,}034$ qm und das specifische Gewicht der Luft $\gamma_1 = 1{,}293$ kg, dann erhalten wir mit denselben Bezeichnungen wie bei Anwend. 5:

$$v = \frac{0{,}06}{0{,}014} = 4{,}3 \text{ m};$$

$$x = 0{,}9425 \text{ m};$$

$$v_2 = \sqrt{2g \,.\, 0{,}1425 \cdot \frac{\gamma}{1{,}293}} = 46{,}5 \text{ m};$$

$$f_2 = \frac{0{,}12}{46{,}5} = 0{,}0026 \text{ qm};$$

$$v_1 = \frac{0{,}18}{0{,}034} = 5{,}3 \text{ m};$$

$$h_2 = 0{,}75 \text{ m};$$

$$\eta = \frac{V_1 h_2}{V (h + h_1)} = 0{,}19.$$

Viertes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

43. Erklärungen und Bezeichnungen. Das Wasser, dessen Bewegung zu technischen Zwecken benutzt wird, hat entweder ein natürliches oder ein künstliches Bett. Ein natürliches Bett wird gebildet durch Ströme, Flüsse, Bäche, ein künstliches durch Kanäle, Gräben und Gerinne. Das Bett besteht aus dem Grundbette oder der Sohle und aus den beiden Ufern. Eine zur Bewegungsrichtung des Wassers senkrecht gelegte Ebene liefert in dem Durchschnitte mit dem Bette den Querschnitt des Bettes. Der Umfang des Querschnittes heißt, soweit er vom Wasser gebildet wird, benetzter Umfang. Eine lotrechte Ebene durch die Richtung des fließenden Wassers liefert den Längendurchschnitt. Die Ursache der Bewegung des Wassers in einem Bette ist in der gegen die Wagerechte geneigten Lage der Sohle zu suchen, indem sich die einzelnen Wasserteilchen, auf einer schiefen Ebene gelegen, vermöge ihres Gewichtes nach tiefer gelegenen Punkten zu bewegen suchen.

Unter Gefälle versteht man die senkrechte Entfernung zweier Punkte der Sohle oder des Wasserspiegels in zwei verschiedenen Querschnitten, wobei jedesmal die Entfernung der beiden Querschnitte, in Richtung des fließenden Wassers gemessen, angegeben werden muß. Hat hiernach ein Fluß auf eine Länge von 7500 m ein Gefälle von 18 m, so heißt das: der Wasserspiegel senkt sich in dieser Entfernung um 18 m. Der Wasserspiegel bildet mit der Wagerechten einen Winkel, den man den Abhang des Flusses nennt. Zwischen dem Gefälle $DH = h$ (Fig. 162), der Länge $AD = l$ und dem Abhange $DAH = \delta$ der Flußstrecke besteht daher die Gleichung:

Fig. 162.

$$\sin \delta = \frac{h}{l} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (72)$$

Die Geschwindigkeit des in einem Bette fließenden Wassers ist in den einzelnen Punkten eines Querschnittes verschieden; sie ist an derjenigen Stelle am größten, welche von der Sohle und den Ufern am weitesten entfernt ist, und nimmt nach dem Boden und den Ufern hin allmählich ab. Es läßt sich die Bewegung des Wassers in Flußbetten mit der in Röhrenleitungen vergleichen, indem die Wasserteilchen, die in unmittelbarer Berührung mit dem Flußbette sind, vermöge der Reibung und Klebrigkeit des Wassers an

der Bewegung gar nicht teilnehmen. Dieser Wasserschicht folgt eine andere, die eine geringe Geschwindigkeit besitzt, woran sich wieder eine Schicht mit größerer Geschwindigkeit schließt u. s. w.; der innerste, von der Sohle und den Ufern am weitesten abstehende Wasserfaden, der sogenannte Stromstrich, hat die größte Geschwindigkeit. Von diesen verschiedenen Geschwindigkeiten des Wassers in einem Querschnitt ist für uns nur von Wichtigkeit die mittlere Geschwindigkeit v, die sich aus dem Inhalte F des Querschnittes und der in einer Sekunde durchgeflossenen Wassermasse V, nach Formel 39, S. 160 bestimmt:

$$v = \frac{V}{F}.$$

Für regelmäßige Querschnitte der Flußbette kann man annehmen, daß die mittlere Geschwindigkeit 0,84 von der größten im Stromstrich gemessenen beträgt. Im Folgenden wollen wir unter Geschwindigkeit immer die mittlere verstehen.

44. Ausgangsgleichung. Um die Bewegungsverhältnisse bei fließendem Wasser zu finden, gehen wir von der in § 40, S. 178 aufgestellten, die Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen betreffenden Formel aus und machen darin die für den vorliegenden Fall notwendigen Änderungen. Es war:

$$x - x_1 + \frac{p - q}{\gamma} - \frac{1}{2g} v^2 \left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2 + \zeta_1 \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 + \zeta_2 + \zeta_3 \frac{l}{d} \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2\right] = 0,$$

worin zuerst $p - q$, ζ_1 und ζ_2 gleich Null zu setzen ist, da überall der atmosphärische Druck für die Flächeneinheit in Rechnung zu bringen und bei dem Übergange des Wassers aus einem Querschnitte in einen benachbarten kein besonderer Eintritts- und Austritts-Widerstandskoeffizient anzunehmen ist. Was den Reibungswiderstand anbetrifft, so ist er nach Versuchen von Weisbach proportional der Länge l der Flußstrecke und proportional dem mittleren benetzten Umfange u auf dieser Strecke, umgekehrt proportional dagegen dem Flächeninhalte des vom Wasser durchströmten mittleren Querschnittes F_0. In dem Ausdrucke $\zeta_3 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2$ ist hiernach $\frac{l}{d} = \frac{l u}{F_0}$ und $v^2 \left(\frac{rF}{F_2}\right)^2 = v_0^2$ zu setzen, unter v_0 die mittlere Geschwindigkeit für die Flußstrecke von der Länge l verstanden. Nach dieser Umformung erhalten wir für unseren Fall als Bewegungsgleichung:

$$x - x_1 - \frac{1}{2g} v^2 \left[1 - \left(\frac{rF}{F_1}\right)^2\right] - \zeta_3 \frac{v_0^2}{2g} \cdot \frac{l u}{F_0} = 0,$$

worin wir noch für ζ_3 einfach ζ, für $x - x_1$ das Gefälle h auf die Länge l und für rF den Querschnitt F_2 zu Ende der Flußstrecke setzen wollen. F_1 bezeichnet dann also den oberen Querschnitt des vom Wasser erfüllten Flußbettes und v die im Querschnitte F_2 vorhandene mittlere Geschwindigkeit des abfließenden Wassers. Die der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen zu Grunde zu legende Formel ist deshalb:

$$h - \frac{v^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2\right] - \zeta \frac{v_0^2}{2g} \cdot \frac{l u}{F_0} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

45. Grundgleichungen. Die im vorigen Paragraphen abgeleitete Formel ist um so genauer, je kleiner l, d. h. je kürzer die untersuchte Flußstrecke genommen wird. Anstatt der Geschwindigkeiten können wir noch die abfließende Wassermasse V einführen. Es ist $V = F_2 v = F_0 v_0$, und deshalb

$$h - \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \zeta \frac{lu}{F_0^3}\right) = 0.$$

Hieraus folgt das Gefälle

$$h = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \zeta \frac{lu}{F_0^3}\right) \quad \ldots \ldots \quad (74)$$

und die Wassermasse

$$V = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \zeta \frac{lu}{F_0^3}}} \quad \ldots \ldots \quad (75)$$

Die für das Gefälle in gewöhnlichen Flußbetten entwickelte Formel (74) wollen wir noch weiter umformen. Bezeichnen wir auf der Flußstrecke von der Länge l die obere *Wassertiefe* mit a_1, die untere mit a_2, so ist, unter δ den *Abhang des Grundbettes* verstanden,

$$h = a_1 - a_2 + l \sin \delta \quad \ldots \ldots \quad (76)$$

Führen wir diesen Wert in der obigen Gleichung für h ein und setzen noch $\frac{F_1 + F_2}{2}$ statt F_0, so erhalten wir:

$$a_1 - a_2 + l \sin \delta = \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} + \zeta \frac{8lu}{(F_1 + F_2)^3}\right).$$

Hieraus folgt die Länge l, welche einer gegebenen Veränderung $a_1 - a_2$ der Wassertiefe entspricht:

$$l = \frac{a_1 - a_2 - \frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2}\right)}{\zeta \frac{8u}{(F_1 + F_2)^3} \cdot \frac{V^2}{2g} - \sin \delta} \quad \ldots \ldots \quad (77)$$

Nehmen wir die mittlere Breite des Flusses an jeder Stelle gleich b an, so daß also $F_1 = a_1 b$ und $F_2 = a_2 b$ gesetzt werden darf, so vereinfacht sich die letzte Gleichung, und wir erhalten:

$$l = \frac{a_1 - a_2 - \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2 a_2^2 b^2}}{8\zeta \frac{u}{b^3} \cdot \frac{1}{(a_1 + a_2)^3} \cdot \frac{V^2}{2g} - \sin \delta}.$$

Führen wir weiter statt der Wassermasse V die Geschwindigkeit v_1 in dem Querschnitte F_1 ein, setzen wir also $V = a_1 b v_1$, so wird

$$l = (a_1 - a_2) \frac{1 - \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{a_1 + a_2}{a_2^2}}{8\zeta \frac{u}{b} \cdot \frac{a_1^2}{(a_1 + a_2)^3} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - \sin \delta}.$$

Wählen wir die zu untersuchende Flußstrecke l klein, so kann man annähernd $a_1 + a_2 = 2a_1 = 2a_2$ nehmen, und wir erhalten schließlich:

$$l = (a_1 - a_2) \frac{1 - \frac{v_1^2}{2g} \cdot \frac{2}{a_1}}{\zeta \frac{u}{a_1 b} \cdot \frac{v_1^2}{2g} - \sin \delta} \quad \ldots \ldots \quad (78)$$

Grundgleichungen bei Kanälen. Ist das Flußbett ein Kanal oder Gerinne von gleichbleibendem Querschnitt F, so vereinfachen sich die im vorigen Paragraphen entwickelten Formeln, indem $F_0 = F_1 = F_2 = F$ zu setzen ist. Wir erhalten für diese Annahme:

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{l u}{F^3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (74a)$$

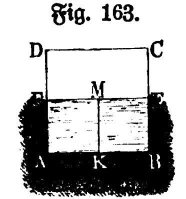
$$V = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{\zeta \frac{l u}{F^3}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (75a)$$

die Geschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{F}{\zeta l u} 2gh}$.

46. Zweckmäßigste Kanalquerschnitte.

Bei der Anlage von Kanälen handelt es sich um den zweckmäßigsten Querschnitt F, d. h. um denjenigen Querschnitt, für welchen bei gegebenem Inhalte F die Geschwindigkeit möglichst groß ausfällt. Aus dem obigen Werte von v ersieht man, daß v ein Maximum ist, wenn der benetzte Umfang u zu einem Minimum gemacht wird. Die in der Wirklichkeit ausgeführten Querschnitte haben bei Gerinnen aus Holz oder Eisen die Form eines Rechtecks oder die eines Halbkreises. Bei gegrabenen Kanälen stellt man den Querschnitt jedoch in Form eines Paralleltrapezes dar. Hiernach sind die Abmessungen des Rechtecks oder des Trapezes zu bestimmen, damit der benetzte Umfang u ein Minimum werde.

Fig. 163.



Bezeichnen wir (Fig. 163) die Breite AB des Rechtecks $ABEF$ mit x und die Höhe AF mit y, so ist:

$$F = xy$$

und es soll

$$u = x + 2y$$
$$= \frac{F}{y} + 2y$$

ein Minimum werden.

Um nun den Wert für y zu finden, welcher den letzten Ausdruck zu einem Minimum macht, setzen wir

$$f(y) = \frac{F}{y} + 2y \quad \text{und} \quad f(y_1) = \frac{F}{y_1} + 2y_1,$$

daher

$$\frac{f(y) - f(y_1)}{y - y_1} = -\frac{F}{y y_1} + 2.$$

Geht man zur Grenze über, setzt also $y = y_1$ und den erhaltenen Ausdruck gleich Null, so entsteht $2y^2 = F$, d. h. $y = \frac{1}{2}\sqrt{2F}$, und ferner ergiebt sich aus

$$xy = F$$

$$x = \sqrt{2F}.$$

Es ist hiernach die Höhe y des Rechtecks gleich der halben Grundlinie x, der Querschnitt $ABEF$ des Gerinnes muß also ein halbes Quadrat von der Seite x bilden. Nennen wir die Wassertiefe MKa, so ist für ein in dieser Weise ausgeführtes Gerinne:

$$v = \sqrt{\frac{a}{\zeta l} g h}$$

$$h = \zeta \frac{v^2}{g} \cdot \frac{l}{a},$$

oder

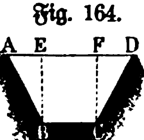
$$h = \zeta \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{l}{2a^5}$$

und

$$V = \sqrt{\frac{2a^5}{\zeta l} 2gh}.$$

Sind anderseits die Abmessungen des Trapezes $ABCD$ (Fig. 164) für einen gegrabenen Kanal zu bestimmen. so ist außer dem Inhalte F des Querschnittes noch der Böschungswinkel $ADC = \vartheta$ des Erdreiches gegeben, der bei der Bestimmung des benetzten Umfanges zu berücksichtigen ist. Es sei x die untere Grundlinie BC des Trapezes und y die Länge $AB = CD$ der nicht parallelen Seiten. Für diese Annahme ist:

Fig. 164.



$$F = \frac{2x + 2y\cos\vartheta}{2} y \sin\vartheta$$

$$u = x + 2y.$$

Der letztere Ausdruck soll zu einem Minimum gemacht werden, d. h. nach Einsetzung des Wertes von x aus der ersten Gleichung muß

$$\frac{F}{y\sin\vartheta} - y\cos\vartheta + 2y,$$

oder

$$\frac{F}{y\sin\vartheta} + y(2 - \cos\vartheta)$$

ein Minimum sein.

Setzen wir

$$f(y) = \frac{F}{y\sin\vartheta} + y(2 - \cos\vartheta);$$

$$f(y_1) = \frac{F}{y_1 \sin\vartheta} + y_1 (2 - \cos\vartheta),$$

dann ist

$$\frac{f(y) - f(y_1)}{y - y_1} = -\frac{F}{y y_1 \sin\vartheta} + 2 - \cos\vartheta.$$

Geht man zur Grenze über, setzt $y = y_1$ und den erhaltenen Ausdruck gleich Null, so ergiebt sich:

$$y^2 \sin\vartheta\,(2 - \cos\vartheta) = F.$$

Hieraus folgt:

$$y = \sqrt{\frac{F}{\sin\vartheta\,(2 - \cos\vartheta)}}$$

und dann

$$x = 2\,\frac{1 - \cos\vartheta}{\sin\vartheta\,(2 - \cos\vartheta)} \cdot \sqrt{F \sin\vartheta\,(2 - \cos\vartheta)}.$$

Die Tiefe $EB = FC = z$ des Kanals aber ist:

$$z = \sqrt{\frac{F \sin\vartheta}{2 - \cos\vartheta}}.$$

Bei gemauerten Kanälen kann der Böschungswinkel ϑ eine beliebige Größe erhalten. Nehmen wir z. B. $\vartheta = 60^\circ$, so wird $x = y = {}^2/_3 \sqrt{F . \sqrt{3}}$, d. h. als Querschnitt ergiebt sich ein halbes regelmäßiges Sechseck; der Inhalt des ganzen Sechseckes ist also gleich $2F$.

47. Geschwindigkeitsänderung bei Steigen des Wasserstandes. Ändert sich in einem Kanale der Wasserstand durch außerordentliche Zuflüsse, so hat dieses eine Vergrößerung der mittleren Geschwindigkeit und eine Vermehrung der abfließenden Wassermenge zur Folge. Hierbei ändern sich der Querschnitt F in F_1, der benetzte Umfang u in u_1, die Geschwindigkeit v in v_1 und die abfließende Wassermasse V in V_1 um. Unter diesen Annahmen ist:

$$v_1 = \sqrt{\frac{F_1}{\zeta\, l\, u_1}\, 2gh},$$

daher

$$\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{F_1}{F}} \cdot \sqrt{\frac{u}{u_1}}$$

und

$$\frac{V_1}{V} = \frac{F_1 v_1}{F v} = \frac{F_1}{F} \cdot \sqrt{\frac{F_1}{F}} \cdot \sqrt{\frac{u}{u_1}}.$$

Bezeichnen wir die ursprüngliche Tiefe mit a, die nach dem Steigen vorhandene mit a_1 und die obere Breite des Kanals mit b, so ist für nicht allzu große Steigungen des Wassers:

$$F_1 = F + b\,(a_1 - a)$$

und

$$u_1 = u + \frac{2\,(a_1 - a)}{\sin\vartheta},$$

unter ϑ den Böschungswinkel der Ufer verstanden. Tragen wir diese Werte in die obigen Ausdrücke für die Geschwindigkeit v_1 und die abfließende Wassermasse V_1 ein, so erhalten wir:

$$v_1 = v\sqrt{1 + \frac{b(a_1 - a)}{F}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2(a_1 - a)}{u \sin \vartheta}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (79)$$

$$V_1 = V\left(1 + \frac{b(a_1 - a)}{F}\right) \cdot \sqrt{1 + \frac{b(a_1 - a)}{F}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2(a_1 - a)}{u \sin \vartheta}} \quad (80)$$

Bei breiten Kanälen mit geringer Böschung kann man annähernd $F = ab$ setzen und $\frac{2(a_1 - a)}{u \sin \vartheta}$ gegen 1 vernachlässigen. Für diese Voraussetzungen erhalten wir:

$$v_1 = v\sqrt{\frac{a_1}{a}}$$

$$V_1 = V\frac{a_1}{a}\sqrt{\frac{a_1}{a}}.$$

48. **Erfahrungswerte für die Anlage von Kanälen.** Bei Anlage eines Kanales ist gewöhnlich die Wassermenge V gegeben, welche durch den Kanal abgeführt werden soll. Zur Bestimmung des Querschnittes F handelt es sich zuerst um die mittlere Geschwindigkeit v. Sie soll erfahrungsmäßig wenigstens 0,209 m betragen, wenn das Wasser leichten Schlamm mit sich führt; ist dagegen das Absetzen von Sand zu befürchten, so ist für v wenigstens 0,418 m zu nehmen. Weiter ist es zu vermeiden, die Geschwindigkeit so groß zu nehmen, daß dadurch ein Wegschwemmen der Sohle und der Ufer herbeigeführt werden könnte. Folgende Tabelle giebt die Maximalwerte von v für verschiedene Bodenarten an:

Beschaffenheit des Flußbettes	Geschwindigkeit an der Oberfläche m	Mittlere Geschwindigkeit m	Geschwindigkeit am Boden m
Schlammige Erde oder brauner Töpferthon	0,151	0,113	0,078
Fetter Thon	0,302	0,229	0,157
Fester Flußsand	0,603	0,458	0,314
Kiesiger Boden	1,224	0,960	0,697
Grobsteiniger Boden	1,519	1,230	0,942
Gemenge von Schieferstücken	2,225	1,858	1,491
Lagerhafte Gebirgsarten	2,718	2,269	1,820
Harte Felsarten	4,240	3,691	3,139

Bezeichnet ϑ den Böschungswinkel der Ufer eines Kanales mit trapezförmigem Querschnitt und a die Tiefe des Bettes, so ist die Ausladung der

oberen Uferkante gegen die untere $a \cot g \vartheta$. Zur Bestimmung von ϑ dienen folgende, der Erfahrung entnommene Angaben:

	$\cot g \vartheta$	ϑ
Für senkrechte Wände	0	90°
Für Futtermauern	½	63° 20′
Für gegrabene Kanäle in fester Erde mit Uferbekleidung	1	45°
Für gegrabene Kanäle in fester Erde ohne Uferbekleidung	1½	33° 40′
Für Kanäle in lockerer Erde, Sand zc.	2	26° 34′

Was den Widerstandskoeffizienten ζ anbetrifft, so ist zu bemerken, daß er, wie bei der Bewegung des Wassers in Röhren, nicht gleichbleibend ist, sondern sich mit der Geschwindigkeit v ändert. Nach Weisbach's Versuchen ist:

$$\zeta = 0{,}007409 \left(1 + \frac{0{,}05853}{v}\right).$$

In der folgenden Tabelle sind die Werte von ζ für verschiedene Wassergeschwindigkeiten zusammengestellt:

Geschwindigkeit . . . v^m =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
Widerstandskoeffizient ζ =	0,01175	0,00958	0,00885	0,00849	0,00828	0,00813

Geschwindigkeit . . . v^m =	0,7	0,8	0,9	1	1,2	1,5
Widerstandskoeffizient ζ =	0,00803	0,00795	0,00789	0,00784	0,00777	0,00771

Geschwindigkeit . . . v^m =	2	3	4	5	
Widerstandskoeffizient ζ =	0,00763	0,00755	0,00752	0,00750	

49. Aufstauung des Wassers durch Wehre. Erklärungen. Die vorhandene Geschwindigkeit der Flüsse und Bäche ist zum Betriebe von Maschinen gewöhnlich zu gering. Um die Geschwindigkeit zu erhöhen, oder um das Wasser durch sein Gewicht auf die Maschine wirken lassen zu können, wird das Wasser durch künstliche Mittel aufgestaut und dadurch an einer Stelle ein größeres Gefälle erzeugt. Zu dem Ende bringt man quer durch den Fluß Einbauten aus Holz oder Steinen an, die man Wehre nennt. Die Wehre zerfallen in Überfallwehre und Schleusenwehre, je nachdem das Wasser frei über die höchste Kante wegfließen kann oder durch aufgestellte Schutz-

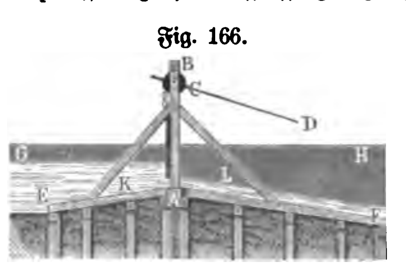
bretter noch über dieser höchsten Kante aufgestaut wird. Die Überfallwehre kommen zur Anwendung, wenn ein Teil des fließenden Wassers in einen oberhalb des Wehres mündenden Kanal treten und hier eine Maschine in Bewegung setzen soll. Die Schleusenwehre werden dagegen unmittelbar vor der zu treibenden Maschine angelegt, und durch den Aufstau des Wassers fällt das Wasser mit einer größeren Geschwindigkeit auf die Maschine, wirkt also mit einer größeren lebendigen Kraft. Man pflegte früher die durch Wehre zu bewirkende Aufstauung nicht über 2,2 bis 2,5 m zu machen, heutzutage wird diese Grenze bisweilen nicht unwesentlich überschritten.

Die Wehre werden dadurch gebildet, daß man den natürlichen Strom des Flusses durch irgend ein Hindernis hemmt. Der zu dem Ende quer durch den Fluß gezogene Damm besteht aus Pfählen oder Steinen und Mauerwerk. Der in Richtung des Stromes gebildete Querschnitt des Wehres hat die Form eines Fünfecks $ABCDE$ (Fig. 165), oder bei massiven Wehren rundet man die scharfen Kanten ab, um den Abfluß des Wassers zu erleichtern; die durch C gehende oberste Kante des Wehres heißt Sattelbaum, Wehrbaum, Fachbaum, deren Verrückung bei Strafe verboten ist. An dem Wehre ist weiter zu unterscheiden (Fig. 165) die Sohle AE, die Brust AB, der Vorherd BC, der Abschußboden CD und der Rücken DE. Bei Schleusenwehren (Fig. 166) ist die Schleuse auf dem Fachbaume A angebracht; zwischen den auf dem Fachbaume eingezapften sogenannten Griessäulen AB bewegen sich die Schützen in Falzen. Das Aufziehen der Schleusen geschieht durch Hebeladen, durch Zahnstange mit Rad, durch Verbindung einer Schraube mit Zahnrädern u. s. w.

Fig. 165.

Der Fachbaum bei Überfallwehren kann entweder höher oder tiefer als der ursprüngliche Wasserspiegel gelegt werden. Hiernach unterscheidet man vollkommene oder Überfallwehre und unvollkommene oder Grundwehre. Die senkrechte Entfernung des gestauten Wasserspiegels von dem natürlichen heißt die Stauhöhe, und die senkrechte Entfernung des Fachbaumes von der Sohle des Flusses nennt man die Wehrhöhe.

Fig. 166.



50. Überfallwehre. Bei dem vollkommenen Überfallwehre (Fig. 167) bezeichne MN den ursprünglichen Wasserspiegel, a die Wassertiefe, H die Wehrhöhe, h_1 die Stauhöhe und h_2 die der Geschwindigkeit des Wassers bei der Stauung entsprechende Höhe. Für diese Annahmen läßt sich der Abfluß des Wassers über das Wehr als ein Ausfluß aus der Seitenöffnung eines Gefäßes ansehen. Der oberen Kante dieser Öffnung entspricht daher die Druckhöhe h_2, für die untere Kante der Öffnung, d. h. für den Fachbaum ist dagegen die Druckhöhe $a + h_1 + h_2 - H$. Bezeichnen wir die lichte Breite des Wehres mit b, so ist die in einer Sekunde ausfließende Wassermenge V nach Formel 49, S. 167:

$$V = {}^2/_3\, \mu F \sqrt{2g}\, \frac{(a + h_1 + h_2 - H)^{3/2} - h_2^{3/2}}{a + h_1 + h_2 - H - h_2}.$$

Der Querschnitt F der Öffnung ist aber $b\,(a + h_1 - H)$, deshalb erhalten wir nach Einsetzung dieses Wertes:

$$V = {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2g}\, [(a + h_1 + h_2 - H)^{3/2} - h_2^{3/2}] \quad . \; . \quad (81)$$

Aus dieser Gleichung folgt die Druckhöhe über dem Fachbaume:

$$a + h_1 - H = \left(\frac{{}^3/_2\, V}{\mu b \sqrt{2g}} + h_2^{3/2}\right)^{2/3} - h_2 \quad . \; . \; . \quad (82)$$

die Stauhöhe:

$$h_1 = \left(\frac{{}^3/_2\, V}{\mu b \sqrt{2g}} + h_2^{3/2}\right)^{2/3} - (h_2 + a - H) \quad . \; . \; . \quad (83)$$

die Wehrhöhe:

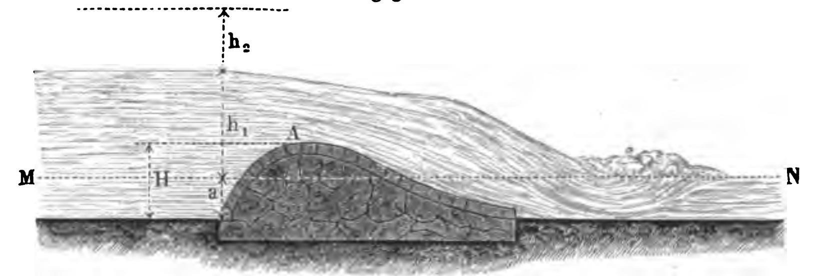
$$H = h_1 + h_2 + a - \left(\frac{{}^3/_2\, V}{\mu b \sqrt{2g}} + h_2^{3/2}\right)^{2/3} \quad . \; . \; . \; . \quad (84)$$

die Höhe des Fachbaumes über dem ursprünglichen Wasserspiegel MN:

$$H - a = h_1 + h_2 - \left(\frac{{}^3/_2\, V}{\mu b \sqrt{2g}} + h_2^{3/2}\right)^{2/3} \quad . \; . \; . \; . \quad (85)$$

Solange $H - a$ positiv bleibt, ist der Überfall ein vollkommener,

Fig. 167.



weshalb für eine zu errichtende Anlage nur dann ein Überfallwehr gebaut werden kann, wenn

$$h_1 + h_2 > \left(\frac{{}^3/_2\, V}{\mu b \sqrt{2g}} + h_2^{3/2}\right)^{2/3}$$

oder

$$V < [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}]\; {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2g}.$$

Der Fachbaum muß dagegen in den ursprünglichen Wasserspiegel gelegt werden, wenn

$$V = [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}]\; {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2g},$$

und es ist die Anlage eines Grundwehres notwendig, wenn

$$V > [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}]\; {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2g}.$$

Die erhaltenen Formeln vereinfachen sich bedeutend, wenn, wie es gewöhnlich der Fall ist, die Wehrhöhe mehr als 0,6 m beträgt. In diesem

Falle ist nämlich die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers so gering, daß man $h_2 = 0$ setzen darf. Nehmen wir, den Versuchen von Weisbach gemäß, $\mu = 0{,}80$ und setzen $a + h_1 - H$ einfach gleich h, so erhalten wir für ein vollkommenes Überfallwehr die überfließende Wassermenge:

$$V = 0{,}533\, b h \sqrt{2 g h},$$

die Druckhöhe:

$$h = \left(\frac{V}{0{,}533\, b \sqrt{2 g}}\right)^{2/3},$$

die Stauhöhe:

$$h_1 = \left(\frac{V}{0{,}533\, b \sqrt{2 g}}\right)^{2/3} - (a - H),$$

die Wehrhöhe:

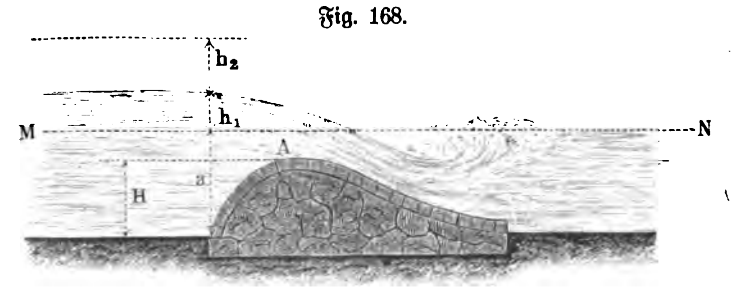
$$H = h_1 + a - \left(\frac{V}{0{,}533\, b \sqrt{2 g}}\right)^{2/3},$$

die Bedingung für die Möglichkeit der Anlage eines vollkommenen Überfallwehres:

$$V < 0{,}533\, b h_1 \sqrt{2 g h_1} \quad \text{. . . . .} \quad (86)$$

51. Grundwehre. Für die Untersuchungen bei dem Grundwehre (Fig. 168) behalten wir die gemachten Bezeichnungen bei und denken die abfließende Wassermasse V aus den beiden Teilen V_1 und V_2 bestehend, von denen die

Fig. 168.



erstere V_1 die Wassermasse bis herunter zu dem ursprünglichen Wasserspiegel MN ausmacht, also gerade so berechnet werden kann wie beim vollkommenen Überfallwehre. Der zweite Teil V_2 der Wassermasse, zwischen dem ursprünglichen Wasserspiegel MN und dem Fachbaume A gelegen, hat in sämtlichen Punkten dieselbe Geschwindigkeit, welche der Stauhöhe h_1 entspricht, da die Vermehrung der Druckhöhe in den einzelnen Punkten durch die entsprechende Druckhöhe des Unterwassers wieder aufgehoben wird. Hiernach ist

$$V_1 = {}^2/_3\, \mu b \sqrt{2 g}\, [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}]$$

$$V_2 = \mu b\, (a - H) \sqrt{2 g}\, (h_1 + h_2)^{1/2},$$

und deshalb

$$V = \mu b \sqrt{2 g}\, ({}^2/_3 [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}] + (a - H)(h_1 + h_2)^{1/2}) \quad (87)$$

Aus der Wassermasse V und der Stauhöhe h_1 ergiebt sich die Höhe des gestauten Wasserspiegels über dem Fachbaume:

$$a - H + h_1 = \frac{V}{\mu b \sqrt{2g(h_1 + h_2)}} - {}^2/_3 \frac{(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}}{(h_1 + h_2)^{1/2}} + h_1 \,. \quad (88)$$

Weiter ist die Wehrhöhe:

$$H = a + {}^2/_3 \frac{(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}}{(h_1 + h_2)^{1/2}} - \frac{V}{\mu b \sqrt{2g(h_1 + h_2)}} \,. \quad . \quad (89)$$

Die Tiefe des Fachbaumes unter dem ursprünglichen Wasserspiegel MN aber ist:

$$a - H = \frac{V}{\mu b \sqrt{2g(h_1 + h_2)}} - {}^2/_3 \frac{(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}}{(h_1 + h_2)^{1/2}} \,. \quad . \quad . \quad (90)$$

Solange dieser Ausdruck positiv bleibt, ist die Anlage eines Grundwehres möglich. Wir kommen dabei zu der schon oben gefundenen Bedingung:

$$V > {}^2/_3 \mu b \sqrt{2g} \, [(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}].$$

Nehmen wir hier ebenfalls die Geschwindigkeit des gestauten Wassers gering an, setzen wir also $h_2 = 0$ und μ wieder $= 0{,}80$, so ist für ein Grundwehr die überfließende Wassermasse:

$$V = 0{,}533\, b \sqrt{2 g h_1} \, [h_1 + {}^3/_2 \, (a - H)],$$

die Bedingung für die Anlage eines Grundwehres:

$$V > 0{,}533\, b\, h_1 \sqrt{2 g h_1},$$

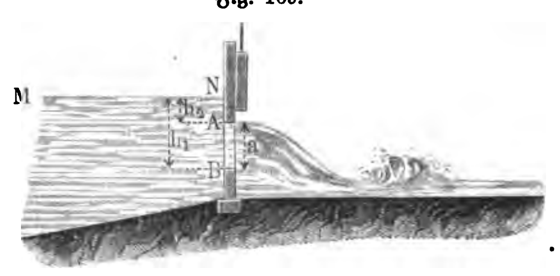
und die Bedingung, unter welcher der Fachbaum gerade in den Wasserspiegel gelegt werden muß,

$$V = 0{,}533\, b\, h_1 \sqrt{2 g h_1}.$$

52. Schleusenwehre.

Bei einem Schleusenwehre (Fig. 169) habe die rechteckige Schützenöffnung AB die Breite b und die Höhe a, der Ausfluß des Wassers finde in freier Luft statt,

Fig. 169.



und die Entfernungen der unteren und oberen Kante der Öffnung vom Wasserspiegel MN, den wir als vollkommen ruhend annehmen, seien h_1 und h_2. Für diese Annahmen ist die Wassermenge nach Formel 49, S. 167:

$$V = {}^2/_3 \, \mu a b \sqrt{2g} \, \frac{h_1^{3/2} - h_2^{3/2}}{h_1 - h_2} \,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (91)$$

Nimmt man an, daß in der Mitte der Schützenöffnung die mittlere Geschwindigkeit stattfindet, so kann man als mittlere Druckhöhe $h_1 - \frac{a}{2}$ einführen, und die Wassermasse läßt sich nach der einfacheren Formel:

$$V = \mu a b \sqrt{2 g \left(h_1 - \frac{a}{2}\right)}$$

berechnen. Wir setzen hierin h_1 einfach gleich h und haben nun in der Formel nur diejenigen Abmessungen, die sich mit großer Genauigkeit messen lassen. Es ist die Formel

$$V = \mu a b \sqrt{2 g \left(h - \frac{a}{2}\right)} \quad \cdots\cdots \quad (92)$$

zur Berechnung der zufließenden Wassermasse besonders wichtig, weil sie bei gehöriger Benutzung des Koeffizienten μ die genauesten Werte für die Wassermenge V liefert. Diese Benutzung ist aber um so leichter, als gerade für den vorliegenden Fall, wenn nämlich das Wasser durch eine Schützenöffnung fließt, die meisten Versuche zur Bestimmung von μ angestellt worden sind. Wir wissen nach dem Früheren, daß der Ausflußkoeffizient μ ein Produkt aus dem Geschwindigkeitskoeffizienten φ und dem Kontraktionskoeffizienten r ist. Da sich jedoch der Wert von φ nicht wesentlich ändert, so ist die Art der Kontraktion besonders auf den Ausflußkoeffizienten μ von Einfluß.

Kann das Wasser von allen Seiten der Schützenöffnung zufließen, liegt also die untere Kante der Öffnung nicht in dem Boden des Zuführungsgerinnes, so findet auf allen Seiten der Öffnung Kontraktion statt, die Kontraktion ist dann eine vollständige. Fließt das Wasser anderseits von einigen Seiten der Öffnung zu, reicht also die Öffnung bis an den Boden oder bis an die Seitenwände des Gerinnes, so findet nur an einigen Seiten der Ausflußöffnung Kontraktion statt, diese Kontraktion ist eine unvollständige, teilweise. Der ausfließende Strahl erhält bei einer teilweisen Kontraktion eine schiefe Richtung, und die Ausflußmenge wird dabei größer.

Nach den hierüber an rechteckigen Öffnungen angestellten Versuchen sind die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte von μ zu benutzen:

Art der Kontraktion	Anzahl der Seiten, an welchen Kontraktion stattfindet	Wert des Ausflußkoeffizienten μ
vollständige	4	0,617
teilweise	3	0,642
	2	0,666
	1	0,716
gar keine	0	0,815

Es war bei Herleitung der letzten Formel angenommen worden, daß sich das Wasser unmittelbar vor der Öffnung in Ruhe befindet. Ist dies nicht der Fall, so müßte, ähnlich wie bei den Überfallwehren, die der vorhandenen Geschwindigkeit entsprechende Höhe in Rechnung gebracht werden. Da die Formeln zur Berechnung der Wassermenge V dadurch für den praktischen Gebrauch unbequem werden, so kann man den angestellten Versuchen gemäß bei gehöriger Änderung des Ausflußkoeffizienten μ die oben angegebene Formel

$$V = \mu a b \sqrt{2g\left(h - \frac{a}{2}\right)}$$

in Anwendung bringen. Es hat sich nämlich gezeigt, daß der ausfließende Strahl um so weniger zusammengezogen ist, daß also die ausfließende Wassermenge um so größer wird, je schneller das Wasser der Schützenöffnung zufließt. Es ist hier also bei Anwendung der einfachen Formel eine andere Kontraktion zu berücksichtigen, die man zum Unterschiede von der früheren unvollkommene genannt hat. Diese unvollkommene Kontraktion findet immer dann statt, wenn der Querschnitt F_1 des Gerinnes wenig größer ist als der Querschnitt F_2 der Schützenöffnung. Bezeichnen wir den Ausflußkoeffizienten bei vollkommener Kontraktion (gleichviel ob sie vollständig oder teilweise ist) mit μ, den bei unvollkommener mit μ_1, und ist β ein Erfahrungskoeffizient, so ist den von Weisbach angestellten Versuchen gemäß:

$$\mu_1 = \mu\,(1 + \beta).$$

Die Größe β, von dem Verhältnisse

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\text{Querschnitt der Ausflußöffnung}}{\text{Querschnitt des Gerinnes}}$$

abhängig, findet sich in der folgenden Tabelle:

Wenn $\frac{F_2}{F_1}$ =	0,1	0,2	0,3	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6
so ist β =	0,019	0,042	0,071	0,107	0,128	0,152	0,178	0,208

Wenn $\frac{F_2}{F_1}$ =	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
so ist β =	0,241	0,278	0,319	0,365	0,416	0,473	0,537	0,608

Aus dem Werte V für die Wassermenge erhalten wir die Stauhöhe über der untersten Kante der Öffnung:

$$h = \left(\frac{V}{\mu a b \sqrt{2g}}\right)^2 + \frac{a}{2}.$$

Handelt es sich um eine recht genaue Wassermessung, so ist immer die in diesem Paragraphen angegebene Art der Messung in Anwendung zu bringen. Die in den früheren Paragraphen gezeigten Verfahren aus der mittleren Geschwindigkeit des Flusses und dem Querschnitte oder mittels eines Überfallwehres sind weniger zuverlässig. Jedoch ist das Verfahren mittels Überfallwehres namentlich bei kleineren Wassermengen sehr bequem und liefert auch in den meisten Fällen genügend genaue Ergebnisse.

Ist es bei der Anlage von Überfallschützen nicht möglich, den Ausfluß des Wassers in freier Luft zu erhalten, sondern erfolgt der Ausfluß

(Fig. 170) unter Wasser, so ist für alle Punkte des ausfließenden Strahles eine gleichbleibende Druckhöhe, die Entfernung $AB = h$ der beiden Wasserspiegel vor und hinter der Schutzöffnung CD, in Rechnung zu bringen. Wir haben hier unter den obigen Voraussetzungen die ausfließende Wassermenge

$$V = \mu a b \sqrt{2gh} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (93)$$

Findet der Abfluß des Wassers durch die Schützenöffnung teilweise unter Wasser, teilweise in freier Luft (Fig. 171) statt, so ist die ausfließende Wassermenge als aus zwei Teilen bestehend zu betrachten, wie bei der Beurteilung des Grundwehres, so daß also die beiden Formeln

Fig. 170.

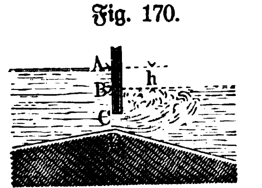
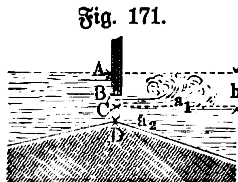


Fig. 171.



$$\mu a_1 b \sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a_1}{2}\right)}$$

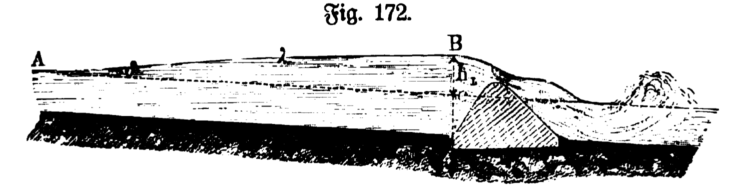
und

$$\mu a_2 b \sqrt{2gh_2}$$

zur Anwendung kommen. Der Wert von μ ist aus den obigen Angaben zu entnehmen, wobei genau zu berücksichtigen ist, ob die stattfindende Kontraktion eine vollständige oder teilweise, eine vollkommene oder unvollkommene ist.

53. Stauweite unter Annahme einer bestimmten Staukurve. Die durch ein Wehr erhaltene Stauung kann für Wasserwerke, welche sich oberhalb des Wehres befinden, oder für niedrig gelegene Grundstücke nachteilig sein, indem bei hohem Wasserstande die Wasserwerke durch das zurückgestaute Wasser einen Widerstand an ihrem Wasserrade erfahren, die niedrig gelegenen Grundstücke aber von großen Überschwemmungen zu leiden haben. Hiernach ist es oft notwendig, bei Anlage eines Wehres die Höhe des Fachbaumes über dem natürlichen Wasserspiegel in der Weise zu bestimmen, daß die angedeuteten Übelstände nicht stattfinden können. Es handelt sich also bei einer neuen Anlage, für welche eine bestimmte Stauhöhe angenommen wird, um

Fig. 172.



die Entfernung, bis zu welcher sich die Stauung rückwärts erstreckt, um die sogenannte Stauweite. Wenn man für die Oberfläche des gestauten Wasserspiegels bestimmte Annahmen macht, so handelt es sich bei der Berechnung der Stauweite um den Durchschnitt dieser Oberfläche mit dem vor der Stauung vorhandenen Wasserspiegel, oder wenn man die Durchschnittslinie einer senkrechten Ebene mit der Oberfläche des gestauten Wassers die Staukurve nennt, so ist der Durchschnittspunkt dieser Staukurve mit der Stromlinie des ungestauten Wassers zu bestimmen.

In dieser Weise ist die Stauweite mehrfach bestimmt worden, je nachdem

man für die Staukurve eine wagerechte oder eine gegen die Wagerechte **geneigte gerade Linie**, einen **Kreisbogen** oder einen **Parabelbogen** angenommen hat. Für die erste Annahme, wenn also die Staukurve AB (Fig. 172) als eine gerade wagerechte Linie angesehen wird, ergiebt sich die einfachste Beziehung zwischen der Stauhöhe $BC = h_1$ und der Stauweite $AB = \lambda$. Bezeichnet wieder δ den Abhang des ursprünglichen Wasserspiegels oder der Flußsohle, so ist die Stauweite:

$$\lambda = h_1 \, cotg \, \delta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (94)$$

Zur Bestimmung von δ dient Formel 72, S. 274:

$$sin \, \delta = \frac{h}{l},$$

unter h das ursprüngliche Gefälle auf die Länge l verstanden. Für eine gleichförmige Bewegung des Wassers im Flußbette haben wir nach Formel 74a, S. 277:

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g} \frac{l u}{F^3}.$$

Hieraus folgt:

$$sin \, \delta = \frac{h}{l} = \zeta \frac{V^2}{2g} \frac{u}{F^3},$$

und da

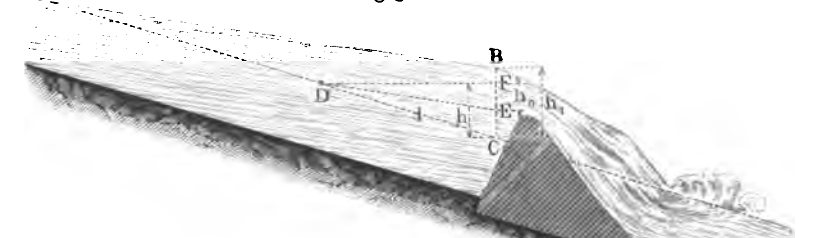
$$cotg \, \delta = \frac{\sqrt{1 - sin \, \delta^2}}{sin \, \delta}$$

ist, so ergiebt sich für die Stauweite λ die Gleichung:

$$\lambda = h_1 \frac{\sqrt{1 - \left(\zeta \frac{V^2}{2g} \frac{u}{F^3}\right)^2}}{\zeta \frac{V^2}{2g} \frac{u}{F^3}}$$

$$\lambda = h_1 \sqrt{\left(\frac{2g F^3}{\zeta V^2 u}\right)^2 - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (95)$$

Fig. 173.



Führen wir die Rechnung auch für die zweite Voraussetzung durch, daß nämlich die Staukurve AB (Fig. 173) eine gegen die Wagerechte geneigte

gerade Linie ist. Zu dem Ende ziehen wir von dem beliebigen Punkte D eine Parallele DE zur Staukurve und eine Wagerechte DF. Es ist dann FC das Gefälle h für den ursprünglichen Wasserspiegel und FE das Gefälle h_0 für die Stauung auf die Länge $DC = l$. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke DEC und ABC folgt:

$$EC : BC = DC : AC.$$

Für EC setzen wir die Differenz $h - h_0$ der Gefälle, BC ist die Stauhöhe h_1, DC ist $= l$ und für AC läßt sich annähernd die Stauweite λ setzen.

Hiernach erhalten wir aus der obigen Proportion:

$$\lambda = \frac{h_1 l}{h - h_0}$$

oder

$$\lambda = \frac{h_1}{\frac{h}{l} - \frac{h_0}{l}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (96)$$

Nach der oben angeführten Formel ist

$$\frac{h}{l} = \zeta \frac{V^2}{2g} \frac{u}{F^3},$$

und

$$\frac{h_0}{l} = \zeta \frac{V^2}{2g} \frac{u_0}{F_0^3},$$

unter u und F den benetzten Umfang und Querschnitt des Flusses vor der Stauung, unter u_0 und F_0 die entsprechenden Werte unmittelbar vor dem Wehre nach erfolgter Stauung des Wassers verstanden.

Tragen wir diese Werte in den oben erhaltenen Ausdruck für die Stauweite λ ein, so erhalten wir:

$$\lambda = \frac{2 g h_1}{\zeta V^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3}\right)}.$$

Nach den Versuchen von du Buat muß man, um der wirklichen Stauweite näher zu kommen, diesen entwickelten Wert mit 1,9 multiplizieren. Hiernach ist für diese zweite Annahme:

$$\lambda = \frac{1{,}9 \,.\, 2 g h_1}{\zeta V^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (97)$$

Für zwei verschiedene Stauhöhen h_1 und h_2 seien die Stauweiten λ_1 und λ_2. Bei Benutzung von Formel 95 haben wir:

$$\lambda_1 = h_1 \sqrt{\left(\frac{2 g F_1^3}{\zeta V^2 u_1}\right)^2 - 1}$$

$$\lambda_2 = h_2 \sqrt{\left(\frac{2 g F_2^3}{\zeta V^2 u_2}\right)^2 - 1}.$$

Hieraus folgt:

$$\lambda_2 = \frac{h_2}{h_1}\,\lambda_1 \sqrt{\frac{\left(\frac{2\,g\,F_2^3}{\zeta\,V^2\,u_2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{2\,g\,F_1^3}{\zeta\,V_2\,u_1}\right)^2 - 1}},$$

und bei Vernachlässigung der Summanden 1 unter den Wurzeln:

$$\lambda_2 = \frac{h_2}{h_1}\,\frac{F_2^3\,u_1}{F_1^3\,u_2}\cdot\lambda_1.$$

Bezeichnet b die Breite des Flusses, so ist die durch Vergrößerung der Stauhöhe vermehrte aufgestaute Wassermasse W:

$$W = {}^1/_2\,\lambda_2\,h_2\,b - {}^1/_2\,\lambda_1\,h_1\,b$$

$$W = {}^1/_2\,b\,\lambda_2\left(h_2 - \frac{h_1^2}{h_2}\,\frac{F_1^3\,u_2}{F_2^3\,u_1}\right) \quad \ldots\ldots \quad (98)$$

worin noch nach § 47

$$F_2 = F_1 + b\,(a_2 - a_1)$$

und

$$u_2 = u_1 + 2\,\frac{a_2 - a_1}{\sin\vartheta}$$

gesetzt werden kann.

54. Berechnung der Stauweite ohne Annahme einer bestimmten Staukurve. Die in § 45 abgeleitete Formel 78 läßt sich unter der dort gemachten Voraussetzung, daß die Flußstrecke verhältnismäßig klein gewählt wird, ebenfalls zur Berechnung der Stauweite λ benutzen, ohne über die Form der Staukurve eine bestimmte Voraussetzung zu machen. Verstehen wir in der Formel

$$l = (a_1 - a_2)\,\frac{1 - \frac{v_1^2}{2g}\,\frac{2}{a_1}}{\zeta\,\frac{u}{a_1\,b}\,\frac{v_1^2}{2g} - \sin\delta}$$

unter a_1 die Tiefe des Wassers unmittelbar am Wehre und unter a_2 die Tiefe in einer kleinen Entfernung stromaufwärts vom Wehre, so ist dadurch der früheren Voraussetzung zufolge die Bezeichnung a_1 und a_2 umgekehrt worden, weshalb auch der Nenner des obigen Ausdruckes entgegengesetzt zu nehmen ist, um positive Werte für l zu erhalten. Es ist hiernach, wenn wir noch u_1 statt u, b_1 statt b setzen, um damit anzudeuten, daß diese Angaben sich auf die Stelle des Flusses unmittelbar am Wehre beziehen,

$$l = (a_1 - a_2)\,\frac{1 - \frac{v_1^2}{2g}\,\frac{2}{a_1}}{\sin\delta - \zeta\,\frac{u_1}{a_1\,b_1}\,\frac{v_1^2}{2g}},$$

und hieraus die einer angenommenen Länge l_1 stromaufwärts entsprechende Tiefenabnahme:

$$a_1 - a_2 = \frac{\sin\delta - \zeta \frac{u_1}{a_1 b_1} \frac{v_1^2}{2g}}{1 - \frac{v_1^2}{2g} \frac{2}{a_1}} l_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (99)$$

Gehen wir von dem erhaltenen Punkte l_2 Längeneinheiten weiter, so ergiebt sich ebenso:

$$a_2 - a_3 = \frac{\sin\delta - \zeta \frac{u_2}{a_2 b_2} \frac{v_2^2}{2g}}{1 - \frac{2}{a_2} \frac{v_2^2}{2g}} l_2.$$

Fährt man in derselben Weise fort, so läßt sich für eine gegebene Entfernung $l_1 + l_2 + l_3 + \cdots$ nach und nach die Tiefenabnahme in dem Flusse berechnen, und umgekehrt läßt sich aus den punktweise gemessenen Tiefenabnahmen die Entfernung vom Wehre angeben. Geht man hierbei so weit zurück, daß die Differenz der Tiefen $a_n - a_{n+1}$ von zwei auf einander folgenden Punkten Null oder verschwindend klein wird, so ist die Summe

$$l_1 + l_2 + l_3 + \cdots l_n = \Sigma\, l_n$$

gleich der gesuchten Stauweite λ. Hiernach haben wir für die Stauweite λ die Gleichung:

$$\lambda = \Sigma\, l_n = \Sigma \left((a_n - a_{n+1}) \frac{1 - \frac{2}{a_n} \frac{v_n^2}{2g}}{\sin\delta - \zeta \frac{u_n}{a_n b_n} \frac{v_n^2}{2g}} \right) \cdot \quad \cdot \quad (100)$$

Benutzt man die Längen l_1, $l_1 + l_2$, $l_1 + l_2 + l_3$ u. s. w. als Abscissen, die Tiefen aber als die zugehörigen Ordinaten, so kann man mit Hülfe der nach Formel 99 gebildeten Ausdrücke die Form der Staukurve punktweise ermitteln und danach ihre Eigenschaft bestimmen. Nimmt man die Entfernungen l_1, $l_2 \ldots$ unendlich klein, so läßt sich mit Hülfe der höheren Analysis ein genauerer Wert für die Stauweite λ berechnen.

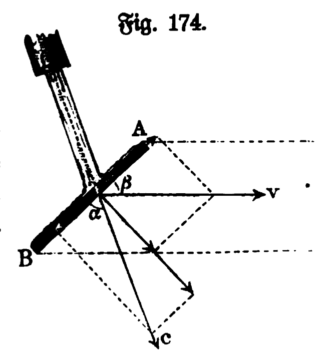
55. Stoß des fließenden Wassers gegen einen Widerstand. Stellt sich dem fließenden Wasser ein Widerstand entgegen, so übt das Wasser dagegen einen Stoß aus. Der Stoß des Wassers ist insofern von dem Stoße fester Körper verschieden, als bei dem festen Körper nur eine einmalige Einwirkung zu erkennen ist, bei dem Wasser dagegen der Stoß durch sehr viele Massenteilchen in ununterbrochener Folge hervorgerufen wird, weshalb der Wasserstoß mit dem hydraulischen Druck (§ 28) vollkommen übereinstimmend ist.

Man unterscheidet nun erstens den Stoß, den ein einzelner Wasserstrahl hervorruft, ferner den Stoß im begrenzten Wasser, in einem Gerinne, und den Stoß im unbegrenzten Wasser, in einem Flusse. Das in die Zellen eines oberschlächtigen Wasserrades (s. S. 302) eintretende Wasser liefert ein Beispiel zum Stoße einzelner Strahlen. Die Schaufeln eines unterschlächtigen Wasserrades erleiden einen Stoß im begrenzten Wasser,

und die Schaufeln der Räder von Dampfbooten, von Schiffsmühlen haben den Stoß im unbegrenzten Wasser auszuhalten. Außerdem ist die Größe des Wasserstoßes noch davon abhängig, ob der sich entgegenstellende Widerstand in Ruhe oder in Bewegung ist, ob das Wasser den Widerstand senkrecht oder schief trifft.

Der aus der Öffnung O (Fig. 174) ausfließende Strahl treffe das Hindernis AB mit der Geschwindigkeit c unter dem Winkel α, während das Hindernis unter dem Winkel β mit der Geschwindigkeit v ausweicht. Da die zur Fläche AB senkrecht gerichteten Komponenten allein auf den Stoß Einfluß haben, so zerlege man die Geschwindigkeiten c und v nach Richtung der Fläche AB und senkrecht dazu. Die Geschwindigkeit des Wassers $c \sin \alpha$ senkrecht zur Fläche muß auf die Geschwindigkeit $v \sin \beta$ gebracht werden. Geht diese Umsetzung allmählich vor sich, und bezeichnen wir die in einer Sekunde zufließende Wassermasse mit Q, so ist die der Geschwindigkeitsänderung entsprechende Arbeit:

Fig. 174.



$$\frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} (c^2 \sin^2 \alpha - v^2 \sin^2 \beta).$$

Der durch die plötzliche Änderung in der Geschwindigkeit hervorgerufene Stoß wird die angegebene Arbeit vermindern, und zwar erhalten wir, unter der Voraussetzung, daß die Tafel AB und das Wasser als unelastische Körper angesehen werden, den Verlust an Arbeit nach Teil I:

$$V = \frac{1}{2} (c_2 - c_1)^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

Für unseren vorliegenden Fall entsteht der entsprechende Wert, wenn wir die Masse m_1 des gestoßenen Körpers (die Fläche AB) sehr groß gegen die Masse m_2 des Wasserstrahles annehmen und deshalb im Nenner den Wert m_2 gegen m_1 vernachlässigen. Setzen wir noch $c_2 = c \sin \alpha$ und $c_1 = v \sin \beta$, so erhalten wir den Verlust an Arbeit:

$$V = \frac{m_2}{2} (c \sin \alpha - v \sin \beta)^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} (c \sin a - v \sin \beta)^2.$$

Der übrigbleibende Teil der Arbeit ist die Arbeitsleistung L des Wasserstoßes, die wir auch mit Pv bezeichnen können, unter P den Wasserstoß, den hydraulischen Druck in Kilogrammen für die Bewegungsrichtung der Fläche AB verstanden. Wir erhalten demnach:

$$L = Pv = \frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} (c^2 \sin^2 \alpha - v^2 \sin^2 \beta) - \frac{1}{2} \cdot \frac{Q\gamma}{g} (c \sin \alpha - v \sin \beta)^2$$

$$= \frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} 2 v \sin \beta (c \sin \alpha - v \sin \beta)$$

und

$$P = 2\,\frac{Q\gamma}{2g}\,(c \sin\alpha - v \sin\beta)\,\sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (101$$

Bewegt sich die Tafel AB dem Wasser entgegen, so ist in den entwickelten Formeln $-v$ statt v zu setzen, und wir erhalten dann den Wasserstoß:

$$P = 2\,\frac{Q\gamma}{2g}\,(c \sin\alpha + v \sin\beta)\,\sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (102)$$

Hatte die Fläche keine Geschwindigkeit, ist also $v = 0$, so wird

$$P = 2\,\frac{Q\gamma}{2g}\,c \sin\alpha \sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (103)$$

56. **Folgerungen.** a) Das Wasser stößt senkrecht gegen eine ruhende Fläche, welche in der Richtung des ankommenden Wassers ausweicht:

$$P = 2\,\frac{Q\gamma}{2g}\,c.$$

Ist F der Querschnitt des Wasserstrahles, so ist

$$Q = Fc$$

und

$$P = 2F\gamma\,\frac{c^2}{2g}.$$

Setzen wir noch statt $\frac{c^2}{2g}$ die Geschwindigkeitshöhe h, so ist endlich:

$$P = 2\,Fh\gamma.$$

Denken wir ein Gefäß bis auf die Höhe h mit Wasser gefüllt, und machen wir darin eine Öffnung von der Größe F, so ist der hier wirksame hydrostatische Druck

$$= Fh\gamma,$$

und der gegen eine vor die Öffnung gehaltene Platte ausgeübte hydraulische Druck

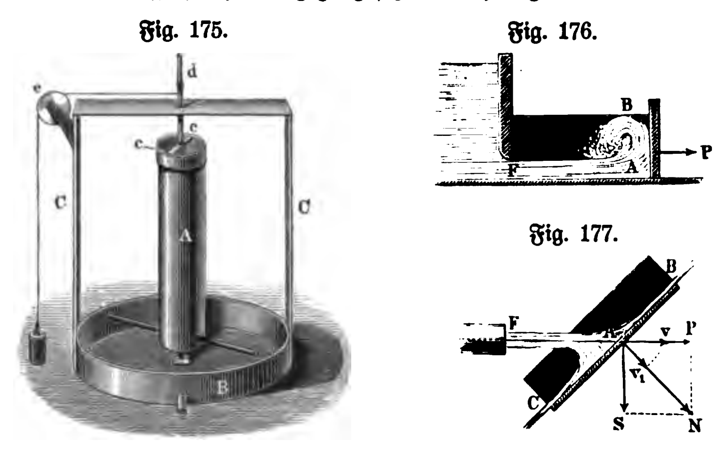
$$= 2\,Fh\gamma,$$

d. h. der hydraulische Druck ist unter der Voraussetzung, daß das Wasser seine Geschwindigkeit vollständig verliert, das Doppelte des hydrostatischen Druckes. Hieraus folgt, daß der Teil der Gefäßwandung, welcher der Öffnung (in einer Seitenwand) gerade gegenüber liegt und mit der Öffnung dieselbe Größe hat, während des Wasserausflusses einen senkrechten Druck auszuhalten hat, welcher das Doppelte des hydrostatischen beträgt und bei geeigneter Aufhängung des Gefäßes benutzt werden kann, es in Bewegung zu setzen.

Man kann den beim Ausfließen des Wassers wirkenden Gegendruck durch eine Vorrichtung anschaulich machen, welche unter dem Namen Segnersches Wasserrad (Fig. 175) bekannt ist. Dieses Wasserrad besteht aus einem um eine stehende Welle leicht drehbaren Gefäße A, an dessen unterem Ende sich zwei

wagerechte Röhren befinden, die auf entgegengesetzten Seiten mit kleinen Öffnungen versehen sind. Das Gefäß erhält eine Drehung nach der dem ausströmenden Wasserstrahle entgegengesetzten Richtung.

Fig. 175. Fig. 176. Fig. 177.



b) Das Wasser stößt unter dem Winkel α gegen eine ruhende Fläche, während die Fläche in einer zu ihr senkrechten Richtung ausweicht:

$$P = \frac{Q\gamma}{g} c \sin\alpha.$$

c) Das Wasser stößt unter dem Winkel α gegen eine ruhende Fläche, wobei die Fläche in Richtung des stoßenden Wasserstrahles ausweicht:

$$P = \frac{Q\gamma}{g} c \sin^2\alpha.$$

d) Hatte die Fläche eine Geschwindigkeit v, so ist für den senkrechten Stoß (Fig. 176):

$$P = \frac{Q\gamma}{g}(c - v)$$

$$L = Pv = \frac{Q\gamma}{g}(c - v)\,v,$$

für den schiefen Stoß, wenn die Fläche in Richtung des stoßenden Wasserstrahles ausweicht:

$$P = \frac{Q\gamma}{g}(c - v)\sin^2\alpha$$

$$L = Pv = \frac{Q\gamma}{g}(c - v)\,v\sin^2\alpha.$$

Der Druck P bildet mit dem Seitendrucke S (Fig. 177) die Komponenten des senkrechten Druckes N. Dieser senkrechte Druck ist dann:

$$N = \frac{Q\gamma}{g}(c - v)\sin\alpha,$$

der Seitendruck:

$$S = \frac{Q\gamma}{2g}(c - v)\sin 2\alpha.$$

57. Größte durch den Wasserstoß zu erzielende Arbeit. Der allgemeine Ausdruck für die Arbeit

$$L = \frac{Q\gamma}{g} v \sin\beta\,(c \sin\alpha - v \sin\beta)$$

hängt hauptsächlich von der Größe der Geschwindigkeit v der gestoßenen Fläche ab. Es ist L ein Maximum, wenn

$$v \sin\beta\,(c \sin\alpha - v \sin\beta)$$

ein Maximum ist.

Setzen wir

$$v c \sin\beta \sin\alpha - v^2 \sin^2\beta = f(v)$$

und

$$v_1 c \sin\beta \sin\alpha - v_1^2 \sin^2\beta = f(v_1),$$

dann ist

$$\frac{f_{(v)} - f_{(v_1)}}{v - v_1} = c \sin\beta \sin\alpha - \sin^2\beta\,(v + v_1).$$

Gehen wir zur Grenze über, so ist

$$2 v \sin^2\beta = c \sin\beta \sin\alpha$$

und

$$v = {}^1/_2\, c \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}.$$

Das Maximum der Arbeit ist deshalb:

$$L_1 = {}^1/_2 \frac{Q\gamma}{2g} c^2 \sin^2\alpha,$$

oder wenn wir die der Geschwindigkeit $c \sin\alpha$ entsprechende Druckhöhe mit h bezeichnen:

$$L_1 = {}^1/_2\, Q h \gamma,$$

d. h. in diesem günstigsten Falle geht die Hälfte der vorhandenen Arbeit verloren, so daß eine Einwirkung des Wassers durch Stoß auf Maschinen zu vermeiden ist.

58. Zeichnerische Ermittelung des Stoßverlustes. Es sei (Fig. 178) wiederum AB eine Schaufelfläche, welche sich unter dem Winkel β zur Schaufelrichtung mit der Geschwindigkeit v bewegt. Gegen diese Schaufel stoße unter dem Winkel α ein Wasserstrahl mit der absoluten Geschwindigkeit c_e. Denkt man sich diese Geschwindigkeit c_e in zwei Komponenten zerlegt, von denen die eine ihrer Richtung und Größe nach mit v zusammenfällt, so erhält man in der anderen Komponente CD diejenige Geschwindigkeit, mit welcher sich das Wasser relativ gegen die Schaufel bewegt. Zerlegt man diese Relativgeschwindigkeit CD wiederum in zwei Komponenten, von denen die eine CE parallel zur Richtung der Schaufel, die andere ED senkrecht

dazu steht, so stellt CE diejenige Geschwindigkeit dar, mit welcher sich das Wasser an der Schaufel entlang bewegt, während die Geschwindigkeit ED durch den Stoß vernichtet wird. Die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Schaufel verläßt, ist dann, wie aus der Figur ersichtlich ist, $c_a = OE$.

Fig. 178.

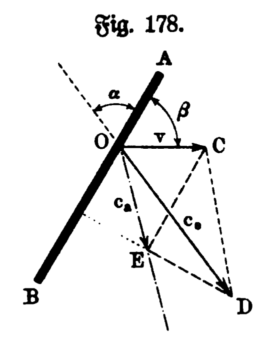
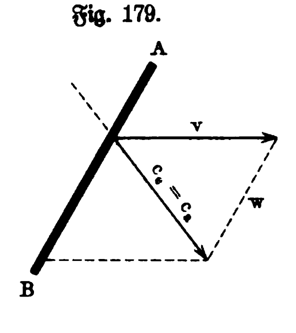
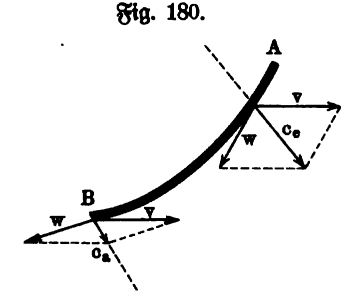


Fig. 179.



Die Bedingung dafür, daß überhaupt kein Stoß eintritt, wird demgemäß die sein, daß $ED = 0$ wird, und dieser Fall wird dann eintreten, wenn v so groß ist, daß die Komponente CD ihrer Richtung nach mit CE, d. h. mit AB, übereinstimmt, oder, anders ausgedrückt, wenn c_a mit c_e zusammenfällt. Ist daher (Fig. 179) Richtung und Größe von v sowohl wie von c gegeben, so wird ein Stoß des Wassers gegen die Schaufel dann nicht eintreten, wenn die Schaufel so gestellt wird, daß ihre Richtung mit der Richtung der aus v und c resultierenden Relativgeschwindigkeit w zusammenfällt.

Fig. 180.



Da das Wasser mit einer absoluten Geschwindigkeit c_e die Schaufel trifft, mit einer absoluten Geschwindigkeit c_a die Schaufel verläßt, so würde, falls durch den Stoß keine Arbeit verloren ginge, für jedes Kilogramm Wasser die an die Schaufel übertragene Arbeit

$$L_1 = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}$$

sein. Durch den Stoß wird aber, wie oben § 55 gezeigt wurde, die Geschwindigkeit $(c_e \sin\alpha - v . \sin\beta)$, das ist ED (Fig. 178), vernichtet. Nennen wir diese Geschwindigkeit c_n, so ist die in Wirklichkeit an die Schaufel übertragene Arbeit für jedes Kilogramm Wasser

$$L_2 = \frac{c_e^2 - c_a^2 - c_n^2}{2g}.$$

Wird der Stoß, d. h. c_n zu Null gemacht, so ist, wie eben gezeigt wurde, $c_a = c_e$, d. h. die an die ebene Schaufel übertragene Arbeit wäre in diesem Falle

$$L_3 = 0.$$

Wird dagegen (Fig. 180) eine gekrümmte Schaufel angewendet, deren erstes Schaufelelement mit der Richtung von AB übereinstimmt, und deren

Krümmung so stetig ist, daß nur eine allmähliche Ablenkung des Wassers, aber kein Stoß eintritt, so wird, obgleich w und v sich nicht ändern, die absolute Austrittsgeschwindigkeit c_a nicht mehr gleich c_e sein, weil sich eben allmählich der Winkel zwischen v und AB ändert. Die an die Schaufel übertragene Arbeit ist dann aber für jedes Kilogramm Wasser

$$L_4 = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}.$$

(Näheres über diese zeichnerische Methode siehe Weisbach-Herrmann, Bd. II, Abtlg. 2.)

Anwendungen.

1. Wasserräder. 1. Unterschied zwischen Wasserrädern im engeren Sinne und Turbinen. Unter Wasserrädern im allgemeinen versteht man solche Wasserkraftmaschinen, bei welchen das Wasser in der Form eines Stromes auf Kraftaufnehmer wirkt, die in der Gestalt von Zellen oder Schaufeln in passender Weise mit einer drehbaren Achse oder Welle verbunden sind. Man unterscheidet dabei zwei große Klassen von Wasserrädern, nämlich die Wasserräder im engeren Sinne und die Turbinen. Obgleich es kaum möglich ist, eine scharfe Begrenzung zwischen Wasserrädern im engeren Sinne und Turbinen aufzustellen und eine ganz genaue, für alle Fälle gültige Begriffsbestimmung beider Arten zu geben, so kann man doch im allgemeinen folgende Unterscheidung treffen:

Bei den Wasserrädern im engeren Sinne tritt das Wasser in der Regel mit mehr oder weniger Stoß in die Schaufeln oder Zellen des Rades ein, macht bis zu seinem Austritte mit dem Rade eine gemeinsame Bewegung und befindet sich daher während seines Aufenthaltes im Rade zu ihm in relativer Ruhe (ausgenommen beim Ponceletrad). Die Drehungsachse hat gewöhnlich eine wagerechte Lage, man nennt deshalb diese Arten von Wasserrädern auch senkrechte Wasserräder.

Bei den Turbinen tritt das Wasser mit möglichst geringem Stoß in die Schaufeln oder Kanäle des Rades ein, bewegt sich auch in dem Rade noch bis zu seinem Austritte an den Schaufeln entlang und befindet sich daher während seines Aufenthaltes im Rade zu dem Rade in relativer Bewegung. Die Drehungsachse hat hier gewöhnlich eine senkrechte Lage, jedoch kommen auch Turbinen mit wagerechter Drehungsachse vor. Im Folgenden sollen nun zunächst die Wasserräder im engeren Sinne behandelt werden.

2. Die verschiedenen Arten von Wasserrädern. Ein Wasserrad (Fig. 181 a. f. S.) besteht aus einer hölzernen oder eisernen Welle A, die in zwei Zapfen gelagert ist und durch Arme mit zwei Kränzen verbunden wird. Zwischen den Kränzen befinden sich Schaufeln, welche sich manchmal an einen die inneren Kranzumfänge cylindrisch umschließenden Boden anlehnen. Die Schaufeln teilen den von den Kränzen und dem Boden gebildeten ringförmigen Raum in kleinere Abteilungen, nach deren verschiedener Bauart die Räder Schaufel- oder Zellenräder heißen.

Gewöhnlich benennt man die Räder nach dem Verhältnis ihres Halbmessers zu dem *nutzbaren Gefälle*, dabei versteht man unter Gefälle die

Fig. 181.

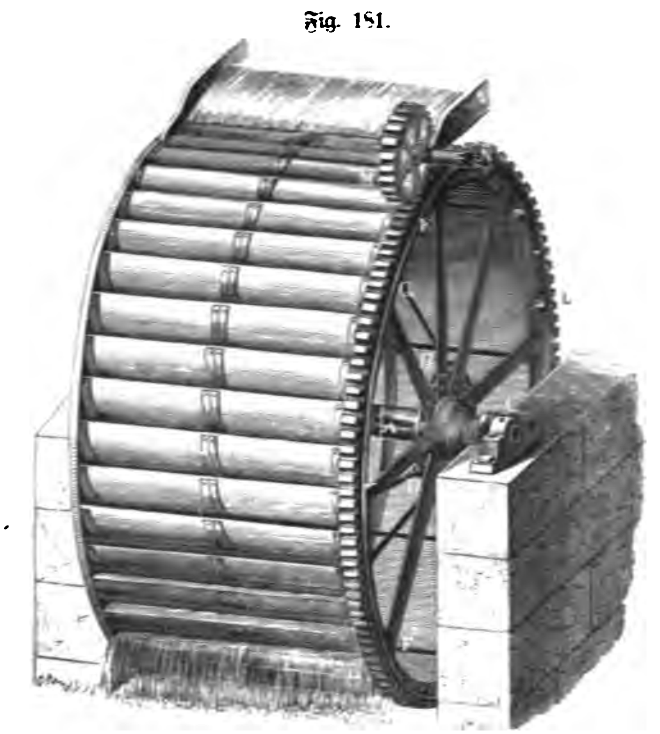


Fig. 182.

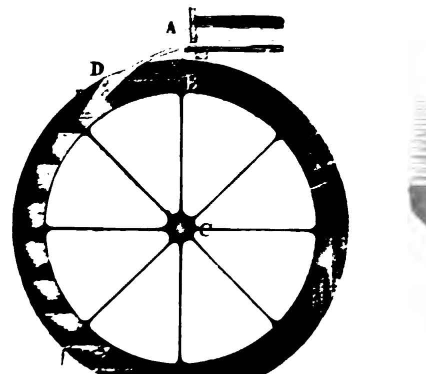
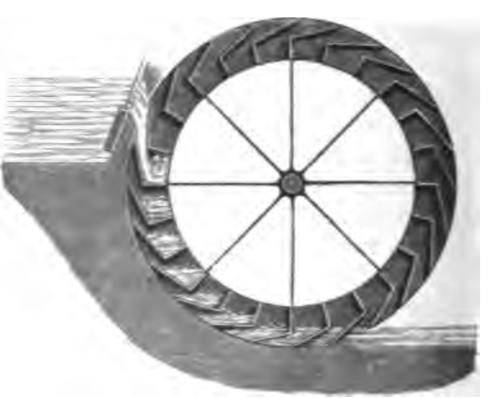




Fig. 183.

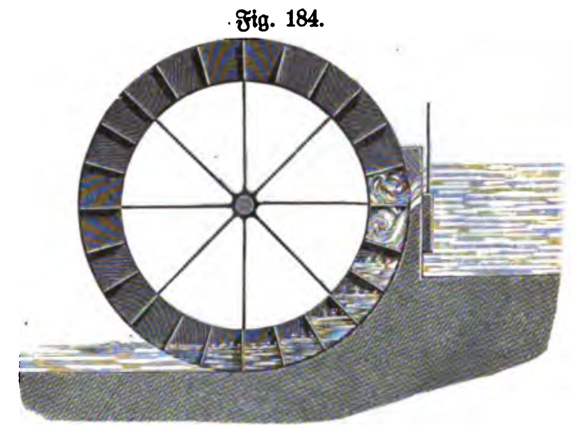


senkrechte Entfernung der Wasserspiegel im *Zufluß-* und *Abflußkanale*.

a) Ist das nutzbare Gefälle größer als der Durchmesser des Rades, so heißt das Rad *über-* oder *oberschlächtig*. Bei dieser Anordnung (Fig. 182)

wird das Wasser aus einem Kanale A an den Scheitel des Rades geführt, stürzt hier in die Zellen des Rades, wobei es einen Stoß ausübt, um dann gemeinschaftlich mit der Zelle vermöge seines Gewichtes bis auf den tiefsten Punkt herabzusinken.

Fig. 184.



b) Ist das nutzbare Gefälle größer als der Halbmesser, aber kleiner als der Durchmesser, so heißt das Rad rückschlächtig oder Brustrad (Fig. 183). Der Eintritt des Wassers geschieht über die obere Kante der Schütze zunächst in Kanäle, die durch die sogenannten Kulissen des Einlaufes gebildet werden, und von hier in die Zellen. Das Wasser wirkt zuerst durch Stoß, später aber vermöge seines Gewichtes, indem es mit den Zellen bis auf den tiefsten Punkt herabsinkt. Um einen zu frühzeitigen Austritt des Wassers aus den Zellen zu verhüten, wird das Rad auf dem wasserhaltenden Bogen, d. h. auf demjenigen Teile seines Umfanges, welcher durch wasserhaltende Zellen gebildet wird, mit einem möglichst eng anschließenden Radmantel umgeben,

Fig. 185.

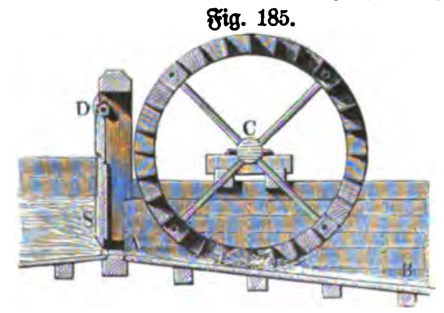
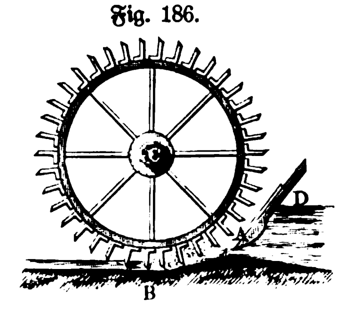


Fig. 186.



welcher Kropf genannt wird. Der Kropf ist zwar bei diesem Rade nicht unbedingt notwendig, jedoch erhöht er die Wirkung der Maschine bedeutend.

c) Ist das nutzbare Gefälle gleich dem Halbmesser des Rades, so nennt man das Rad mittelschlächtig (Fig. 184). Das Wasser wird ebenfalls durch einen Kulisseneinlauf zwischen die Schaufeln des Rades geführt und wirkt hier größtenteils durch sein Gewicht, mit welchem es bis zum tiefsten Punkte gegen die Schaufeln drückt.

d) Das Rad heißt unterschlächtig, wenn das nutzbare Gefälle kleiner als der Halbmesser des Rades ist.

In Fig. 185 ist die Skizze eines unterschlächtigen Rades gegeben, das, für sehr kleine Gefälle gebaut, gewöhnlich aus ebenen, radial gestellten Schaufeln

besteht, gegen welche das Wasser vermöge seiner außerhalb der Maschine erhaltenen Geschwindigkeit stoßend wirkt. An das Rad schließt sich der Abzugskanal mit schwach geneigtem Boden. Das Rad in Fig. 186 (a. v. S.) hat im allgemeinen dieselbe Bauart, jedoch wird durch den Kropf das zu frühe Austreten des Wassers verhindert. Das Wasser gelangt auch hier zunächst stoßend gegen die Schaufelflächen, wirkt dann aber noch bis zum tiefsten Punkte vermöge seines Gewichtes. Zweckmäßig baut man auch bei dem letzten Rade die Schütze als verstellbares Überfallwehr (Fig. 187), wobei dann das Wasser größtenteils ohne Stoß in das Rad gelangt und allein vermöge seines Gewichtes wirkt. Zu den unterschlächtigen Wasserrädern gehört das nach seinem Erbauer, einem französischen Ingenieur, benannte Sagebienrad (Fig. 188). Es ist besonders bemerkenswert durch seinen großen Durchmesser, seine sehr bedeutende Kranzbreite und durch die große Zahl eng gestellter, ebener, schiefstehender Schaufeln. Eine Abänderung und Verbesserung des Sagebienrades ist das nach dem Erbauer genannte Zuppingerrad, welches sich von dem vorhergenannten hauptsächlich durch die gekrümmten Schaufeln mit radial gerichteten Enden unterscheidet. Bei den beiden letztgenannten Rädern wirkt das Wasser hauptsächlich durch sein Gewicht.

Fig. 187.

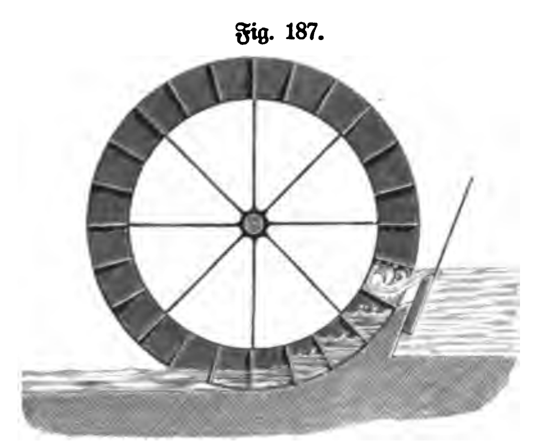
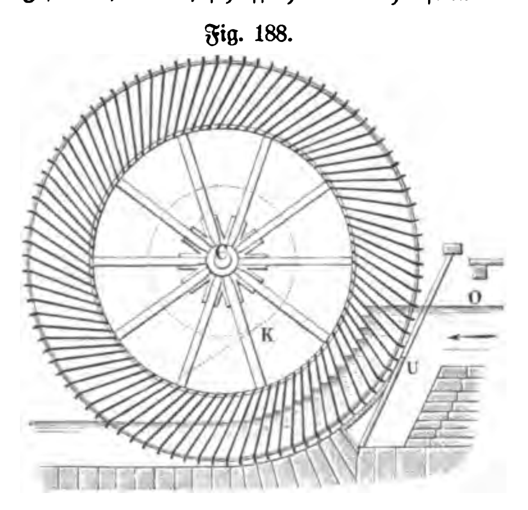


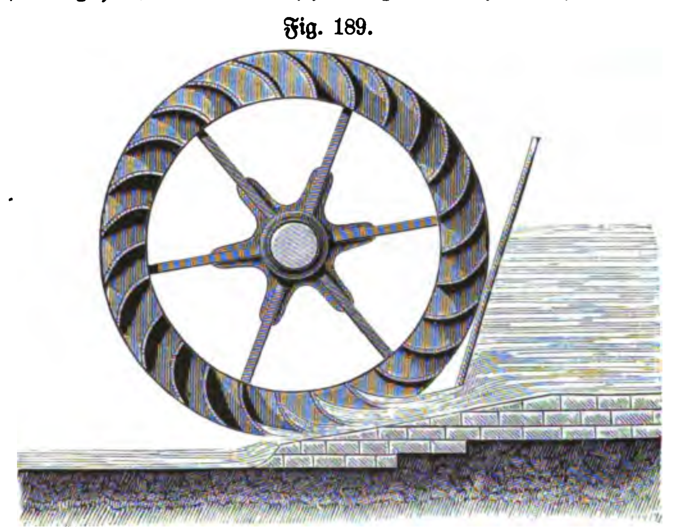
Fig. 188.



Zu den vollkommensten unterschlächtigen Wasserrädern gehören ferner die mit **krummen** Schaufeln versehenen Räder von **Poncelet** (Fig. 189). Das Wasser tritt hier ohne Stoß in das Rad und wirkt vermöge seiner lebendigen Kraft mit stetigem Druck gegen die Schaufeln, indem es mit abnehmender Geschwindigkeit an den Schaufeln hinauf-, sodann mit zunehmender Geschwindigkeit herabgleitet und, ohne eine bedeutende absolute Geschwindigkeit zu behalten, aus dem Rade tritt. Das Rad ist nicht mit einem Boden versehen, sondern ganz offen und gehört zu den Schaufelrädern.

3. Wasserräder, bei welchen das Wasser allein oder doch hauptsächlich durch sein Gewicht wirkt. Es sei R_0 (Fig. 190) der Halbmesser des Teilrisses, d. h. desjenigen Kreises, zu dessen Umfange der vom Wasser getroffene Punkt gehört, und c die Geschwindigkeit des hier einfließenden Wassers,

Fig. 189.



während die Umfangsgeschwindigkeit des Rades im Teilrisse v sein mag. Die Geschwindigkeit c des Wassers wird bei dem Eintritt in die Zelle $ABCD$ der Größe und Richtung nach geändert, und es tritt daher ein Verlust an Arbeit ein.

Bestimmen wir für c die Komponenten, von denen die eine v der Größe und Richtung nach gegeben ist, so giebt die dazu gehörige Komponente u den Verlust an Geschwindigkeit an, und der Verlust an Arbeit ist daher gleich der dieser Geschwindigkeit entsprechenden lebendigen Kraft. Fließen in jeder Sekunde Q cbm Wasser auf das Rad, so ist der Verlust an Arbeit gleich

Fig. 190.

$$\frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} u^2.$$

Das Wasser verläßt bei seinem Austritte das Rad mit einer Geschwindigkeit, welche gleich der Umfangsgeschwindigkeit des Rades am Ausflußpunkte ist. Die dem Wasser dadurch noch innewohnende lebendige Kraft geht daher dem Rade verloren, und dieser Verlust ist, wenn wir mit R_1 den äußeren Halbmesser des Rades bezeichnen:



$$\frac{1}{2} \frac{Q\gamma}{g} v^2 \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2.$$

Die infolge der vorhandenen Wassergeschwindigkeit an das Rad übertragene sekundliche Arbeit ist daher:

$$L_1 = {}^1/_2 \frac{Q\gamma}{g} \left[c^2 - u^2 - v^2 \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right].$$

Aus der Figur ergiebt sich unmittelbar, wenn wir den Winkel, den die Geschwindigkeiten c und v bilden, mit δ bezeichnen,

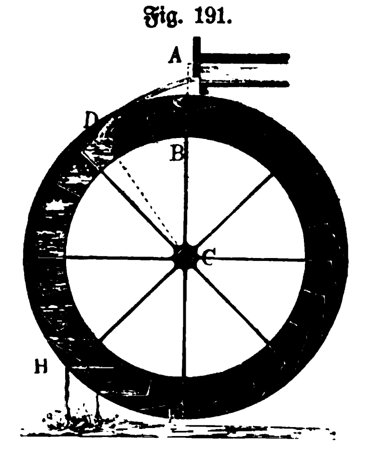
$$u^2 = c^2 + v^2 - 2vc\cos\delta.$$

Nach Einsetzung dieses Wertes für u^2 erhalten wir:

$$L_1 = {}^1/_2 \frac{Q\gamma}{g} \left\{2c\cos\delta - v\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right]\right\} v \quad . . . \quad (1)$$

Nachdem das Wasser in der Zelle relativ zur Ruhe gekommen, sinkt es mit ihr gemeinschaftlich nieder und wirkt dabei allein durch sein Gewicht. Ist h_1 die senkrechte Entfernung DH (Fig. 191) von dem zur Ruhe gekommenen Wasserspiegel bis zum Punkte H, wo soeben der Ausfluß beginnt, so ist die durch das Gewicht des Wassers verrichtete Arbeit:

Fig. 191.



$$Q\gamma h_1.$$

Hierzu kommt noch die Leistung des Wassers bei dem Niedersinken von der Höhe $HF = h_2$, wobei sich aber durch den steten Ausfluß des Wassers aus den Zellen die Wassermasse ändert. Es sinken hiernach nicht Q cbm von der Höhe h_2 herab, sondern $\xi\,Q$ cbm, worin ξ einen von der Form der Zellen abhängigen Koeffizienten bezeichnet. Die durch das Gewicht des Wassers an das Rad übertragene sekundliche Arbeit L_2 ist hiernach:

$$L_2 = Q\gamma\,(h_1 + \xi h_2). \quad . . . . \quad (2)$$

Die an das Rad vom Wasser übertragene Arbeit wird durch die der Zapfenreibung vermindert. Bezeichnen wir mit P_1, P_2 die Drücke, welche die Zapfen der Radwelle auf ihre Lager ausüben, bezeichnen wir ferner die Halbmesser der zugehörigen Zapfen mit r_1, r_2 und den Reibungskoeffizienten mit μ_1, so ist die Reibung am Umfange eines Zapfens $= \mu_1 P_1$, beziehungsweise $= \mu_2 P_2$, und wenn die Welle n Umdrehungen in der Minute macht, so beträgt die Arbeit der Zapfenreibung:

$$L_3 = \mu_1 P_1 \frac{2 r_1 \pi . n}{60} + \mu_1 P_2 \frac{2 v_2 \pi . n}{60}.$$

Die Formel vereinfacht sich, wenn wir annehmen, daß beide Zapfen annähernd gleich stark belastet, also auch gleich stark sind. Für diese Annahme wird $r_1 = r_2 = r$ und $P_1 + P_2 = G$. Dabei bezeichnet G das Gesamtgewicht des Rades, bestehend aus dem Gewichte G_r des Rades selbst, ein-

schließlich der Welle, ferner aus dem Gewichte W des im Rade befindlichen Wassers, sowie dem Gewichte G_z des Antriebszahnrades. Dieses Zahnrad kann entweder als selbständiges Zahnrad auf der Welle des Wasserrades sitzen oder als Zahnkranz an dem Rade selbst befestigt sein. Mit diesen Annahmen wird endlich

$$L_3 = \mu_1 \, G \, \frac{2 r \pi n}{60};$$

oder, da

$$n = \frac{60 . v}{2 R_1 \pi},$$

$$L_3 = \mu_1 \, G . v . \left(\frac{r}{R_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

worin nach Bach für stählerne und schmiedeeiserne Zapfen auf Bronze $\mu_1 = \frac{1}{16}$ zu nehmen ist.

Die nutzbare Arbeit L, welche ein Zellenrad ohne Kropf zu übertragen vermag, ist hiernach:

$$L = L_1 + L_2 - L_3$$

$$L = Q\gamma\left[\left(\frac{c}{g}\cos\delta - \frac{v}{2g}\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right]\right)v + h_1 + \xi h_2\right] - \mu_1 \, G . v . \left(\frac{r}{R_1}\right) \quad (4)$$

Bezeichnen wir das ganze Gefälle $h_1 + h_2 +$ demjenigen Gefälle, welches der Geschwindigkeit c entspricht, mit h, so ist das in dem Wasser vorhandene Arbeitsvermögen gleich $Q\gamma h$ und deshalb der Wirkungsgrad η eines Zellenrades ohne Kropf:

$$\eta = \frac{L}{Q\gamma h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Behalten wir für Kropfräder dieselben Bezeichnungen bei, so verschwindet der Summand ξh_2, da ein zu frühes Austreten des Wassers in der vorher erwähnten Weise im Allgemeinen nicht stattfinden kann. Es bezeichnet daher jetzt h_1 den senkrechten Abstand zwischen dem Eintrittspunkte des Wassers in die Zelle und der Oberfläche des Unterwassers. Es kommt jedoch hier bei den Kropfrädern ein anderer Arbeitsverlust vor, der oftmals nicht unbedeutend ist und der darin besteht, daß ein Teil des Wassers zwischen Kropf und Schaufel, ohne eine Wirkung auszuüben, wegfließt. Wir werden diesen Verlust dadurch in Rechnung bringen, daß wir wieder statt der Wassermasse Q, $\xi_1 Q$ setzen, unter ξ_1 einen zu ermittelnden Erfahrungskoeffizienten verstanden. Es ist hiernach allgemein die nutzbare Arbeit für jedes beliebige Kropfrad:

$$L = Q\gamma\left[\left(\frac{c}{g}\cos\delta - \frac{v}{2g}\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right]\right)v + \xi_1 h_1\right] - \mu_1 \, G . v . \left(\frac{r}{R_1}\right) \quad (6)$$

4. Erfahrungswerte. Für bereits ausgeführte Räder sind die Formeln 4 und 6 zur Berechnung der von dem Rade gelieferten Arbeit benutzbar. Um aber für neu zu bauende Räder die Rechnung durchführen zu

können, müssen über c, v, $\frac{R_1}{R_0}$, δ, ξ, ξ_1 und G noch nähere Bestimmungen getroffen werden.

Äußerer Halbmesser. Die nutzbare Arbeit L nimmt mit der Zunahme von $\frac{R_1}{R_0}$ ab, es ist deshalb notwendig, $\frac{R_1}{R_0}$ so klein als möglich zu nehmen. Der kleinste Wert, den $\frac{R_1}{R_0}$ erhalten kann, ist 1, weshalb man den Teilriß mit dem äußeren Umfange zusammenfallen, das Wasser also im äußeren Umfange eintreten läßt. Die äußeren Radhalbmesser bestimmen sich wie folgt:

a) Für oberschlächtige Räder, welche im tiefsten Punkte noch über der Oberfläche des Wassers im Abflußkanale freihängen sollen:

$$R_0 = R_1 = {}^1/_2 \left(h - \frac{c^2}{2g} - s\right),$$

worin $v = {}^1/_2\, c$ gesetzt werden soll, um den größtmöglichsten Nutzen von der Stoßwirkung zu erhalten (s. S. 296) und um einen dünneren Strahl in die Zelle fließen zu lassen, so daß die Luft in der Zelle sich noch bequem einen Ausgang verschaffen kann. Der Faktor s kann etwa zu 0,1 m angenommen werden. Hiernach ist:

$$R_0 = R_1 = {}^1/_2 \left(h - 2\,\frac{v^2}{g} - s\right).$$

Nach Redtenbacher kann ferner genommen werden

b) für rückschlächtige Räder:

$$R_0 = R_1 = {}^2/_3\, h,$$

c) für mittelschlächtige Räder, wie schon der Name angiebt:

$$R_0 = R_1 = h,$$

d) für unterschlächtige Räder, welche versehen sind:

α) mit einer Überfallschütze und einem Kropfe:

$$R_0 = R_1 = 1{,}25\, h \text{ bis } 1{,}5\, h;$$

β) mit einem Kropfe und einer gewöhnlichen Schleuse (Spannschütze):

$$R_0 = R_1 = 1{,}5\, h = 2{,}5\, h.$$

Hierbei ist zu bemerken, daß man aus baulichen Rücksichten den äußeren Durchmesser etwa in den Grenzen 3,8 bis 7,6 m hält, so daß sich hieraus mit den letzten Angaben in jedem einzelnen Falle die Art des Rades angeben läßt.

Innerer Halbmesser. Der innere Halbmesser R_2 des Rades bestimmt sich dadurch, daß das Rad hinreichend groß sein muß, um die zufließende Wassermenge aufzunehmen. Ist a die Tiefe des Rades gleich $R_1 - R_2$, b die Breite des Rades, d. h. die Abmessung gleichlaufend mit der Welle, und e die Entfernung zweier Zellenscheidewände voneinander, so

ist der Inhalt einer Zelle $= a\,b\,e$. Gehören zur Füllung einer Zelle t Sekunden, so ist:

$$a\,b\,e = Q\,t.$$

Nun können wir aber, entsprechend der bekannten allgemeinen Geschwindigkeitsformel, $s = c\,.\,t$, auch setzen:

$$e = v\,.\,t,$$

daher

$$a\,b\,e = Q\,\frac{e}{v},$$

oder

$$a\,b\,v = Q.$$

Man baut die Räder jedoch so, daß sie eine größere Menge Wasser aufzunehmen vermögen, als in der Sekunde auf das Rad fließt, einmal um sicher zu sein, daß die zufließende Wassermasse wirklich aufgenommen werde, ferner aber auch, damit das Entleeren der Schaufelräume oder Zellen nicht zu früh erfolge. Bezeichnen wir das Vielfache von Q mit $\varepsilon\,Q$, so ist also

$$a\,b\,v = \varepsilon\,Q$$

zu setzen.

Für Schaufelräder ist $\varepsilon = 2$,
" Zellenräder ist $\varepsilon = 3$ bis 4.

Drücken wir mit N_a diejenige Anzahl von Pferdestärken aus, welche dem in dem Wasser vorhandenen Arbeitsvermögen entspricht, so ist vielfachen Versuchen an gut ausgeführten Rädern zufolge nach Redtenbacher:

Für Schaufelräder: $\dfrac{b}{a} = 1{,}75\,\sqrt[3]{N_a}$

" Zellenräder: $\dfrac{b}{a} = 2{,}25\,\sqrt[3]{N_a}$.

Diese erfahrungsmäßig gefundenen Formeln geben in Verbindung mit der obigen Gleichung $a\,b\,v = \varepsilon\,Q$ ein Mittel, die Tiefe a sowie den inneren Halbmesser R_2 und die Breite b der Räder zu bestimmen. Inbetreff der Umfangsgeschwindigkeit v können folgende Angaben für die verschiedenen Räder als Anhaltspunkte dienen:

a) für oberschlächtige Räder:

bei kleineren Gefällen bis zu 5 m . . . . $v = 1{,}3$ bis 1,5 m,
" größeren " . . . . $v = 1{,}5$ m;

b) für Kropfräder:

rückenschlächtig . . . . $v = 1{,}5$ m
mittelschlächtig . . . . $v = 1{,}6$ m
unterschlächtig . . . . $v = 1{,}41$ bis 2 m
Sagebienrad . . . . $v = 0{,}5$ bis 0,6 m
Zuppingerrad . . . . $v = 1$ bis 1,2 m

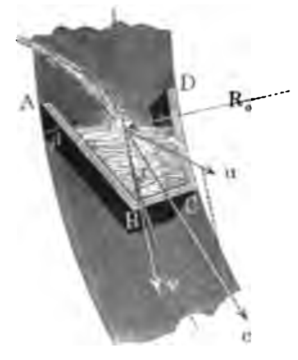
Zahl und Gestalt der Schaufeln und Zellen. Obgleich für alle Räder eine große Anzahl von Schaufeln oder Zellen vorteilhaft ist, so ist

deren Zahl wegen der sich darbietenden baulichen Schwierigkeiten doch in bestimmte Grenzen gewiesen. Nach den Angaben von Redtenbacher ist die Anzahl m der Schaufeln oder Zellen nach der durch Erfahrung gefundenen Formel

$$m = \frac{2 R \pi}{0{,}2 + 0{,}7 a}$$

zu berechnen, wobei für m die nächste ganze Zahl zu nehmen ist, welche möglichst auch noch durch die Anzahl der Arme teilbar sein soll. Gewöhnlich bestehen die Schaufeln der Zellenräder aus drei einzelnen Teilen, Fig. 192, von denen der äußerste AB die Wasserschaufel, der zweite BC die Setz- oder Riegelschaufel und CD die Bodenschaufel heißt.

Fig. 192.



Das Verhältnis und die gegenseitige Neigung dieser drei Teile ist für eine zweckmäßige Bauart der verschiedenen Räder verschieden. Bei oberschlächtigen Rädern kann das Wasser fast tangential in das Rad geleitet werden, weshalb hier in der obigen Formel 4, S. 305 $\delta = 0$ ist. Es ist daher bei diesen Rädern möglich, den Winkel β, unter welchem die Wasserschaufel den äußeren Umfang des Rades schneidet, verhältnismäßig klein zu machen, weshalb auch hier der kostspielige Kropf wegbleiben kann. Die Fig. 193 zeigt zweckmäßige Ausführungsarten der Zellen oberschlächtiger Räder. Eine eigene Bodenschaufel ist nicht vorhanden, die Riegelschaufel in Richtung des Halbmessers ist gleich $^1/_2 a$ gleich der halben Radtiefe und die Wasserschaufel bildet einen Winkel von 20° bis 30° mit dem äußeren Umfange.

Fig. 193.



Bei einem derartigen Bau der Zellen kann man den Koeffizienten ξ, der sich auf die zu früh stattfindende Entleerung bezieht, gleich $^1/_2$ setzen.

Bei rückschlächtigen Rädern darf der Winkel β nicht so klein wie bei den oberschlächtigen gemacht werden, da sonst der Winkel, den die Leitschaufeln des Coulisseneinlaufes mit dem Umfange des Rades bilden, zu klein ausfallen würde. Die zu früh beginnende Entleerung, die durch die Vergrößerung des Winkels β bedingt ist, wird durch Anbringung eines Kropfes vermieden.

Sobald eine Zelle während der Bewegung des Rades in den Bereich des

Kropfes getreten ist, ist die in der Zelle enthaltene Luft abgeschlossen, die schon bei geringer Zusammendrückung die vollkommene Füllung der Zellen verhindern wird, weshalb der Luft durch Öffnungen in der Bodenschaufel Gelegenheit zum Austreten gegeben werden muß. Diese Lüftung muß so angeordnet sein, daß dabei kein Wasser verloren geht. In Fig. 194 finden sich zweckmäßige Ausführungsarten für die Zellenform rückschlächtiger Räder. Die Bodenschaufel reicht nicht vollständig bis zur Riegelschaufel der nächsten Zelle, wodurch eine zweckmäßige Lüftung erfolgt. Die Riegelschaufel liegt in Richtung des Halbmessers und ist gleich der halben Radtiefe.

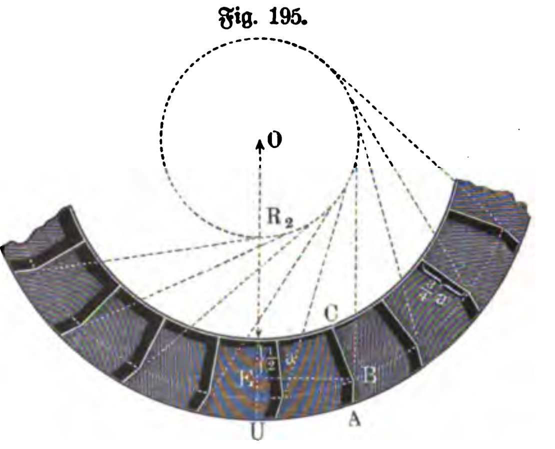
Fig. 194.



Der Anschluß der Wasserschaufel an den äußeren Umfang geschieht in einem Punkte, der in der Verlängerung der Riegelschaufel der nächsten Zelle liegt.

Bei den mittelschlächtigen Rädern ist es für den Eintritt des Wassers nur notwendig, den Schaufeln eine solche Form zu geben, daß sie den Eintritt des Wassers nicht erschweren und so wenig als möglich durch Stoßwirkung von dem Gefälle verbraucht werde. Radial stehende Schaufeln würden hier also vollkommen genügen. Da jedoch die Schaufeln im Unterwasser, wie bei allen Kropfrädern, so tief eintauchen müssen, daß der Wasserspiegel in der tiefsten Schaufel mit dem Unterwasserspiegel zusammenfällt, damit das Wasser nicht noch beim Verlassen des Rades Geschwindigkeit besitze, so ist es gut, den äußersten Teil der Schaufeln nicht radial, sondern in der Weise geneigt zu stellen, daß er beim Austritte eine vertikale Stellung hat. In Fig. 195 ist die zweckmäßige Bauart einer solchen Schaufel angegeben. Eine eigene Bodenschaufel ist nicht vorhanden, die Riegelschaufel BC, in Richtung des Halbmessers gelegen, ist gleich $^3/_4$ der Radtiefe.

Fig. 195.



Um die Richtung der Wasserschaufel BA zu bestimmen, errichte man auf

der Mitte E der halben Radtiefe, die auf dem nach dem tiefsten Punkte U gezogenen Halbmesser OU abgemessen wird, eine Senkrechte und ziehe vom Durchschnittspunkte B dieser Senkrechten mit dem konzentrischen Kreise, dessen Halbmesser gleich $R_2 + {}^3/_4 a$ ist, eine Parallele BA zu OU. Die Verlängerung von AB ist Tangente zu einem mit EB um O geschlagenen Kreise, wodurch sich die Verzeichnung der übrigen Wasserschaufeln leicht ausführen läßt. Eine Lüftung der Schaufelräume ist hier ebenfalls notwendig.

Der Winkel δ, den der einfallende Wasserstrahl mit dem äußeren Radumfange bildet, ist auch bei den Kropfrädern annähernd gleich Null. Die Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers ist ebenso wie bei den oberschlächtigen Rädern gleich der doppelten Umfangsgeschwindigkeit v des Treffpunktes im Rade zu nehmen.

Radgewicht. Der auf S. 305 abgeleitete Wert für die Arbeit eines Wasserrades enthält in seinem letzten Summand $\mu_1 G v \frac{r}{R}$ die Arbeit L_3, welche von der Zapfenreibung verbraucht wird. Für bereits ausgeführte Räder ist G verhältnismäßig leicht zu bestimmen. Will man bei neu zu bauenden Rädern die zu erwartende sekundliche Arbeit vorher berechnen, so müssen für G_r (s. S. 304) Näherungswerte angenommen werden.

Nach Bach kann G_r in folgender Weise angenommen werden:

a) für oberschlächtige Räder

α) wenn ein vom Wasserrade getrenntes besonderes Zahnrad auf der Welle angeordnet ist

$$G_r = 540\,a\sqrt[3]{b \,.\, 2R_1} \text{ bis } 580\,a\sqrt[3]{b \,.\, 2R_1}.$$

β) Ist der Zahnkranz in Verbindung mit dem Wasserrade, so ist

$$G_r + G_z = 700\,a\sqrt[3]{b\,2R_1} \text{ bis } 750\,a\sqrt[3]{b\,2R_1},$$

b) für Räder mit Coulisseneinlauf ohne Zahnrad

$$G_r = 330\,a\sqrt[3]{b\,2R_1} \text{ bis } 360\,a\sqrt[3]{b\,2R_1}.$$

5. Umformung der Hauptgleichungen unter Benutzung der Erfahrungswerte. Werden die in den vorigen Nummern angegebenen Erfahrungswerte zur Umformung der Gleichungen 4 und 6 benutzt, so ergiebt sich als nutzbare sekundliche Arbeit:

a) für oberschlächtige Räder

$$L = Q\gamma\left(\frac{v^2}{g} + h_1 + {}^1/_2 h_2\right) - \mu_1 G v \left(\frac{r}{R}\right).$$

Das ganze Gefälle ist:

$$h = \frac{c^2}{2g} + h_1 + h_2,$$

worin wir wegen der Wasserverluste beim Eintritt in das Rad $1{,}1\,\frac{c^2}{2g}$ statt $\frac{c^2}{2g}$ setzen wollen. Bei Einführung der Umfangsgeschwindigkeit v ist dann wegen $c = 2v$

$$h = 4{,}4\,\frac{v^2}{2g} + h_1 + h_2$$

und

$$h_1 + {}^1/_2\,h_2 = h - {}^1/_2\,h_2 - 4{,}4\,\frac{v^2}{2g},$$

wir erhalten deshalb für die nutzbare sekundliche Arbeit

$$L = Q\gamma\left(h - 0{,}5\,h_2 - 1{,}2\,\frac{v^2}{g}\right) - \mu_1\,G v\left(\frac{r}{R}\right),$$

b) für Kropfräder:

$$L = Q\gamma\left(\frac{v^2}{g} + \xi_1 h\right) - \mu_1\,G v\left(\frac{r}{R}\right).$$

Setzen wir hierin ebenfalls

$$h_1 = h - 4{,}4\,\frac{v^2}{2g}$$

und beachten, daß für gut ausgeführte Kropfräder, bei denen zwischen Rad und Kropf ein unveränderlicher Spielraum von 13 mm vorhanden ist, ξ_1 nahezu gleich 1 genommen werden kann, so ergiebt sich

$$L = Q.\gamma\left(h - 1{,}2\,\frac{v^2}{g}\right) - \mu_1\,G.v\cdot\left(\frac{r}{R}\right).$$

Bezeichnet man mit η den Wirkungsgrad des Wasserrades, so ist schließlich für beide Arten Räder

$$L = \eta\,.\,Q h \gamma.$$

6. Unterschlächtige Räder ohne Kropf. Bei unterschlächtigen Rädern, die mit keinem Kropfe versehen sind, wirkt das Wasser gar nicht durch sein Gewicht, sondern allein durch den Stoß, so daß der in Formel 1 (S. 304) entwickelte Wert L_1 für die nutzbare Arbeit hier unmittelbar benutzt werden kann:

$$L_1 = \frac{Q\gamma}{2g}\left\{2\,c\cos\delta - v\left[1 + \left(\frac{R_1}{R_0}\right)^2\right]\right\} v.$$

Das Wasser wird auch hier fast tangential im tiefsten Punkte des Rades zugeführt, so daß wir $R_1 = R_0$ und $\delta = 0$ zu setzen haben. Es ist hiernach für die unterschlächtigen Räder mit radialstehenden Schaufeln ohne Kropf die Arbeit bei Berücksichtigung des Arbeitsverlustes durch die Zapfenreibung:

$$L = \frac{Q\gamma}{g}\,(c - v)\,v - \mu_1\,G.v\left(\frac{r}{R}\right),$$

worin Q die zum Stoße gelangende Wassermenge bezeichnet, welche jedoch nur einen Teil des zufließenden Wassers ausmacht, da zu beiden Seiten des Rades im Gerinne Wasser ohne zu wirken abfließt.

Dieselbe Formel ist auch für die frei in einem Strome hängenden Räder (Fig. 196 a. f. S.) zu benutzen, die sogenannten Schiffmühlenräder. Die Zapfen C dieser Räder ruhen auf Schiffen oder Kähnen DE, die durch Anker an ihrer Stelle gehalten werden. Die Schaufeln sind bei diesen Rädern unmittelbar auf den Radarmen befestigt, so daß hier die Kränze ganz fehlen. Die Länge

der Schaufeln, gemessen in der Richtung gleichlaufend mit der Welle, muß möglichst groß gemacht werden (1,9 bis 5,7 m), ebenso die Breite der Schaufeln, gemessen senkrecht zur Radwelle (0,3 bis 0,6 m). Die hierbei benutzbare Wassermenge Q ist, wenn F den Flächeninhalt des eingetauchten Teiles einer Schaufel bezeichnet:

$$Q = Fc.$$

Nach Einsetzung dieses Wertes erhalten wir für die nutzbare Arbeit:

$$L = \frac{F\gamma}{g}(c - v)\,cv - \mu_1\,G.v.\left(\frac{r}{R}\right).$$

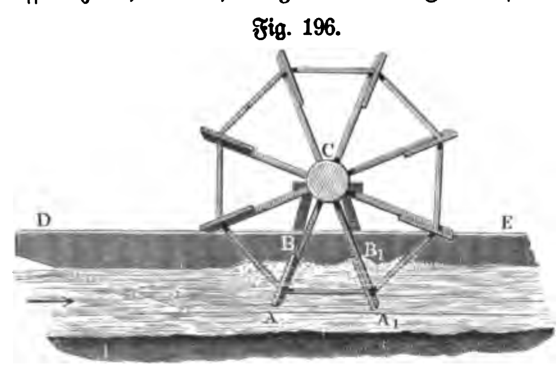
Wenn bei dem unterschlächtigen Rade sowohl im Gerinne als auch im freien Strome keine Wasserverluste stattfänden, so wäre die vorteilhafteste Umfangsgeschwindigkeit v gleich der halben Geschwindigkeit c des zuströmenden Wassers (s. § 57). Wegen der vorkommenden Wasserverluste ist jedoch $v = 0{,}35$ bis $0{,}4\,c$ zu nehmen. Abgesehen von dem Arbeitsverluste durch die Zapfenreibung erhalten wir im günstigsten Falle die nutzbare Arbeit

$$L = 0{,}24\,\frac{Q\gamma}{g}\,c^2,$$

$$= 0{,}48\,\frac{Q\gamma}{2g}\,c^2,$$

d. h. diese Räder geben für die günstigste Geschwindigkeit nur 48 v. H. des in dem Wasser vorhandenen Arbeitsvermögens, selbst wenn man von allen anderen Arbeitsverlusten absieht. Der Halbmesser R der unterschlächtigen Räder wird nach der Größe der Leistung und nach den örtlichen Verhältnissen zu 1,9 bis 3,8 m genommen. Zur Bestimmung der Tiefe a und der Breite b des Rades dienen wieder die schon für Schaufelräder in Nr. 4 S. 307 angegebenen Formeln:

Fig. 196.



$$abv = \varepsilon Q,$$

und

$$\frac{b}{a} = 1{,}75\,\sqrt[3]{N_a},$$

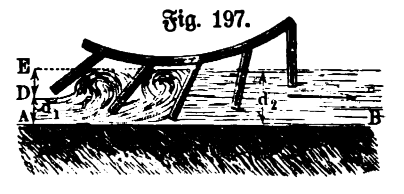
wobei $\varepsilon = 2$ und die Breite b des Rades immer um 0,1 m größer genommen werden muß, als die Breite des zufließenden Wassers. Eine große Anzahl von Schaufeln ist für die unterschlächtigen Räder besonders notwendig, damit nicht eine große Masse Wasser, ohne eine Wirkung auszuüben, abfließt. Es ist auch hier die Anzahl m der Schaufeln nach der Formel

$$m = \frac{2R\pi}{0{,}2 + 0{,}7a}$$

zu berechnen. Gewöhnlich werden bei dem unterschlächtigen Rade radial-

stehende Schaufeln angewendet. Es ist damit jedoch ein zweifacher Nachteil verbunden, erstens kann das Wasser einzig und allein durch Stoß wirken, da es senkrecht gegen die Schaufeln schlägt, und anderseits werfen radialstehende Schaufeln bei ihrem Austritte Wasser in die Höhe. Diese beiden Übelstände lassen sich teilweise vermeiden, wenn man ebene, gegen den Halbmesser des Rades ungefähr um 45° geneigte Schaufeln in Anwendung bringt. Bei solchen Schaufeln wirkt das Wasser bei seinem Eintritte nur teilweise durch Stoß, da es mit der zur Schaufel parallelen Geschwindigkeitskomponente an der Schaufel hinaufgleitet, bis es diese Geschwindigkeit verloren hat, von hier aber gleitet das Wasser wieder mit beschleunigter Geschwindigkeit herab und fließt am unteren Ende mit einer Geschwindigkeit ab, welche die Resultante aus der Umfangsgeschwindigkeit des Rades und aus der beim Herabgleiten des Wassers erlangten Endgeschwindigkeit ist. Während der Bewegung des Wassers in einem Schaufelraume wirkt das Wasser fast nur durch Druck. Der Wirkungsgrad derartiger unterschlächtiger Räder wird also jedenfalls gesteigert. Die Neigung der Schaufeln gegen den Halbmesser ist so einzurichten, daß die ausgehobene Schaufel, wie Fig. 197 zeigt, eine senkrechte Lage erhält. Die Schütze ist so nahe als möglich an das Rad zu legen und unter 60° gegen die Wagerechte zu neigen.

Fig. 197.

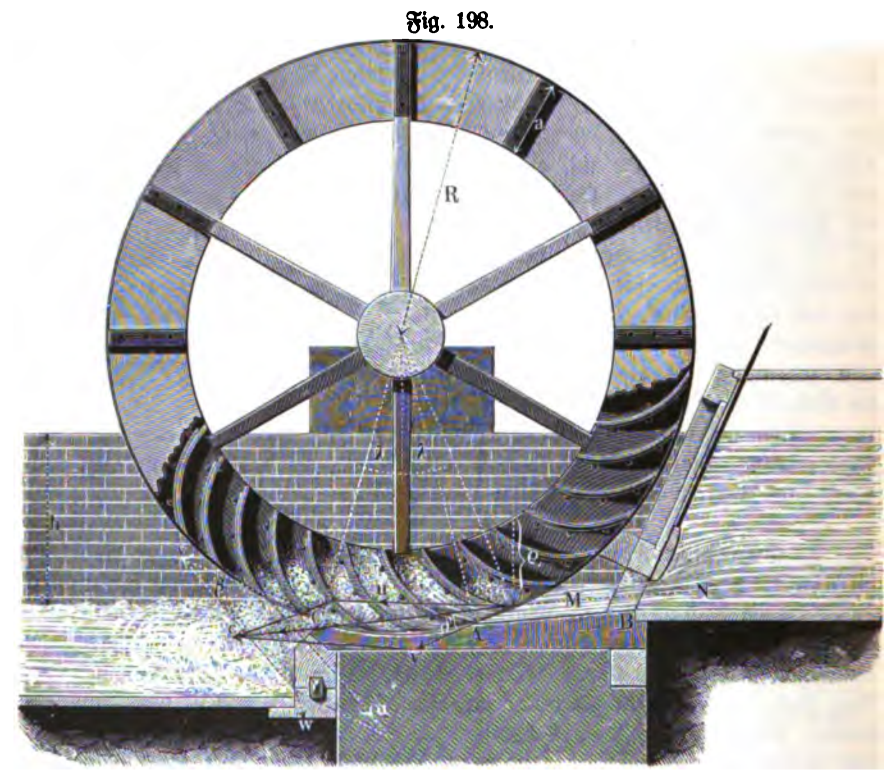


7. Ponceleträder. Werden die Schaufeln unterschlächtiger Räder so gekrümmt, daß der eintretende Wasserstrahl an der hohlen Seite hinströmen und dagegen drücken kann, ohne einen Stoß auszuüben, so erhält man eine größere Leistung, als bei Anwendung von ebenen Schaufeln. Derartige Radmaschinen heißen nach ihrem Erfinder Ponceletsche Räder (Fig. 198 a. f. S.). Das Rad darf in dem Gerinne nur einen Spielraum von 7 bis 9 mm erhalten, damit möglichst alles Wasser zur Wirkung kommt. Die Mündung des Zuflußgerinnes wird ganz nahe an das Rad gelegt, um wo möglich die ganze vorhandene lebendige Kraft auf das Rad zu übertragen, wobei man das Vorgerinne AB wohl auch noch um 3° gegen die Wagerechte neigt, um dadurch den Verlust an Wasserreibung auszugleichen. In der Regel umgiebt man das Rad am tiefsten Teile mit einem Kropf AC, der sich wenigstens über zwei Schaufelräume erstreckt, und läßt diesen Kropf am Ende um 0,2 m abfallen, damit das Rad nicht im Unterwasser wate. Der Durchmesser bei Ponceleträdern wechselt zwischen 3 und 6 m, und die Anzahl der Schaufeln, die aus Blech oder Holz hergestellt werden, beträgt bei diesen Rädern 36 bis 42.

Bezeichnet wieder c die Geschwindigkeit des zufließenden Wassers, v die Umfangsgeschwindigkeit des getroffenen Punktes und δ den Winkel zwischen diesen beiden Geschwindigkeiten, so ist die Bedingung, daß das Wasser ohne Stoß in das Rad eintrete, dadurch erfüllbar, daß die andere Komponente u von c in Richtung des ersten Schaufelelementes falle. Mit dieser Geschwindigkeit u steigt dann das Wasser mit gleichmäßig verzögerter Bewegung gegen

die Schaufel drückend in die Höhe, und erlangt beim Herabfließen mit gleichmäßig beschleunigter Bewegung die ursprüngliche Geschwindigkeit u wieder. Diese Geschwindigkeit setzt sich mit der vorhandenen Umfangsgeschwindigkeit v zu einer resultierenden Geschwindigkeit w zusammen, mit welcher das Wasser das Rad verläßt, so daß die dieser Geschwindigkeit w entsprechende lebendige

Fig. 198.



Kraft dem Rade verloren geht und bei Bestimmung der nutzbaren Arbeit von der vorhandenen lebendigen Kraft des Wassers in Abzug zu bringen ist. Hiernach ist, wenn Q cbm Wasser in jeder Sekunde auf das Rad fließen:

$$L = \frac{Q\gamma}{2g}(c^2 - w^2),$$

und da $w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\beta$ ist (unter β den Winkel zwischen den Geschwindigkeiten u und v verstanden), so ist:

$$L = \frac{Q\gamma}{2g}(c^2 - u^2 - v^2 + 2uv\cos\beta).$$

Weiter ist

$$c^2 = v^2 + u^2 + 2uv\cos\beta,$$

und deshalb:

$$L = \frac{Q\gamma}{2g} \cdot 4uv\cos\beta.$$

Führen wir zu einer besseren Vergleichung anstatt der Geschwindigkeit u die Geschwindigkeit c des Wassers ein, setzen wir deshalb:

$$c = u \cos(\beta - \delta) + v \cos \delta,$$

und hieraus mit Berücksichtigung, daß $u \sin \beta = c \sin \delta$

$$u \cos \beta = c \cos \delta - v,$$

so erhalten wir:

$$L = \frac{Q\gamma}{g} 2v\,(c \cos \delta - v) \quad \cdots \quad (7)$$

Die nutzbare Arbeit ist am größten für $v = \frac{1}{2} c \cos \delta$, deshalb ist die größte sekundlich geleistete Arbeit:

$$L = \frac{Q\gamma}{2g} (c \cos \delta)^2 \quad \cdots \quad (8)$$

Aus dieser Gleichung folgt, daß Nichts an Arbeit bei dem Ponceletrade verloren gehen würde, wenn man den Eintrittswinkel δ des Wassers gleich 0 machen könnte. Obgleich dies nicht möglich ist, so folgt doch hieraus, daß man δ recht klein zu wählen hat. In den meisten Fällen ist $\delta = 15$ bis 20^0. Bei Berücksichtigung des durch die Zapfenreibung entstehenden Arbeitsverlustes ist:

$$L_1 = \frac{Q\gamma}{2g} (c \cos \delta)^2 - \mu_1 v\, G \left(\frac{r}{R}\right) \quad \cdots \quad (9)$$

Bei der Ausführung sind für die maßgebenden Größen des Rades folgende Werte zu nehmen, wenn h das Gefälle des Wassers bezeichnet:

der Halbmesser $R = 1{,}75\, h$,
die Tiefe . . $a = 0{,}509\, h$,
die Breite . . $b = 5{,}26 \dfrac{Q}{h\sqrt{2gh}}$.

Die Größe des wasserhaltenden Bogens, d. i. die Größe des Kropfes, entspricht einem Centriwinkel $2\lambda = 30^0$ und der Halbmesser ϱ der gekrümmten Schaufeln $= 0{,}711\, h$. Zur Bestimmung des Mittelpunktes des Kreises, welcher den krummen Schaufeln entspricht, errichte man in dem Endpunkte derjenigen Schaufel, die in den mittleren Wasserfaden MN trifft, eine Senkrechte zu diesem Wasserfaden und trage darauf $\varrho = 0{,}711\, h$ ab.

8. **Allgemeines über die Anwendung der Wasserräder.** Die Wasserräder haben durchweg eine sehr niedrige Umdrehzahl. Dies ist insofern ein großer Nachteil, als dadurch in den meisten Fällen starke Zahnräderübersetzungen vom Langsamen ins Rasche nötig werden. Zahnräderübersetzungen haben aber überhaupt etwas Mißliches, da sowohl ihre Anordnung, wie die Unterhaltung der Anlage Sorgfalt und Aufmerksamkeit erfordert. Außerdem aber sind Zahnräderübersetzungen die Quelle nicht unbedeutender Arbeitsverluste, so daß gerade hierdurch sehr oft die sonst ziemlich hohen Wirkungsgrade einzelner Klassen von Wasserrädern wieder beträchtlich herabgemindert werden. Ein Vorteil der Wasserräder liegt in der Einfachheit ihrer Bauart und ihrer

Anordnung. Dieser Vorteil kann namentlich dann von ausschlaggebender Bedeutung sein, wenn es sich entweder um vorübergehende Anlagen handelt, oder wenn neben einem billigen Preise die Bedingung gestellt wird, daß etwa notwendige Ausbesserungen leicht und ohne Inanspruchnahme von Maschinenfabriken ausgeführt werden können, wie zum Beispiel dort, wo die Wasserkraft sich in abgelegener Gegend befindet. Ein weiterer Vorteil der Wasserräder liegt in ihrer Unempfindlichkeit gegen unreines Wasser, da z. B. selbst das Auftreten von Grundeis eine Störung des Betriebes kaum herbeiführen kann.

Eine genaue Angabe der Fälle, in welchen diese oder jene Art der Wasserräder anzuwenden sei, bezw. wann überhaupt ein Wasserrad und wann eine Turbine anzuwenden sei, ist unmöglich. Im allgemeinen kann man sagen, daß die Anwendung der Wasserräder sich auf niedrige und mittlere Wassergefälle, etwa bis zu 10 m aufwärts, erstreckt. Bei mittleren Wassergefällen kommt dann noch die zur Verfügung stehende Wassermenge inbetracht, da bei sehr großen Wassermengen die Wasserräder außerordentlich breit werden, wodurch einerseits die Anschaffungskosten vergrößert, anderseits infolge der Schwere des Rades die Reibungsverluste ziemlich bedeutende werden.

Die meiste Verwendung finden die Wasserräder bei sehr kleinen Gefällen, etwa bis zu 1,5 bis 2 m, und zwar bei einfacheren Anlagen das gewöhnliche unterschlächtige Wasserrad, bei besseren Anlagen die Kropfräder, Ponceletrad (selten, wegen seiner großen Empfindlichkeit gegen wechselnden Wasserstand), Sagebienrad, Zuppingerrad; die beiden letzteren namentlich dann, wenn es sich um größere Wassermengen handelt.

Die mittelschlächtigen Räder werden verwendet bei Gefällen von etwa 2,5 bis 4,5 m. Sind größere und zwar stark veränderliche Wassermengen vorhanden, so verwendet man, namentlich bei Gefällen etwa von 3 m an, gern rückschlächtige Räder.

Der Verwendungsbereich oberschlächtiger Räder sind Gefälle von 4 bis 10 m, sofern die Wassermengen nicht zu bedeutend sind und etwa 0,1 bis 1 cbm in der Sekunde nicht übersteigen.

Bei Erbauung eines neuen Wasserrades ist es oft zweckmäßig, den Wirkungsgrad der Wasserräder vorher zu kennen. Für Räder, welche nach ihrer Bauart, den Füllungen und Geschwindigkeiten zu gut angeordneten gerechnet werden können, ist dieser Wirkungsgrad η aus der folgenden Tabelle zu entnehmen.

Unterschlächtiges Rad	$\eta = 0{,}30$	bis 0,35
Kropfrad	$\eta = 0{,}40$	„ 0,50
Ponceletrad	$\eta = 0{,}60$	„ 0,65
Sagebienrad	$\eta = 0{,}70$	„ 0,75
Zuppingerrad	$\eta = 0{,}60$	„ 0,65
Schaufelrad mit Überfalleinlauf	$\eta = 0{,}60$	„ 0,65
Schaufelrad mit Coulisseneinlauf	$\eta = 0{,}65$	„ 0,70
Rückschlächtiges Rad mit Coulisseneinlauf	$\eta = 0{,}60$	„ 0,70
Oberschlächtiges Rad für kleine Gefälle von 3 bis 5 m	$\eta = 0{,}50$	„ 0,60
Oberschlächtiges Rad für größere Gefälle über 5 m . .	$\eta = 0{,}60$	„ 0,80

2. Turbinen. Unter Turbinen verstanden wir nach Anwend. 1, 1. (S. 299) solche Wasserräder, bei welchen das Wasser mit möglichst geringem Stoße in die Schaufeln oder Kanäle des Rades eintritt. Dabei bewegt sich das Wasser noch bis zum Austritte aus dem Rade an den Schaufeln entlang und befindet sich daher während seines Aufenthaltes im Rade zu dem Rade in relativer Bewegung.

Je nach der Art und Weise, in welcher das Wasser den Radkörper durchfließt, unterscheidet man folgende Arten von Turbinen:

1. Fließt das Wasser gleichlaufend mit der Achse durch das Rad, so spricht man von *Achsialturbinen*, und zwar sagt man: die Turbine ist

a) *von oben beaufschlagt*, wenn das Wasser oben in das Rad eintritt und unten aus dem Rade austritt; während man die Turbinen

b) *von unten beaufschlagt* nennt, wenn das Wasser den entgegengesetzten Weg verfolgt.

2. Fließt das Wasser senkrecht zur Achse durch das Rad, so spricht man von *Radialturbinen* und unterscheidet dabei:

a) Radialturbinen mit *innerer Beaufschlagung*, wenn das Wasser am inneren Radumfange eintritt und am äußeren Umfange austritt, d. h. also, wenn es sich bei der Bewegung durch das Rad von der Radachse entfernt;

b) Radialturbinen mit *äußerer Beaufschlagung*, wenn das Wasser den entgegengesetzten Weg verfolgt, wie unter a) angegeben; das Wasser tritt demnach am äußeren Radumfange ein, am inneren Radumfange aus, bewegt sich also während seines Laufes durch das Rad auf die Radachse zu.

Eine weitere Unterscheidungsart äußerlicher Natur ist die folgende: Man nennt die Turbinen

1. *Vollbeaufschlagte* Turbinen oder kurz *Vollturbinen*, wenn das Wasser gleichzeitig in sämtliche Kanäle des Rades eintritt; dagegen

2. *Teilweise beaufschlagte Turbinen*, kurz *Partialturbinen*, wenn das Wasser nur auf einem Teile des Radumfanges eintritt.

Bei der Ausführung lassen sich die Turbinen in der verschiedensten Weise gestalten durch beliebige Vereinigung oben genannter Arten. So spricht man von Achsialturbinen mit oberer voller Beaufschlagung, Achsialturbinen mit teilweiser oberer Beaufschlagung, Radialturbinen mit innerer voller Beaufschlagung, Radialturbinen mit äußerer voller Beaufschlagung, Radialturbinen mit innerer teilweiser Beaufschlagung u. s. w.

Die eben genannten Einteilungsarten sind, wie schon bemerkt, rein äußerlicher Natur. Viel wichtiger ist bei den Turbinen eine zweite Einteilungsart, nämlich die nach ihrer Wirkungsweise. Man unterscheidet dabei:

1. Die reinen *Druckturbinen*, auch Aktionsturbinen, Freistrahlturbinen, Girardturbinen genannt. Bei dieser Art von Turbinen tritt das Wasser mit seiner vollen, bei dem betreffenden Gefälle überhaupt möglichen absoluten Geschwindigkeit aus dem sogenannten Leitrade (s. unten) heraus. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Wasser an den Schaufeln des Laufrades entlang bewegt, die sogenannte Relativgeschwindigkeit, bleibt im wesentlichen dieselbe, die Kanäle des Rades sind nicht vollgefüllt.

2. Die Überdruckturbinen, auch Reaktionsturbinen genannt. Hier tritt das Wasser nicht mit der vollen, bei dem betreffenden Gefälle möglichen Geschwindigkeit aus dem Leitrade aus. Es ist in dem Wasser noch ein Überdruck, ein sogenannter hydraulischer Druck, vorhanden (§ 28), welcher während der Bewegung des Wassers durch die Kanäle des Laufrades zur Beschleunigung des Wassers benutzt wird.

Das Auftreten eines solchen Überdruckes in der Turbine läßt sich durch folgende Betrachtung anschaulich machen. Tritt (Fig. 199) das Wasser aus der Öffnung A heraus, so hat es an dieser Stelle die durch die gesamte Gefällhöhe erzeugte Geschwindigkeit c, die sich nach den früheren Betrachtungen berechnen läßt durch die Gleichung

$$h = \frac{c^2}{2g}.$$

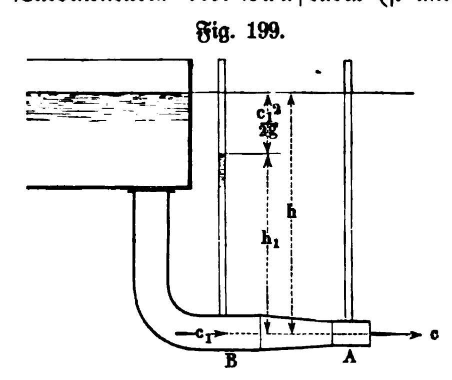
In einem anderen Querschnitte, welcher größer ist als A, z. B. in dem Querschnitte B, hat das Wasser eine geringere Geschwindigkeit und übt daher (nach § 28) auf die Seitenwände des Gefäßes an dieser Stelle noch einen gewissen Druck h_1 aus, dessen Größe sich ergiebt aus der Gleichung

$$h_1 = h - \frac{c_1^2}{2g}$$
$$= \frac{c^2 - c_1^2}{2g}.$$

Stellt nun A den Austrittsquerschnitt des Leitrades einer Turbine vor, dann hat man eine reine Druckturbine oder Freistrahlturbine; das Wasser tritt mit der vollen, bei dem vorhandenen Gefälle möglichen Geschwindigkeit in die Turbine ein.

Denkt man sich dagegen A als den Austrittsquerschnitt des eigentlichen Turbinenrades oder Laufrades (s. unten); den größeren Querschnitt B dagegen als den Eintrittsquerschnitt des Laufrades, so übt das Wasser an dieser Stelle den oben erwähnten Druck auf seine Umgebung aus, es wird also das Bestreben haben, sich nach allen Seiten hin auszubreiten.

Fig. 199.



Damit nun dieser Überdruck des Wassers nicht vor dem Austritte aus dem Laufrade verloren gehe, muß erstens der nicht zu vermeidende Spielraum zwischen Leitrad und Laufrad, der sogenannte Spalt, möglichst klein gemacht werden, ferner aber muß das Wasser auch die Kanäle des Laufrades vollständig anfüllen.

Zwischen beiden Turbinenarten stehen dann

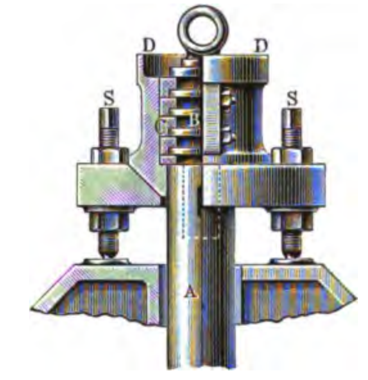
3. die sogenannten Grenzturbinen, auch Druckturbinen mit erzwungenem Strahl, Turbinen mit Rückschaufelung genannt. Es sind dies

Druckturbinen, bei welchen aber die Kanäle des Laufrades vollständig gefüllt sind. Der Zweck dieser Anordnung soll weiter unten erläutert werden.

Die wesentlichen Bestandteile der in neuerer Zeit üblichen Turbinen sind folgende:

1. Die Wasserzuleitung. Sie besteht entweder aus einem oben offenen Behälter, in welchen das Wasser mit freier Oberfläche zufließt, oder aus einem allseitig geschlossenen Rohre. Der offene Behälter ist nur für niedrige Gefälle anwendbar (Niederdruckturbinen), während das allseitig geschlossene Rohr bei hohen Gefällen Anwendung findet (Hochdruckturbinen).

Fig. 200.

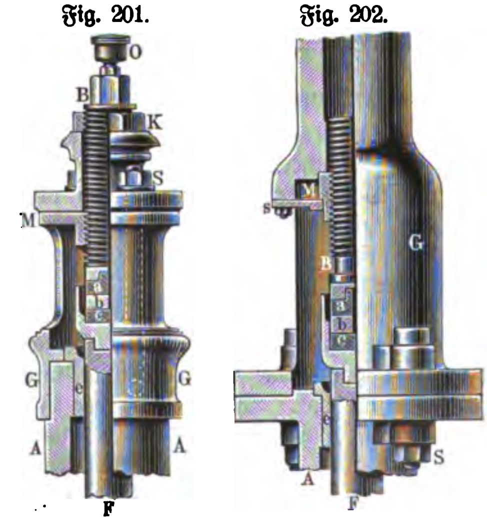


2. Der Leitapparat oder das Leitrad (*a*, Fig. 203), ein radähnlich gestalteter, feststehender Körper, durch dessen Schaufeln das Wasser in geeigneter Weise in die Turbine geleitet wird.

3. Das eigentliche Turbinenrad oder Laufrad (*b*, Fig. 203), bestehend aus zwei oder mehreren Schaufelkränzen, aus den Schaufeln, den Armen und der Nabe. Das Material für Leitrad und Laufrad ist in der Regel Gußeisen, selten Bronze. Die Schaufeln bestehen entweder gleichfalls aus Gußeisen, oder sie werden aus Schmiedeeisen- bezw. Stahlblech gebogen und in die Radkränze mit eingegossen.

4. Die Turbinenwelle. Bei Turbinen mit wagerechter Welle besteht die Welle in der Regel aus Schmiedeeisen, bezw. Stahl, ihre Lagerung unterscheidet sich nicht von der Lagerung anderer Wellen. Bei Turbinen mit senkrechter Welle sind die Wellen entweder voll und bestehen dann ebenfalls aus Schmiedeeisen, bezw. aus Stahl, oder sie sind hohl und bestehen dann aus Gußeisen. Die Lagerung voller Wellen geschieht in gewöhnlichen Spurlagern, welche sich unter Wasser befinden, oder die Welle endigt in ihrem oberen Teile in einen sogenannten Kammzapfen, dessen Lagerung durch Fig. 200 veranschaulicht wird. Die Schrauben *S*, *S* dienen dabei zu einer entsprechenden Verstellung des Spurlagers.

Fig. 201. Fig. 202.



Ist die Welle hohl, so ist eine besondere Tragstange erforderlich, an welcher die Welle mittels eines sogenannten Oberwasserzapfens hängt

und um welche sie sich dreht. Ein solcher Oberwasserzapfen kann sich entweder am oberen Ende oder in der Mitte der hohlen Welle befinden. Befindet er sich in der Mitte, so nennt man ihn wohl auch einen **Mittelzapfen**. Die Fig. 201 und 202 (a. v. S.) stellen zwei solche Zapfen dar. In beiden Figuren ist F das obere Ende der schmiedeeisernen Tragstange, deren Kopf eine Bronzebüchse trägt, in welcher die Spurplatte c gelagert ist. A ist die hohle gußeiserne Turbinenwelle mit dem Aufsatze G. Dieser Aufsatz und mit ihm die ganze hohle Welle ist durch die Schrauben B in der Höhenrichtung verstellbar. Die Schraube B trägt an ihrem unteren Ende die Stahlplatte a. Zwischen diese Platte a und die oben genannte Platte c ist gewöhnlich noch eine Bronzeplatte b lose eingelegt.

Fig. 203*).

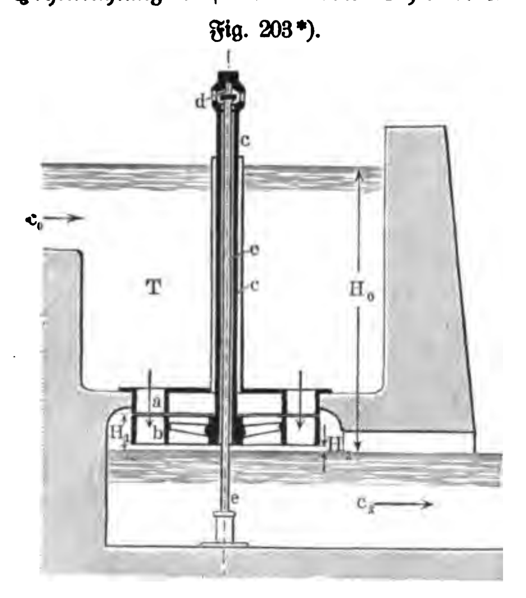


Fig. 203 zeigt die schematische Darstellung einer von oben beaufschlagten Achsialvollturbine mit hohler Welle. T ist die Turbinenkammer, aus welcher das Wasser in die Turbine fließt, a ist das Leitrad, b das Laufrad, c ist die hohle gußeiserne Welle, die vermittelst des Oberwasserzapfens d auf der Tragstange e aufgehängt ist. Auf der nach oben fortgesetzten Welle sitzt gewöhnlich ein Kegelzahnrad, durch welches die in der Turbine gewonnene Arbeit auf irgend eine Weise weiter geleitet wird.

5. **Die Reguliervorrichtungen.** Eine Regulierung der Turbinen, d. h. eine Regulierung des Wasserverbrauches, ist auf dreierlei Arten möglich:

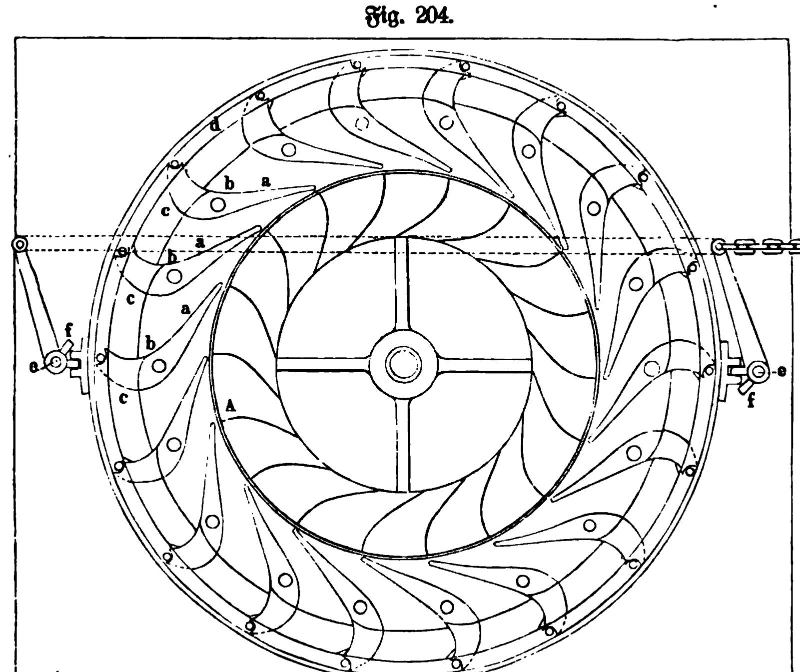
a) Durch Schützen, welche sich im Zufluß- bezw. im Abflußgerinne befinden. Diese Vorrichtungen bewirken, ebenso wie etwaige Drosselklappen im Zu- oder Abflußrohre, eine Vernichtung des Gefälles und sind daher nicht zweckmäßig.

b) Regulierung durch Veränderung der Weite der Leitkanäle. Eine solche Vorrichtung, wie sie bei Francisturbinen ausgeführt wird, stellt Fig. 204 dar. Die Leitschaufeln a sind massiv ausgeführt und um feste Achsen b drehbar. Die Drehung der Leitschaufeln erfolgt mit Hülfe der an den Schaufeln befestigten Arme c, welche sich gegen Stifte des Ringes d anlegen. Zur Ausführung dieser Drehung dienen die beiden stehenden Wellen e, welche am oberen Ende mit zwei gleich langen und gleich ge-

*) Die Fig. 203, 207, 208, 211 nach Skizzen aus „Die Wasserräder und Turbinen" von **Henne**.

richteten Armen versehen sind, deren Enden eine Zugstange verbindet, an die sich eine Kette anschließt, so daß also die Winkelbewegung der einen Welle in gleichem Maße auf die andere übertragen wird. Die unteren Enden dieser Welle tragen je ein Zahnradstück f mit zwei Zähnen, welche in zwei andere, an dem Ringe d befestigte Zähne eingreifen. Da hiernach gleichzeitig alle Leitschaufeln um gleiche Winkel gedreht werden, so behalten die Zufluß-kanäle auch bei etwaiger Drehung der Leitschaufeln ihre vorteilhafte Gestalt. Der Drehpunkt der Leitschaufeln ist so angeordnet, daß der Wasser-druck die Schaufeln gegen die Turbine hindrängt, so daß sich der Arm c einer jeden Schaufel jederzeit fest an den zugehörigen Stift d anlegt. Es ist jedoch zu bedenken, daß durch das Drehen der Leitschaufeln der Winkel,

Fig. 204.

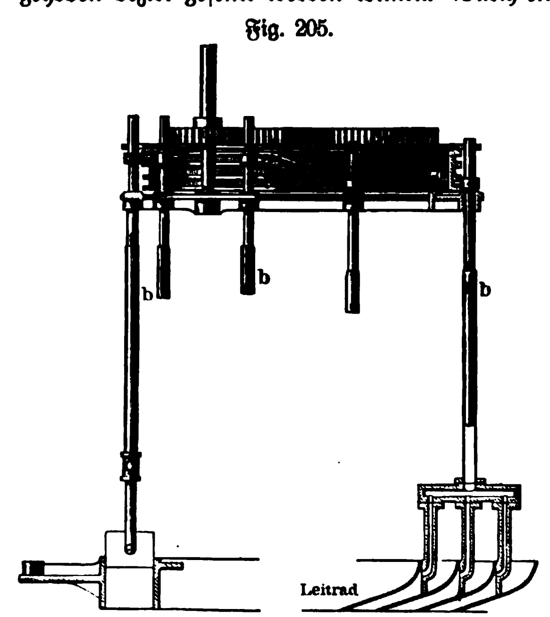


unter welchem das Wasser in das Laufrad strömt, sich ändert, und daß gleichfalls der Spalt vergrößert wird. — Hierher kann ferner eine andere Art der Regulierung gerechnet werden, welche darin besteht, daß man den Turbinen zwei oder drei Kränze giebt. Durch Öffnen oder Verdecken einzelner Kränze kann man dann, freilich nur in beschränkten Abstufungen, eine Vergrößerung oder Verminderung der Arbeitsleistung herbeiführen.

c) Regulierung durch Abschluß einzelner Leitradkanäle. Diese Art der Regulierung ist die häufigste, namentlich bei Axialturbinen. Sie ist ohne wesentlichen Einfluß auf den Wirkungsgrad bei den Druck- und Grenz-turbinen, sofern nur dafür gesorgt wird, daß stets Luft ungehindert in die Laufradkanäle eindringen kann. Für Überdruckturbinen ist diese Art der

Regulierung theoretisch unrichtig, denn jedesmal, wenn ein gefüllter Laufradkanal an einen geschlossenen Leitradkanal kommt, hört natürlich sofort der Überdruck des Wassers in dem Laufradkanale auf, und eine spätere Vereinigung der Wassersäulen ist stets mit einem Stoßverlust verbunden. Die Folge davon ist, daß der Wirkungsgrad ziemlich rasch sinkt, und zwar verhältnismäßig rascher, als die Beaufschlagung abnimmt. Trotzdem wird diese Art der Regulierung sehr häufig angewendet, da sie verhältnismäßig einfach ist. Auch die Verminderung des Wirkungsgrades ist unbeträchtlich, sofern es sich nur um geringe Änderung der Beaufschlagung handelt. Die Figuren 205 und 206 stellen solche Reguliervorrichtungen dar. In Fig. 205 ist *a* eine Kurvenscheibe, durch deren Drehung beliebig viele der Regulierstangen *b b* gehoben bezw. gesenkt werden können. Durch Kanäle in den Absperrschiebern und durch die hohlen Zugstangen *b b* stehen, wie aus der Figur ersichtlich, die abgesperrten Kanäle mit der Außenluft in Verbindung. Die Art der Regulierung nach Fig. 206 ist ohne weiteres aus der Figur ersichtlich; *a* ist das Laufrad, *b* das Leitrad, dessen Kanäle durch die aus Leder bestehenden Rollschützen *c c* in beliebiger Anzahl verschlossen werden können.

Fig. 205.

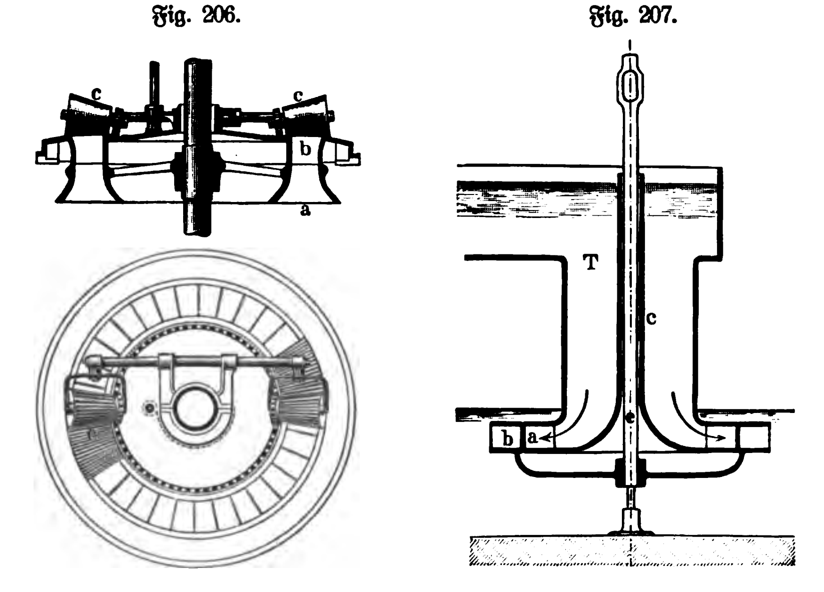


Die Aufstellung der Turbinen geschieht im allgemeinen am zweckmäßigsten in der Weise, daß das Laufrad der Turbine möglichst dicht über dem Unterwasserspiegel hängt. Von dieser Aufstellungsart muß aber sehr häufig abgewichen werden. So läßt man z. B. das Laufrad nicht selten in das Unterwasser eintauchen, um auf diese Weise selbst sehr kleine Gefälle vollständig auszunutzen und es hat sich gezeigt, daß ein solches Eintauchen nur eine geringe Verminderung des Wirkungsgrades der Turbine herbeiführt. Nicht angängig ist jedoch dieses Eintauchen in das Unterwasser bei den Druck- oder Freistrahlturbinen. Es wurde bereits oben bemerkt, daß bei dieser Turbinengattung das Wasser die Kanäle des Laufrades nicht vollfüllt und nicht vollzufüllen braucht. Würde also eine solche Turbine in das Unterwasser eintauchen, so würde sogen. totes Wasser in den freien Raum der Radkanäle eintreten. Dieses tote Wasser müßte von der Turbine mit herumbewegt werden und die hierzu nötige Arbeit ginge natürlich für die Wirkung der Turbine verloren. Will man auch bei Druckturbinen die Möglichkeit haben, die Turbine ins Unterwasser eintauchen

zu lassen, so hat man dafür zu sorgen, daß die Kanäle des Laufrades vollständig gefüllt bleiben. Dies ist aber der Fall bei den oben erwähnten Grenzturbinen.

Eine weitere Aufstellungsart bildet die unter Anwendung eines Saugrohres (siehe Fig. 208); man nennt dann derartige Turbinen Rohrturbinen. Bei der Druckwirkung, welche das Wasser auf die Schaufeln des Laufrades ausübt, wird es offenbar ganz gleichgültig sein, ob dieser Druck nur durch eine darüber lastende Wassersäule erzeugt wird, oder zum Teil dadurch, daß der atmosphärische Druck auf das aus dem Laufrade austretende Wasser möglichst aufgehoben wird. (Wenn in einem Dampfcylinder auf den Dampfkolben ein Druck von 1 kg für den Quadratcentimeter ausgeübt werden soll, so kann dies entweder in der Weise geschehen, daß die eine Seite des Kolbens mit der

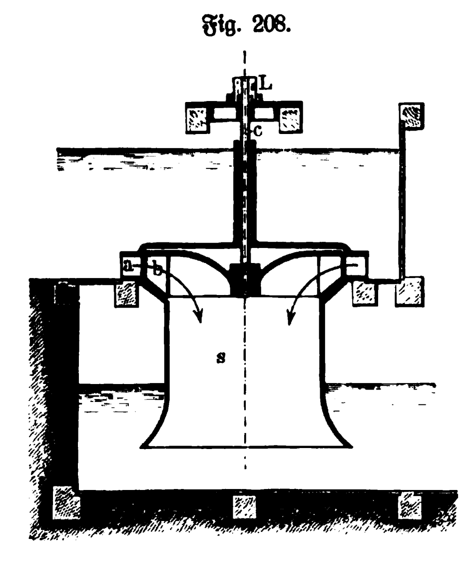
Fig. 206. Fig. 207.



Atmosphäre in Verbindung gebracht wird, während auf die andere Seite des Kolbens Dampf von 2 atm. abs. wirkt, oder man schafft, etwa durch einen Kondensator, auf der einen Seite des Kolbens eine möglichst vollkommene Luftleere und braucht dann auf die andere Seite nur Dampf von 1 atm. abs. wirken zu lassen.) Läßt man also das Wasser aus dem Laufrade in ein Rohr eintreten, dessen unteres Ende in das Unterwasser eintaucht, so wird diese in dem Rohr befindliche Wassersäule nach Art eines Barometerrohres einem Teile des atmosphärischen Druckes das Gleichgewicht halten, d. h. sie wird den Atmosphärendruck zum Teil aufheben. Es ist ersichtlich, daß ein solches Saugrohr theoretisch die Höhe von 10,334 m nicht wird übersteigen dürfen. In Wirklichkeit muß diese Höhe bedeutend geringer sein und darf etwa 8 m nicht überschreiten. Würde sie wesentlich größer sein, so könnte der Atmosphärendruck die Wassersäule nicht mehr tragen, die Säule würde abreißen und die Saugwirkung sofort aufhören.

Innerhalb dieser Grenze leistet diese Aufstellung vortreffliche Dienste, indem die Räder am oberen Ende des Rohres angebracht werden können, also leicht zugänglich sind, leicht eingesetzt und wieder herausgezogen werden können. Die Turbinenachse kann kurz und leicht sein, die relative Lage der Räder gegen den Mantel ist vollkommen gesichert, kostspielige Fundamentirungen sind dadurch vermieden.

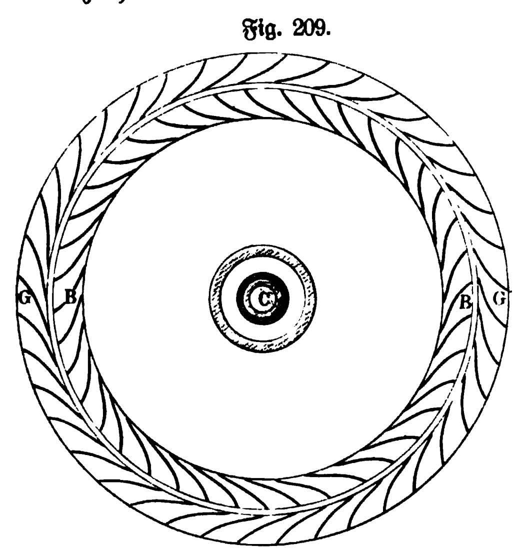
Fig. 208.



Die wichtigsten Ausführungsarten der Turbinen. In der Praxis pflegt man die Turbinen meistens nach ihrem ersten Erbauer zu benennen, es sollen daher in der folgenden Übersicht, welche nur die wichtigsten der heute üblichen Turbinengattungen enthält, diese Namen beibehalten werden.

1. **Fourneyron-Turbine.** Mit diesem Namen pflegt man eine mit Überdruck arbeitende radiale Vollturbine mit innerer Beaufschlagung zu bezeichnen. Die schematische Anordnung einer solchen Turbine, und zwar als Niederdruckturbine, zeigt Fig. 207 (a. v. S.). Es bezeichnet darin wieder *T* die Turbinenkammer, *a* das Leitrad, *b* das Laufrad, *c* die hohle gußeiserne Welle, *e* die Tragstange. Eine Abänderung dieser Turbinen besteht darin, daß das Wasser nicht von oben, sondern vermittelst eines Druckrohres von unten in das Leitrad eingeführt wird.

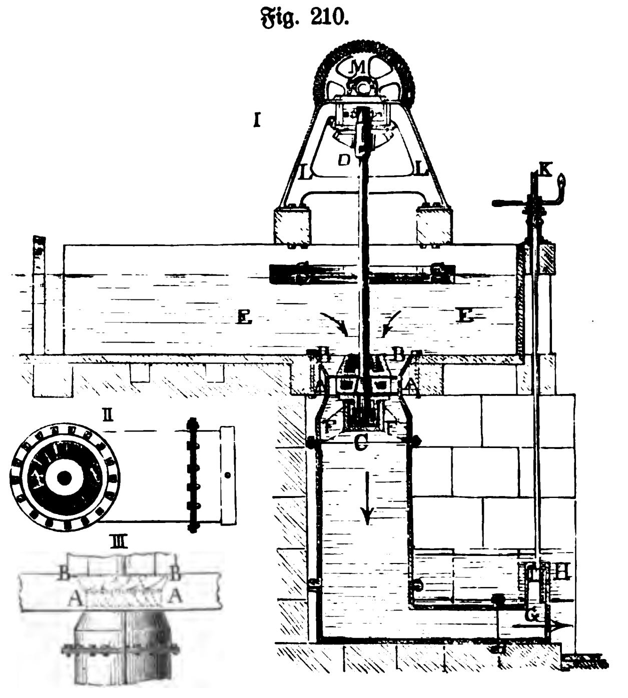
Fig. 209.



2. Die **Francis-Turbine** ist gewissermaßen eine umgekehrte Fourneyron-Turbine, sie ist auch eine mit Überdruck arbeitende Radial-Vollturbine mit senkrechter Welle, jedoch mit äußerer Beaufschlagung. Die schematische Fig. 208 zeigt die Anordnung einer Francis-Turbine. Es bezeichnet darin wieder *a* das Leitrad, *b* das Laufrad, *c* die in diesem Falle volle Welle mit dazu gehörigem Spurlager *L*, *s* ist ein kurzes Saugrohr. Fig. 209 stellt einen wagerechten Schnitt durch Laufrad und Leitrad einer Francis-Turbine dar. *B* ist das Laufrad, *G* das Leitrad.

3. Die Henschel-Jonval-Turbine, meistens kurz Jonval-Turbine genannt, ist eine sehr häufig angewandte Turbinenart. Sie ist eine mit Überdruck arbeitende Axial-Vollturbine. Ihre Anordnung zeigt die schematische Fig. 203 auf S. 320. Eine andere Anordnung einer Jonval-Turbine mit Saugrohr ist aus Fig. 210 ersichtlich. *B* ist hier das nach unten konisch zulaufende Leitrad, *A* das Laufrad, *C* das Saugrohr.

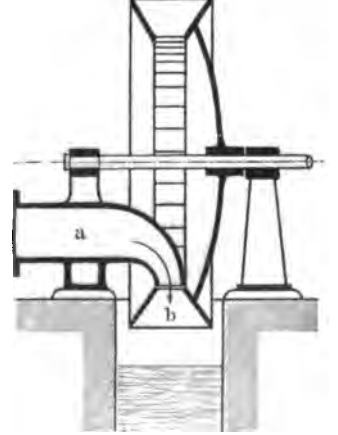
Fig. 210.



4. Die Girard-Turbine ist eine axiale Freistrahlturbine mit senkrecht stehender Achse und wird entweder als Vollturbine oder als teilweise beaufschlagte Turbine ausgeführt.

5. Die Schwamkrug-Turbine ist eine radiale Freistrahlturbine mit innerer teilweiser Beaufschlagung. Sie eignet sich ganz besonders zur Ausnutzung sehr hoher Gefälle bei verhältnismäßig geringen Wassermengen, wo vollbeaufschlagte Räder zu winzigen Durchmessern und bedeutenden Umdrehungszahlen führen würden. Der Bau und die Anordnung dieser Turbinen sind aus der schematischen Fig. 211 ersichtlich. Es bezeichnet darin *b* das Laufrad, *a* das Zuführungsrohr, welches in den Leitapparat endigt. Das Zuführungsrohr wird gleichzeitig für die Lagerung der wagerechten Welle verwendet. Der große Vorteil dieser wagerechten Lagerung besteht darin, daß man keine Kegelräder nötig hat, um die Arbeit weiter zu leiten und daß man gegebenenfalls z. B. eine Dynamomaschine unmittelbar durch die verlängerte Turbinenwelle antreiben kann.

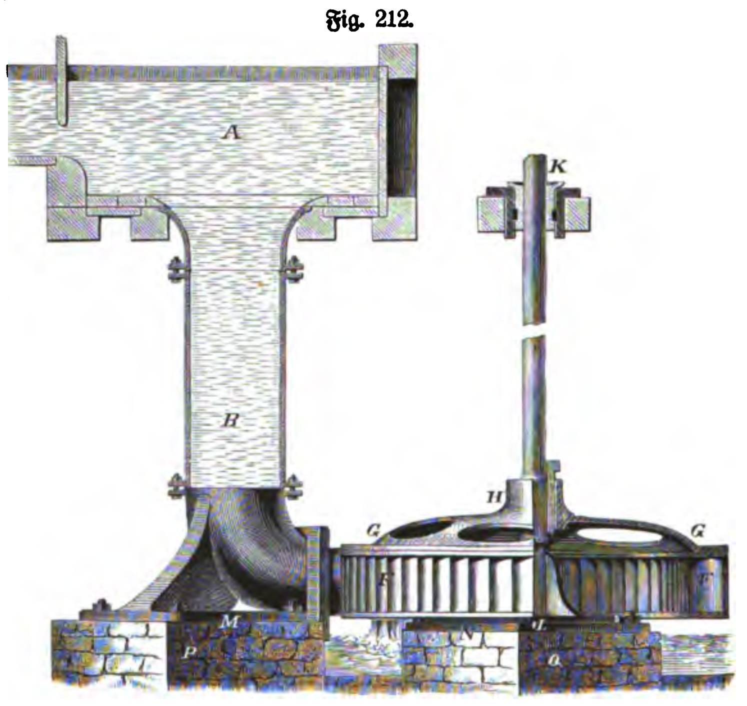
Fig. 211.



6. Das Zuppingersche Tangentialrad ist ebenfalls eine radiale Freistrahlturbine, jedoch mit äußerer Beaufschlagung und eignet sich ebenso wie

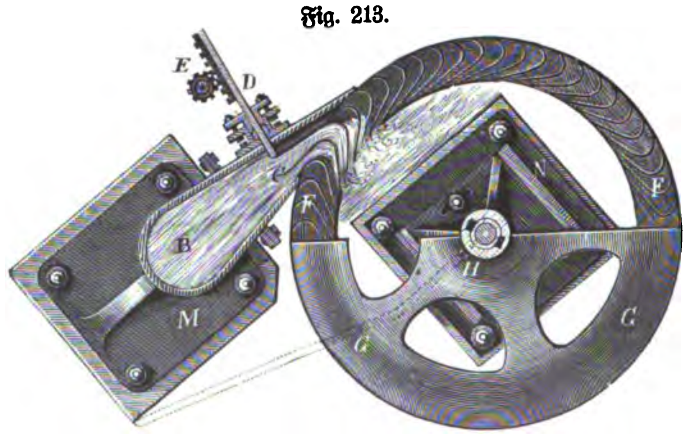
die vorige besonders zur Ausnutzung sehr hoher Gefälle bei verhältnismäßig geringer Wassermenge. Die Anordnung ist aus Fig. 212 und 213 ersichtlich.

Fig. 212.



Das Zuleitungsrohr *B* endigt hier ebenfalls in den Leitapparat *C*. *F* ist das Laufrad, welches vermittelst des durchbrochenen Tellers *G* und der

Fig. 213.



Nabe *H* mit der aufrecht stehenden Welle in Verbindung steht.

7. Die Lehmannsche Kombinationsturbine (Fig. 214) ist eine axial

beaufschlagte Druckturbine, die zu der Klasse der sogenannten Grenzturbinen gehört, d. h. zu denjenigen Turbinen, welche die Vorteile der Freistrahlturbinen mit der Eigenschaft verbinden, im Unterwasser laufen zu können. Wie nämlich Fig. 215 zeigt, sind die Schaufeln des Laufrades mit sogenannten Rückschaufeln versehen, welche so gestaltet sind, daß das Wasser den Raum zwischen zwei Schaufeln gerade anfüllt. In dem äußeren Kranze des Laufrades *a* (Fig. 214) befinden sich ferner sogenannte Lüftungsöffnungen *vv*, welche in einen um das ganze Laufrad herumgehenden, oben offenen Kanal *e* münden. Dieser Kanal wird nach oben durch einen am Leitrade befestigten Kanal *k* abgeschlossen, der wiederum durch mehrere Rohre *r* mit der äußeren Luft in Verbindung steht. Läuft die Turbine in freier Luft, taucht sie also nicht in das Unterwasser ein, so kann durch die Röhre *r*, die Kanäle *k* und *e*, sowie durch die Lüftungsöffnungen *v* Luft in die Schaufelzwischenräume treten, wodurch eine reine Freistrahlwirkung erzielt ist. Taucht dagegen die Turbine in das Unterwasser ein, so füllt sich der Kanal *e* mit Wasser und die Luft wird dadurch abgesperrt. In der Figur bezeichnet ferner *W* die senkrecht stehende Turbinenwelle, *b* ist das Leitrad, dessen Kanäle zum Teil durch eine Reguliervorrichtung *R* abgesperrt werden können. Die Rohre *r* haben dabei den weiteren Vorteil, daß diejenigen Laufradkanäle, welche sich unter den etwa geschlossenen Leitradkanälen vorbei bewegen, mit der Luft in Verbindung stehen.

Fig. 214.

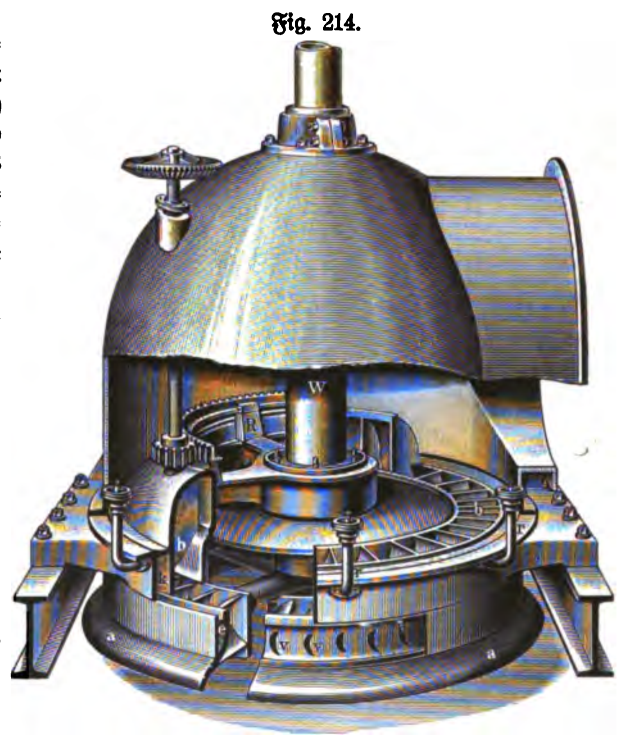
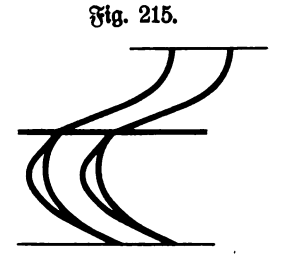


Fig. 215.



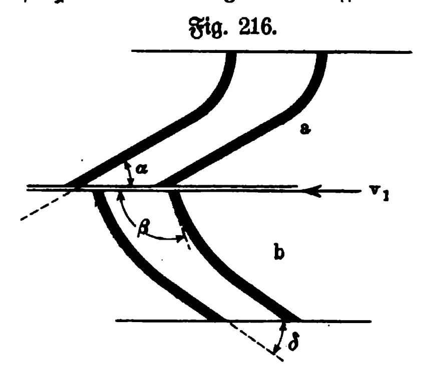
Berechnung der Turbinen.

Bei der Berechnung der Turbinen wird zunächst vorausgesetzt, daß die zur Verfügung stehende Gefällhöhe und Wassermenge bekannt sind, und daß

man sich über die zur Verwendung kommende Turbinengattung schlüssig gemacht hat. Unter dieser Voraussetzung erstreckt sich die Berechnung, soweit sie zur eigentlichen Turbinentheorie gehört, vor allem auf zwei Dinge: auf die Bestimmung der Größenverhältnisse des Leit- und Laufrades, und zweitens auf die zweckmäßige Gestaltung der Schaufelformen, denn von ihr hauptsächlich hängt die Güte des Wirkungsgrades, d. h. die Größe der Arbeitsleistung ab, welche sich unter den gegebenen Verhältnissen mit der Turbine erreichen läßt. Bevor jedoch mit der eigentlichen Berechnung begonnen werden kann, müssen zunächst noch einige allgemeine Beziehungen erörtert werden.

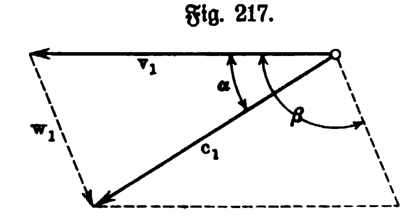
Stoßfreier Wassereintritt. Nach den früheren Erörterungen (§ 55) ist jede Einwirkung des Wassers durch Stoß bei Maschinen zu vermeiden aus dem Grunde, weil selbst im günstigsten Falle die Hälfte des vorhandenen Arbeitsvermögens durch die Stoßwirkung vollständig verloren geht. Es ist daher als Grundbedingung für alle Turbinenarten die Forderung aufzustellen, daß das aus dem Leitrade austretende Wasser ohne Stoß oder doch wenigstens unter möglichst geringem Stoße in die Kanäle des Laufrades eintritt.

Fig. 216.



Wann diese Bedingung erfüllt ist, läßt sich am besten auf zeichnerischem Wege ermitteln. Durch die Mitte der Schaufeln einer Axialturbine sei ein cylindrischer Schnitt parallel zur Turbinenachse geführt und dieser Schnitt in die Ebene aufgerollt. Fig. 216 stelle einen Teil dieses Schnittes dar und es bezeichne darin a das Leitrad, b das Laufrad, α den Winkel, unter welchem das Wasser aus dem Leitrade austritt, β den Winkel, unter welchem das Wasser in das Laufrad eintritt. Es bezeichne ferner v_1 die Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades an der Eintrittsstelle des Wassers, c_1 die absolute Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Leitrade, w_1 diejenige Geschwindigkeit, mit welcher sich das Wasser an den Schaufeln des Laufrades entlang bewegt, die sogenannte Relativgeschwindigkeit des Wassers. Trägt man nun (Fig. 217) v_1, c_1 und w_1 ihrer Richtung und Größe nach auf, so ergiebt sich unmittelbar aus der Figur, daß ein stoßfreier Eintritt des Wassers in das Laufrad dann erfolgen wird, wenn die Richtung des ersten Schaufelelementes der Laufradschaufeln in die Richtung der aus den Geschwindigkeiten v_1 und c_1 resultirenden Geschwindigkeit w_1 fällt.

Fig. 217.



Die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrade. Das Wasser tritt aus dem Leitrade mit einer Geschwindigkeit

$$c_1 = \zeta \sqrt{2g(mH)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

hierbei bedeutet m denjenigen Teil des für die Turbine in Betracht kommenden Gefälles, welcher zur Erzeugung der Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitrade verwendet werden soll, den sogenannten Reaktionskoeffizienten. Der Koeffizient ζ dagegen giebt denjenigen Verlust an, welcher durch die unvermeidlichen Widerstände in der Turbine entsteht und kann im Mittel etwa zu 0,95 angenommen werden.

Für eine reine Druckturbine oder Freistrahlturbine, für welche nach dem früheren $m = 1$ zu setzen ist, wäre demnach:

$$c_1 = 0{,}95\sqrt{2gH}.$$

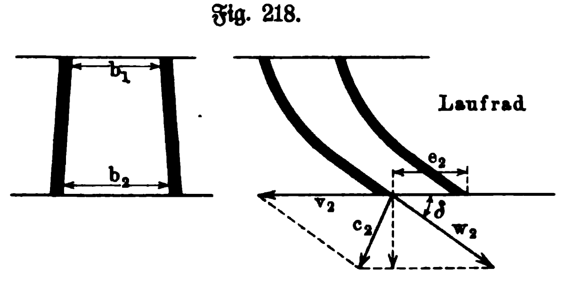
Für Überdruckturbinen (Reaktionsturbinen) ist $m < 1$, und zwar pflegt man meistens $m = 0{,}5$ anzunehmen, d. h. man verwendet die Hälfte des Gefälles zur Erzeugung der Austrittsgeschwindigkeit, während die andere Hälfte des Gefälles als Überdruck in dem Wasser enthalten ist. Für diesen Fall wäre dann

$$\begin{aligned} c_1 &= 0{,}95\sqrt{0{,}5}\sqrt{2gH} \\ &= 0{,}67\sqrt{2gH}. \end{aligned}$$

Kleiner pflegt man m nicht anzunehmen, dagegen lassen sich zwischen den beiden oben genannten Werten $m < 1$ und $m > 0{,}5$ beliebige Zwischenwerte annehmen, man kann, wie man sagt, innerhalb dieser Grenzen Turbinen mit beliebigem Reaktionsgrade bauen, es sind dann nur die übrigen Größen, wie weiter unten gezeigt werden soll, in geeigneter Weise zu wählen.

Die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Laufrade. Bei dem Austritt aus dem Laufrade hat das Wasser die Relativgeschwindigkeit w_2 (Fig. 218). Da das Rad an dieser Stelle die Umfangsgeschwindigkeit v_2 besitzt, so ergiebt sich nach dem Parallelogramm der Geschwindigkeiten eine absolute Austrittsgeschwindigkeit c_2. Diese Austrittsgeschwindigkeit

Fig. 218.



ist für die Wirkung auf das Rad vollständig verloren, es muß daher nicht nur c_2 möglichst klein sein, sondern man pflegt auch die Anordnung so zu treffen, daß c_2 möglichst senkrecht zum Radumfange gerichtet ist, da bei einem anders gerichteten c_2, wie aus Fig. 218 ersichtlich ist, für den Ausfluß des Wassers aus dem Rade doch nur die senkrecht zum Radumfange gerichtete Komponente in Betracht kommt. Die absolute Größe von c_2 wählt man gewöhnlich so, daß sie etwa 5 Proz. von dem gesamten für die Turbine in Betracht kommenden Gefälle beträgt, so daß sich also unter diesen vereinfachenden Annahmen für die Bestimmung von c_2 die Gleichung ergiebt:

$$\left.\begin{aligned} c_2 &= \sqrt{2g \,.\, 0{,}05\,H} \\ &= 0{,}2236\sqrt{2gH}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Beziehungen zwischen den Gefällegrößen und den Geschwindigkeiten. Verfolgen wir das Wasser auf seinem Wege durch die Turbine, so kommt es zunächst im Oberwasser mit einer Geschwindigkeit c_0 an, entsprechend einer Gefällhöhe $\frac{c_0^2}{2g}$. Da es ferner im Unterwasser mit einer Geschwindigkeit c_3 abfließt, entsprechend einer Gefällhöhe $\frac{c_3^2}{2g}$, so ist, wenn H_0 die senkrechte Entfernung des Oberwasserspiegels vom Unterwasserspiegel bedeutet, die gesamte für den Betrieb der Turbine zur Verfügung stehende Gefällhöhe

$$H = H_0 + \frac{c_0^2 - c_3^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Bei seinem Austritt aus dem Leitrade hat das Wasser die Geschwindigkeit c_1, entsprechend einer Gefällhöhe $\frac{c_1^2}{2g}$, außerdem enthält es aber noch einen gewissen Druck h_1, den oben erwähnten hydraulischen Druck (welcher bei den reinen Druck- oder Freistrahlturbinen zu Null wird). Zur Erzeugung dieser Höhen diente einerseits die oben erwähnte Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_0^2}{2g}$, anderseits die Höhe $H_0 - H_1$ (Fig. 203, S. 320), welche das Wasser bis zu seinem Austritt aus dem Leitrade durchfallen hatte. Durch Gleichsetzung der erzeugten und erzeugenden Höhen erhält man die Gleichung

$$\frac{c_1^2}{2g} + h_1 = \frac{c_0^2}{2g} + \left(H_0 - H_1\right) \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Für die Fortbewegung des Wassers durch das Laufrad kommt zunächst nur diejenige Geschwindigkeit in Betracht, mit welcher sich das Wasser an den Schaufeln des Rades entlang bewegt, d. h. die Relativgeschwindigkeit. Bezeichnet man die Relativgeschwindigkeit beim Eintritt in das Laufrad mit w_1, beim Austritt aus dem Laufrade mit w_2, so ergiebt sich folgendes:

Die Relativgeschwindigkeit w_2 wird im allgemeinen von w_1 verschieden sein. Beim Eintritt in das Laufrad besitzt nämlich das Wasser, wie oben bemerkt, den hydraulischen Druck h_1 und wird beim Austritt ebenfalls einen hydraulischen Druck h_2 besitzen, der gegebenenfalls zu Null wird. Da in den meisten Fällen $h_2 < h_1$ sein wird, so kann man sagen, es ist bei der Bewegung des Wassers durch das Laufrad die Höhe $h_1 - h_2$ verbraucht worden. Verbraucht wurde ferner diejenige Höhe $H_1 - H_2$ (Fig. 203, S. 320), welche der Höhe des Laufrades entspricht (bei Radialturbinen ist $H_1 - H_2 = 0$). Schließlich ist noch folgendes zu bedenken. Da im allgemeinen die Radgeschwindigkeit (v_2) an der Austrittsstelle des Wassers größer ist als die Radgeschwindigkeit v_1 beim Eintritt des Wassers in das Rad, so ist durch die Centrifugalkraft auf das Wasser eine Arbeit übertragen worden, entsprechend der Differenz der Geschwindigkeitshöhen $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$. Erzeugt wurde durch die verschiedenen verbrauchten Höhen die Geschwindigkeitshöhe $\frac{w_2^2}{2g}$ entsprechend der

Geschwindigkeit w_2, welche das Wasser beim Austritt aus dem Laufrade besitzt. Man erhält also wieder durch Gleichsetzung der erzeugten und verbrauchten Höhen die Gleichung

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + (h_1 - h_2) + (H_1 - H_2) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad . \quad . \quad (5)$$

Das Wasser verläßt das Rad mit der absoluten Geschwindigkeit c_2, während es im Unterwasser mit einer Geschwindigkeit c_3 weiterfließt. Zur Erzeugung der Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_3^2}{2g}$ mußte nun aufgewendet werden: die Höhe $\frac{c_2^2}{2g}$, ferner die Druckhöhe, welche in dem Wasser bei seinem Austritt aus dem Laufrade als hydraulischer Druck enthalten war, und schließlich diejenige Höhe H_2, welche das Wasser bei seinem Austritt aus dem Laufrade bis zum Unterwasserspiegel zu durchfallen hatte. Man erhält demnach:

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} + h_2 + H_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Zum Zwecke der Addition mögen die Gleichungen (4), (5) und (6) hier noch einmal Platz finden:

$$\frac{c_1^2}{2g} + (h_1) = \frac{c_0^2}{2g} + H_0 - (H_1),$$

$$\frac{w_2^2}{2g} = \frac{w_1^2}{2g} + (h_1) - (h_2) + (H_1) - (H_2) + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g},$$

$$\frac{c_3^2}{2g} = \frac{c_2^2}{2g} + (h_2) + (H_2).$$

Es ist zunächst ersichtlich, daß sich bei der Addition die eingeklammerten Größen gegenseitig aufheben; man erhält demnach:

$$\frac{c_1^2 + w_2^2 + c_3^2}{2g} = \frac{c_0^2 + w_1^2 + c_2^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + H_0$$

oder anders geschrieben:

$$\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = H_0 + \frac{c_0^2 - c_3^2}{2g}$$

$$= H \quad \text{(vergl. Formel 3).}$$

Die vorliegende Gleichung erhält eine sehr einfache Form, wenn man folgendes berücksichtigt:

Zunächst wird in Wirklichkeit nicht das gesamte Gefälle H zur Wirksamkeit kommen, sondern nur ein gewisser Bruchteil εH davon, während der übrige Teil durch Reibungs- und sonstige Verluste auf dem Wege vom Oberwasserspiegel zum Unterwasserspiegel verloren geht. Trägt man ferner in der letzten Formel aus Fig. 217 für w_1^2 seinen Wert ein:

$$w_1^2 = c_1^2 + v_1^2 - 2\, c_1 v_1 . \cos\alpha$$

und aus Fig. 219 (a. f. S.) für w_2^2 seinen Wert:

$$w_2^2 = v_2^2 + c_2^2,$$

so heben sich die Größen c_1^2, c_2^2, v_1^2, v_2^2 fort, und man erhält:

$$c_1 v_1 \cos\alpha = \varepsilon g H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Die Winkel. 1. Der Austrittswinkel aus dem Leitrade. Die Größe des Austrittswinkels aus dem Leitrade (α) läßt sich innerhalb gewisser Grenzen beliebig annehmen. Bestimmend für die Größe ist einmal der Umstand, daß, wenn α zu klein wird, die Kanäle zu eng werden und der Gefahr des Verstopfens ausgesetzt sind. Ferner aber ist leicht zu ersehen, daß bei kleinem α die Größe der ganzen Turbine wächst. Da nämlich in der Sekunde eine bestimmte Wassermenge durch die Turbine hindurchfließen muß, so wird eine Verminderung der Abmessung a (Fig. 220) entweder eine Vergrößerung des Durchmessers der Turbine oder aber eine Vergrößerung der Turbinenbreite zur Folge haben müssen. Eine obere Grenze für die Größe von α ergiebt sich aus folgender Erwägung: Bezeichnet man den freien Austrittsquerschnitt des Leitrades, gemessen senkrecht zur Richtung der Geschwindigkeit $c_1 \sin\alpha$ mit f_1, bezeichnet man ferner den freien Austrittsquerschnitt des Laufrades, gemessen senkrecht zur Geschwindigkeit c_2 mit f_2, so muß, wenn Q die in der Sekunde durch die Turbine strömende Wassermenge ist,

Fig. 219.

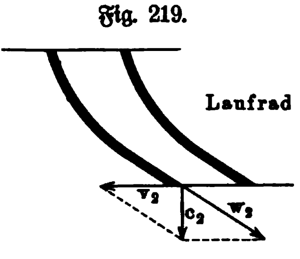
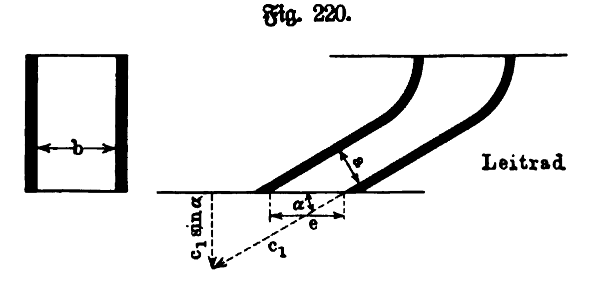


Fig. 220.



$$Q = c_1 \sin\alpha f_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und

$$Q = c_2 f_2$$

oder

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{c_2}{c_1 \sin\alpha},$$

mithin

$$c_2 = c_1 \sin\alpha \left(\frac{f_1}{f_2}\right)$$

sein.

Nimmt man c_1 und das Verhältnis der Ausweitung des Laufrades $\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$ als gegeben an, so ersieht man, daß mit dem Größerwerden von α auch die für die Wirkung des Wassers im Rade verloren gehende Geschwindigkeit c_2 wächst. Das heißt, es wird α auch nicht zu groß werden dürfen. Ein guter Mittelwert für α ist nach Reifer:

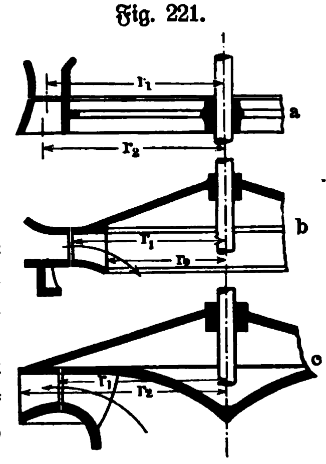
$$\alpha = 23^\circ.$$

Bei hohen Gefällen wird α oft kleiner genommen, bei kleinen Gefällen dagegen oft größer.

2. Der Eintrittswinkel β in das Laufrad ergiebt sich am einfachsten durch Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes. Durch Rechnung ist c_1 bekannt; v_1, die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Rades, ergiebt sich aus der oben entwickelten Hauptgleichung (4) für den stoßfreien Eintritt, α ist nach dem Vorhergehenden als bekannt vorauszusetzen. Die Konstruktion ergiebt sich unmittelbar aus Fig. 217.

3. Der Winkel δ ergiebt sich ebenfalls am einfachsten durch Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes für den Austritt (Fig. 218), wenn man die mittlere Umfangsgeschwindigkeit des Rades beim Austritt als bekannt voraussetzt (siehe unten) und wenn man ferner, wie oben angegeben, für c_2 Richtung und Größe annimmt.

Fig. 221.



Die Radien des Laufrades. Über die die Größe der Turbine bestimmenden Radien des Leit- und Laufrades müssen zunächst vorläufige Annahmen gemacht werden. Dabei bezeichne Fig. 221 r_1 den Radius der Eintrittsseite am Laufrade, bei den von innen beaufschlagten Radialturbinen (Fig. 221 c) also den inneren Radius des Laufrades, bei den von außen beaufschlagten Radialturbinen (Fig. 221 b) den äußeren Radius des Laufrades, bei Axialturbinen den mittleren Eintrittsradius Fig. 221 a; r_2 bezeichne den Radius der Austrittsseite des Laufrades. Je größer der Durchmesser des Rades ist, desto kleiner kann für den Durchfluß einer gegebenen Wassermenge Q die Breite des Rades sein.

Bei Radialturbinen steht aus baulichen Rücksichten r_1 in Beziehung zum Durchmesser des Zuleitungsrohres bezw. des Abflußrohres, dabei nehme man den Durchmesser des Zuflußrohres so an, daß das Wasser in ihm eine Geschwindigkeit von 0,75 bis 1 m annimmt, während die Wassergeschwindigkeit im Abflußrohre kleiner als c_2 sein soll.

Bei Axialturbinen ist r_1 so groß zu wählen, daß die Schaufelbreite nicht zu groß wird, da sonst wegen der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit nicht an allen Stellen des Rades ein stoßfreier Eintritt des Wassers in das Laufrad zu erreichen ist. Henne empfiehlt:

a) für innen beaufschlagte Radialturbinen mit besonderem Zuleitungsrohr vom Durchmesser d_1:

$$r_1 = {}^2/_3\, d_1 \text{ bis } r_1 = {}^5/_8\, d_1,$$

für außen beaufschlagte Radialturbinen mit besonderem Abflußrohr vom Durchmesser d_2:

$$r_1 = 0{,}83\, d_2 \text{ bis } r_1 = 0{,}63\, d_2.$$

b) für axiale Überdruckturbinen oder für innen beaufschlagte Radialturbinen ohne besonderes Zuleitungsrohr:

$$r_1 = 0{,}6\sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}} \text{ bis } r_1 = 1{,}2\sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}},$$

und zwar die kleineren Werte bei niederen Gefällen und großen Wassermengen, die großen Werte bei hohen Gefällen und kleinen Wassermengen.

Für axiale Druckturbinen empfiehlt Reifer den Wert:

$$r_1 = 0{,}8\sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}}.$$

Bei Turbinen, welche nur auf dem n^{ten} Teile ihres Umfanges beaufschlagt sind (Partialturbinen), ist statt Q die $n$fache Wassermenge, also nQ einzusetzen.

Den Radius r_2 der Austrittsseite des Laufrades nehme man nach Henne:

α) bei Axialturbinen $r_2 = r_1$,

β) bei innen beaufschlagten Radialturbinen $r_2 = 1{,}2 \sim 1{,}5\,r_1$,

γ) bei außenschlächtigen Radialturbinen $r_2 = 0{,}6 \sim 0{,}8\,r_1$.

Mit einem dieser vorläufigen Werte bestimmt man nun die Umdrehzahl n der Turbine vermittelst der Beziehung:

$$v_1 = \frac{2\,.\,r_1\pi\,.\,n}{60}$$

oder

$$n = \frac{60\,.\,v_1}{2\,r_1\,\pi}.$$

In der Regel wird dieser Wert von n einer Abänderung bedürfen, einmal deswegen, weil er in den meisten Fällen keine ganze Zahl sein wird ferner aber auch deswegen, weil mit Rücksicht auf etwa zu betreibende Riemengetriebe u. dergl. n möglichst eine runde Zahl sein soll. Man nimmt dann also die dem oben berechneten Werte von n zunächst liegende passende Zahl an und berechnet daraus den endgültigen Wert von r_1 aus:

$$r_1 = \frac{60\,.\,v_1}{2\,\pi\,.\,n}.$$

Radbreite. Bezeichnet e, wie aus Fig. 218 (S. 329) ersichtlich, die im Radumfange des Leitrades gemessene Weite des Austrittskanales, b die lichte Breite des Kanales, z_1 die Anzahl der Leitkanäle, so ist der in Formel (8) erwähnte Querschnitt f_1:

$$f_1 = z_1\,e\,b.$$

Für den Durchfluß des Wassers kommt jedoch nur ein Teil dieses Querschnittes in Betracht, da der andere Teil durch die Dicke der Laufradschaufeln versperrt ist.

Für die Ausführung ist daher:

$$f_1 = \mu\,z_1\,e\,b$$

oder

$$b = \frac{f_1}{\mu\,.\,z_1\,e},$$

wobei $\mu < 1$ um so kleiner ist, je dicker die Laufradschaufeln sind. Im Mittel kann angenommen werden:

Für gußeiserne Schaufeln . . . . . $\mu = 0{,}9$,
Für Blechschaufeln . . . . $\mu = 0{,}95$.

e findet man am einfachsten durch Aufzeichnung zweier aufeinanderfolgender Schaufelquerschnitte, während f_1 durch Gleichung (8) gegeben ist.

Die Breite b_1 des Laufrades an der Eintrittsstelle nimmt man nach Bach in Meter gemessen:

$$b_1 = b + 0{,}004 \text{ bis } b_1 = b + 0{,}010.$$

Die Breite des Laufrades an der Austrittsstelle läßt sich in folgender Weise ermitteln. Aus der früher erwähnten Beziehung (s. S. 332):

$$c_2 = c_1 \sin\alpha \frac{f_1}{f_2}$$

ergiebt sich, da c_2, c_1 und $\sin\alpha$ bekannt sind, das Verhältnis $\frac{f_1}{f_2}$. Zeichnet man die Schaufelform auf und entnimmt der Zeichnung die Entfernung e, so ergiebt sich für Überdruckturbinen oder Grenzturbinen, also bei solchen Turbinen, bei welchen die Kanäle stets vollgefüllt sein müssen:

$$f_2 = b_2 z_2 e_2$$

oder

$$b_2 = \frac{f_2}{z_2 e_2} = \frac{f_1}{\left(\frac{f_1}{f_2}\right) z_2 e_2}.$$

Für Druckturbinen, bei welchen die Kanäle nur zum Teil gefüllt sind, kann man annehmen:

$$b_2 = \frac{1{,}18 \cdot f_1}{\left(\frac{f_1}{f_2}\right) z_2 e_2}.$$

Werte von $f_1 : f_2$. Bezeichnet man das Verhältnis $f_1 : f_2$ mit k, so kann gesetzt werden:

Bei Druckturbinen:

$k = 1/_2$ bis $1/_3$, die höheren Werte bei höheren Gefällen.

Bei Überdruckturbinen:

$k = 1$ für axiale Beaufschlagung,

$k = \frac{r_1}{r_2}$ für radiale innere Beaufschlagung,

$k = 1$ bis $1/_2$ für radiale äußere Beaufschlagung.

Je größer m ist, d. h. also je geringer der Überdruck ist, um so mehr nähern sich bei Überdruckturbinen die Werte von k den bei den Druckturbinen angegebenen Werten.

Schaufelteilung. Für mittlere Verhältnisse empfiehlt Reifer eine Teilung von $t = 100$ mm, sowohl für Leitrad als für Laufrad. Bei Axialturbinen mit wenig Wasser geht man mit t bis auf 30 mm herunter, während Überdruckturbinen für große Wassermengen und kleine Gefälle eine Teilung bis zu 200 mm erhalten.

Die Schaufelzahl ergiebt sich allgemein aus:

$$z = \frac{2 r \pi}{t}.$$

Gewöhnlich giebt man dem Laufrade eine Schaufel mehr oder weniger als dem Leitrade, d. h. man nimmt entweder

$$z_2 = z_1 - 1 \quad \text{oder} \quad z_2 = z_1 + 1.$$

Höhe der Räder. Die bei Axialturbinen in der Richtung der Achse gemessene Höhe der Räder, bei Radialturbinen die in radialer Richtung gemessene Tiefe der Räder ergiebt sich gewöhnlich erst beim Aufzeichnen der Schaufeln. Als Anhalt für die Wahl der Höhe kann etwa $0{,}2\, r_1$ bei großem r_1 oder $0{,}3\, r_1$ bei kleinem r_1 angenommen werden.

Arbeitsleistung der Turbinen. Unter Benutzung der früheren Bezeichnungen ist die von der Turbine geleistete Arbeit in PS:

$$L = \eta \,.\, \frac{Q \,.\, H}{75},$$

wobei η den Wirkungsgrad der Turbine bedeutet, welcher bei gut ausgeführten Turbinen im Mittel zu 0,75 angenommen werden kann. Mit Einführung dieses Wertes wird dann einfach:

$$L = \frac{Q \,.\, H}{100} \text{ PS.}$$

Der Gang der Berechnung einer Turbine wäre demnach, kurz zusammengefaßt, folgender:

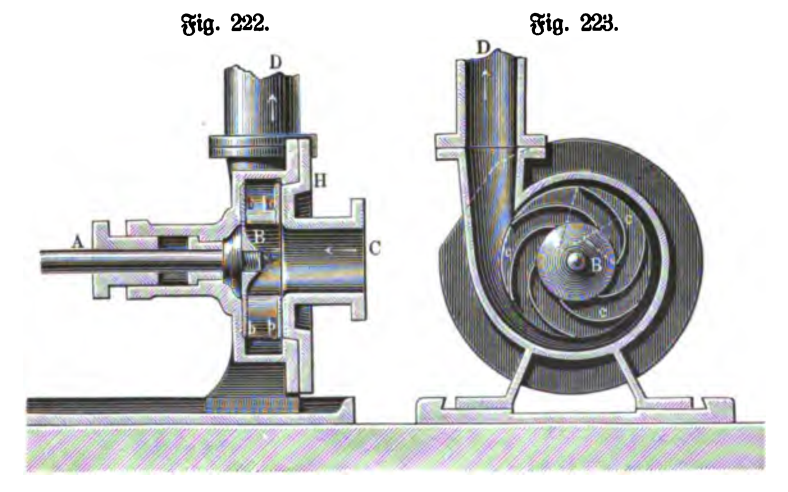
1. Als gegeben sind zu betrachten Q, H_0, c_0, c_3.
2. Berechnung von H nach Formel (3).
3. Berechnung von c_1 nach Formel (1).
4. Annahme von α.
5. Berechnung der zweckmäßigsten Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades v_1 nach Formel (7).
6. Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes für den Eintritt des Wassers in das Laufrad, dadurch β gefunden.
7. Bestimmung von r_1 und r_2, dadurch wird n und v_2 gefunden $\left(v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1\right)$.
8. Annahme von c_2 nach Formel (2).
9. Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes für den Austritt des Wassers aus dem Laufrade, dadurch δ gefunden.
10. Annahme der Schaufelteilung und daraus Berechnung der Schaufelzahlen.

11. Berechnung der Radbreiten.
12. Bestimmung der Radhöhe.

3. **Die Centrifugalpumpen** könnte man als umgekehrte Turbinen bezeichnen, denn während die Turbine durch das Wasser vermöge dessen Schwerkraft in Bewegung gesetzt wird, saugen die Centrifugalpumpen, durch eine Kraftmaschine getrieben, das Wasser an und schaffen es weiter, wobei die Centrifugalkraft die Schwerkraft des Wassers überwindet. Handelt es sich um das Heben bedeutender Wassermassen auf geringe Höhen, so sind die Centrifugalpumpen allen anderen Wasserhebevorrichtungen vorzuziehen, da sie bei billiger Anschaffung bessere Wirkungen entwickeln, und wegen ihrer Einfachheit Ausbesserungen nur selten nötig sind.

Die Centrifugalpumpen bestehen aus einem sich sehr schnell drehenden Schaufelrade B (Fig. 222), welches in einem Gehäuse eingeschlossen ist. Das

Fig. 222. Fig. 223.



Wasser tritt in der Nähe der Radachse aus dem Saugrohre C in das Rad und verläßt es an dem äußeren Radumfange. Das Gehäuse ist um das Schaufelrad herum spiralförmig erweitert und geht allmählich in das Druckrohr D über. Je nachdem das Wasser dem Gehäuse nur auf einer Seite (Fig. 222 u. 223) oder auf beiden Seiten (Fig. 224 u. 225) zufließt, unterscheidet man Pumpen mit ein- oder mit zweiseitigem Einlauf. Ferner unterscheidet man Centrifugalpumpen mit radialen, mit vorwärts oder rückwärts gekrümmten Schaufeln (Fig. 226, a, b, c), je nachdem das letzte Schaufelteilchen mit der Richtung der Umfangsgeschwindigkeit einen rechten, einen spitzen oder einen stumpfen Winkel einschließt.

Die Centrifugalkraft hat nicht allein während des Betriebes die Schwerkraft des Wassers zu überwinden, sondern auch bei Inbetriebsetzung der Pumpe die Bewegung des Wassers zu veranlassen. Zu dem Ende muß die Pumpe nebst Saugrohr zuerst vollständig mit Wasser angefüllt werden, wozu das Saugrohr an seiner untersten Stelle mit einem Ventile versehen ist, oder

man stellt die Pumpe im Unterwasser auf. Das Anfüllen der Pumpe mit Wasser vor der Inbetriebsetzung erfolgt bisweilen in der Art, daß man in dem Gehäuse eine Luftverdünnung hervorruft, was z. B. durch Absaugen der Luft vermittelst Dampf- oder Wasserstrahlgebläse geschehen kann. Diese Luftverdünnung wird dann so weit gesteigert, bis das Wasser, durch den Druck der Außenluft getrieben, in das Pumpengehäuse gelangt ist, worauf die Pumpe durch Andrehen des Schaufelrades in Gang gesetzt werden kann. Jedenfalls muß also bei der Inbetriebsetzung das Schaufelrad mit der zu hebenden Flüssigkeit in Berührung sein; die einzelnen Wasserteilchen werden nun bei der Drehung des Rades durch dessen wachsende Geschwindigkeit allmählich aus der kreisförmigen Bewegung in eine spiralförmige übergeleitet und gelangen dadurch zum Austritt aus dem Rade. Diese für die Wasserförderung notwendige Geschwindigkeit des Rades zu bestimmen, wird daher die zunächst liegende Aufgabe sein.

Fig. 224.

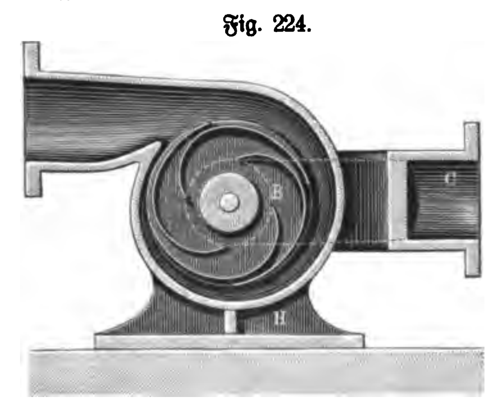
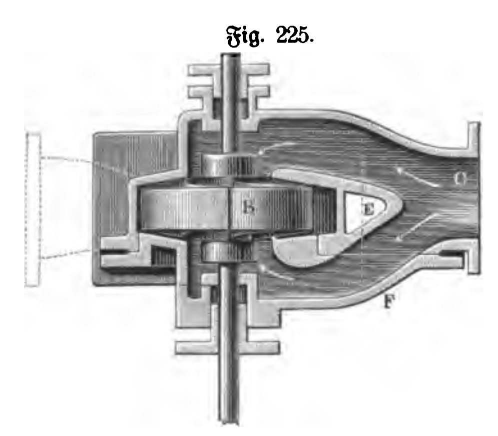


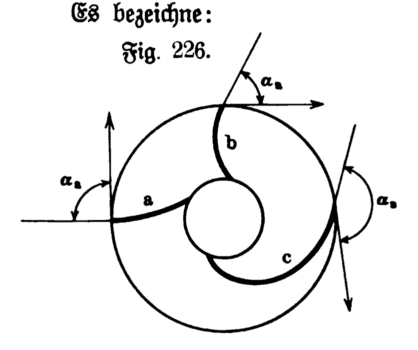
Fig. 225.



Berechnung der Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

Es bezeichne:

Fig. 226.



H_s die Saughöhe der Pumpe in Metern, gemessen vom Saugwasserspiegel bis zur Drehungsachse des Rades,

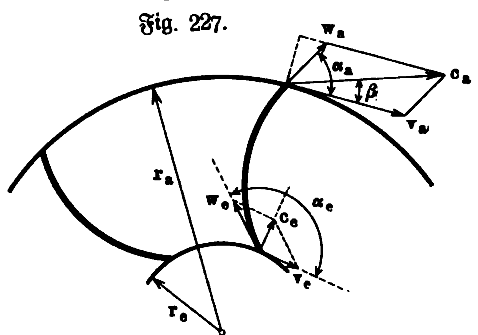
H_d die Druckhöhe, gemessen von der Drehungsachse des Rades bis zum Ausflusse aus dem Druckrohre,

h_s, h_r, h_d, Druckhöhen, gemessen in Meter Wassersäule, entsprechend den Bewegungswiderständen im Saugrohre, im Rade und im Druckrohre (Widerstandshöhen),

h_e die dem Wasser innewohnende Pressung beim Eintritte in das Rad, gemessen in Meter Wassersäule,

h_a die Pressung des Wassers beim Austritte aus dem Rade ebenfalls in Meter Wassersäule,
$\mathfrak{H}$ die abkürzende Bezeichnung für $(H_s + H_d + h_s + h_r + h_d)$,
a die dem Drucke der Außenluft entsprechende Pressung in Meter Wassersäule,
c_e die absolute Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers,
w_e die relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers,
v_e die Umfangsgeschwindigkeit des Rades an der Eintrittsstelle,
c_a, w_a, v_a die betreffenden Geschwindigkeiten für die Austrittsstelle,
v_s die Wassergeschwindigkeit im Saugrohre,
v_d die Wassergeschwindigkeit im Druckrohre,
r_e den Halbmesser des inneren Radumfanges,
r_a den Halbmesser des äußeren Radumfanges.

Fig. 227.



Auf dem Wege von der Eintrittsstelle in das Saugrohr bis zum Eintritte in das Rad mußten überwunden werden: die Saughöhe H_s, sowie die Widerstandshöhe h_s. Verbraucht wurde ferner die Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_e^2}{2g}$, d. h. diejenige Druckhöhe, welche dazu diente, dem Wasser die Geschwindigkeit c_e zu erteilen. Da das Wasser überdies an der Eintrittsstelle im allgemeinen eine gewisse Pressungshöhe h_e besitzt und für die Erzeugung aller dieser eben genannten Druckhöhen nur der Druck der Außenluft in Betracht kommt, so erhalten wir für den Eintritt des Wassers in das Rad die Gleichung:

$$(a) = H_s + h_s + \frac{c_e^2}{2g} + (h_e) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Für die Fortbewegung des Wassers durch das Rad kommt zunächst nur die Relativgeschwindigkeit w_e, sowie die Pressung h_e in Betracht, außerdem aber wird durch die von außen bewirkte Drehung des Rades eine gewisse Arbeit an das Rad übertragen. Denken wir uns, daß ein Wasserteilchen von der Masse m, vermöge der in irgend einer Weise erzeugten Centrifugalkraft von dem inneren Umfange des Rades bis an den äußeren Umfang gelangt ist, so ist die Arbeit, welche die Centrifugalkraft dabei verrichtet hat, wenn mit ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades bezeichnet wird, nach Teil I. gleich:

$$A = {}^1/_2\, m\, \omega^2 (r_a^2 - r_e^2),$$

oder wenn statt der Winkelgeschwindigkeit ω die Umfangsgeschwindigkeit v_a und v_e eingeführt und die Untersuchung auf 1 kg Wasser ausgedehnt wird:

$$A = \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}.$$

Ebenso groß ist natürlich umgekehrt die Arbeit, welche an das Rad übertragen werden muß, um 1 kg Wasser vermöge der Centrifugalkraft von dem inneren Radumfange zu dem äußeren gelangen zu lassen. Diese an das Wasser übertragene Arbeit äußert sich in einer Zunahme an lebendiger Kraft, eben von der Größe $\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$. Diese Größe $\frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$ läßt sich aber auch als eine Höhe auffassen, so daß also für die Fortbewegung des Wassers durch das Rad die drei Höhen in Betracht kommen:

$$\frac{w_e^2}{2g},\ h_s \text{ und } \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}.$$

Beim Austritte aus dem Rade besitzt das Wasser die Relativgeschwindigkeit w_a, entsprechend einer Geschwindigkeitshöhe $\frac{w_a^2}{2g}$. Verbraucht wurde beim Durchströmen des Rades die Widerstandshöhe h_r und außerdem besitzt das Wasser beim Austritte aus dem Rade die Pressung h_a. Durch Gleichsetzung der erzeugenden und erzeugten Höhen erhält man die Gleichung:

$$\frac{w_e^2}{2g} + (h_e) + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} = \frac{w_a^2}{2g} + h_r + (h_a) \quad . \; . \; . \quad (2)$$

Ist das Wasser aus dem Rade ausgetreten, so besitzt es die absolute Geschwindigkeit c_a, entsprechend einer Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_a^2}{2g}$, außerdem aber besitzt es, wie oben bemerkt, die Pressung h_a. Auf dem Wege bis zum Austritte aus dem Druckrohre mußten überwunden werden die Druckhöhe H_d, die Widerstandshöhe h_a, sowie der Druck der Außenluft a. Außerdem besitzt das Wasser noch die der Geschwindigkeit v_d entsprechende Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_d^2}{2g}$. Durch Gleichsetzung der erzeugenden und erzeugten Höhen erhält man:

$$\frac{c_a^2}{2g} + (h_a) = H_d + h_d + (a) + \frac{v_d^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \quad (3)$$

Setzt man $H_s + H_d = H$ und addiert die Gleichungen (1) bis (3), so heben sich die in den Gleichungen eingeklammerten Größen fort, und man erhält, wenn man beide Seiten der entstehenden Gleichung mit $2g$ multipliziert:

$$c_a^2 + v_a^2 - w_a^2 + w_e^2 - c_e^2 - v_e^2 = 2g\,(H + h_s + h_r + h_d) + v_d^2 \,. \; (4)$$

Nun ist aber, wie sich unmittelbar aus Fig. 227 ergiebt:

$$w_a^2 = c_a^2 + v_a^2 - 2\,c_a\,v_a \cos\beta,$$
$$w_e^2 = c_e^2 + v_e^2.$$

Trägt man dies in Gleichung (4) ein, so ergiebt sich, wenn wir zur Abkürzung $(H + h_s + h_r + h_d)$ mit $\mathfrak{H}$ bezeichnen:

$$2g\,\mathfrak{H} + v_d^2 = 2\,c_a\,v_a \cos\beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5)$$

Aus Fig. 227 ist ferner ersichtlich, daß

$$c_a = v_a \frac{\sin \alpha_a}{\sin (\alpha_a - \beta)}.$$

Trägt man dies in die Gleichung (5) ein und beachtet, daß

$$\sin \alpha_a \cos \beta = {}^1/_2 [\sin (\alpha_a - \beta) + \sin (\alpha_a + \beta)]$$

und demgemäß

$$\frac{\sin \alpha_a \cos \beta}{\sin (\alpha_a - \beta)} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\sin (\alpha_a + \beta)}{\sin (\alpha_a - \beta)}\right],$$

so ergiebt sich schließlich, wenn man Gleichung (5) nach v_a auflöst, die Umfangsgeschwindigkeit des Rades:

$$v_a = \left.\sqrt{\frac{2 g \mathfrak{H} + v_d^2}{1 + \dfrac{\sin (\alpha_a + \beta)}{\sin (\alpha_a - \beta)}}}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

Reihenfolge der Bestimmung der Hauptabmessungen.

1. Als gegeben sind zu betrachten die sekundlich zu fördernde Wassermenge Q in Kubikmeter, sowie die Saughöhe H_s und die Druckhöhe H_d. Angaben über Q, H_s und H_d sollen weiter unten erfolgen.

2. Nach Annahme der Wassergeschwindigkeit im Saugrohre v_s, und zwar gewöhnlich $v_s = 1 \sim 2{,}5$ m, ergiebt sich:

3. der Querschnitt des Saugrohres f in Quadratmeter aus der Beziehung: $Q = f \cdot v_s$. (Bei Pumpen mit zweiseitigem Einlaufe ist für jede Pumpenhälfte $Q_1 = {}^1/_2 Q$ und demgemäß auch der Querschnitt des Saugrohres auf jeder Seite $f_1 = {}^1/_2 f$.)

4. Hieraus ergiebt sich ferner der Eintrittshalbmesser des Rades r_e, welcher gewöhnlich berechnet wird aus der Beziehung $f = r_e^2 \pi$ (bezw. $f_1 = r_e^2 \pi$). Bisweilen wird r_e auch etwas größer angenommen, z. B. $r_e = 0{,}6$ vom Durchmesser der Saugleitung.

Anzunehmen sind ferner:

5. Der Austrittshalbmesser r_a des Rades; gewöhnlich $r_a = 2 r_e$, bei großen Förderhöhen bisweilen größer.

6. Die absolute, ihrer Richtung nach radial anzunehmende Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers in das Rad c_e, und zwar ist $c_e = v_s$ anzunehmen.

7. Der Winkel α_a, welchen das letzte Schaufelteilchen oder die relative Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Rade mit der Umfangsgeschwindigkeit des äußeren Radumfanges bildet. (Vergl. Fig. 227.)

Man wählt α_a groß bei kleinen Pressungen [rückwärts gekrümmte Schaufeln (*c*, Fig. 226)], klein dagegen bei großen Pressungen [vorwärts gekrümmte Schaufeln (*b*, Fig. 226)].

8. Der Winkel β, welchen die absolute Austrittsgeschwindigkeit des

Wassers aus dem Rade mit der Umfangsgeschwindigkeit des äußeren Radumfanges bildet. Ein guter Mittelwert ist nach Grove $\beta = 26^0\ 34'$.

9. Die Geschwindigkeit des Wassers im Druckrohre. Gewöhnlich wählt man $v_d = v_s = 1 \sim 2{,}5$ m.

10. Überschlägig ist ferner anzunehmen die Summe der Widerstände, und zwar kann man im Mittel annehmen:

$$h_s + h_r + h_d = 0{,}42\, H.$$

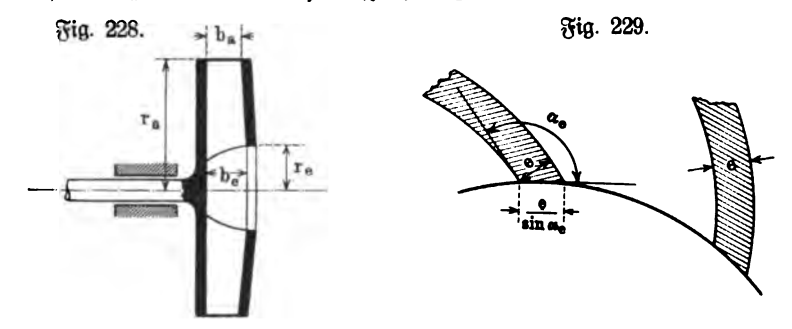
Nach all diesen Annahmen ergiebt sich:

11. Die äußere Radumfangsgeschwindigkeit v_a nach Formel (6).

12. Die innere Radumfangsgeschwindigkeit v_e aus der Beziehung:

$$v_e = \frac{r_e}{r_a} v_a.$$

13. Die absolute Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Rade c_a. Man findet c_a entweder durch Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes



für den Austritt, da α_a, β und v_a nach dem Früheren bekannt sind, oder rechnerisch aus der Beziehung:

$$\frac{v_a}{c_a} = \frac{\sin(\alpha_a - \beta)}{\sin \alpha_a}.$$

14. Die Umdrehzahl des Rades n aus der Beziehung:

$$v_a = \frac{n \,.\, 2\, r_a \pi}{60},$$

d. h.:

$$n = 9{,}55\, \frac{v_a}{r_a}.$$

15. Der Winkel α_e, welchen das erste Schaufelteilchen mit der Umfangsgeschwindigkeit des inneren Radumfanges bildet. Man findet α_e entweder durch Aufzeichnung des Geschwindigkeitsdiagrammes für den Eintritt des Wassers in das Rad, da v_e und Größe und Richtung von c_e nach dem Früheren bekannt sind, oder rechnerisch durch die aus Fig. 227 leicht ersichtliche Beziehung:

$$c_e = v_e\, tg\, (180^0 - \alpha_e).$$

16. Die Eintrittsbreite des Rades b_e (Fig. 228). Hätten die Radschaufeln eine Dicke $e = 0$, so wäre:

$$Q = (2 r_e \pi) b_e \times c_e.$$

Durch die Dicke e der Schaufeln wird jedoch der Umfang $2 r_e \pi$ um einen gewissen Teil verengt. Bezeichnet man die Anzahl der Schaufeln an der Eintrittsstelle des Rades mit z_e, so wird der Umfang $2 r_e \pi$ verengt um $z_e \frac{e}{\sin \alpha_e}$ (Fig. 228), d. h. also es ist in Wirklichkeit:

$$Q = \left(2 r_e \pi - z_e \frac{e}{\sin \alpha_e}\right) b_e \times c_e,$$

wobei zu bemerken ist, daß die Schaufeln nach der Eintrittsstelle hin gewöhnlich zugeschärft werden. Hieraus ist b_e leicht zu berechnen unter der Berücksichtigung, daß die Schaufeldicke e gewöhnlich gewählt wird:

$e > 4$ mm für Schaufeln aus Bronze oder Schmiedeeisen,
$e > 7$ mm für Schaufeln aus Gußeisen.

Über die Größe von z_e siehe unter 18.

17. Die Austrittsbreite des Rades b_a. Beachtet man, daß für die Bestimmung der aus dem Rade austretenden Wassermenge nur die radiale Komponente der absoluten Wasseraustrittsgeschwindigkeit, also nur $c_a \sin \beta$ (Fig. 227) in Betracht kommt, so ist mit Berücksichtigung des Kontraktionskoeffizienten $\mu = \sim 0{,}95$, ähnlich wie vorher:

$$Q = \mu \left(2 r_a \pi - z_a \frac{e}{\sin \alpha_a}\right) b_a \times c_a \sin \beta,$$

woraus sich nach Annahme von z_a (siehe unter 18), da alles Andere bekannt ist, b_a berechnen läßt.

Fig. 230

18. Die Anzahl der Schaufeln z kann gewählt werden:

$$z = 6 \text{ bis } z = 12,$$

je nach der Größe des Rades. Bei sehr großen Pumpen vermehrt man die Anzahl der Schaufeln nach der Austrittsstelle zu, d. h. es ist dann $z_a > z_e$ (s. Fig. 230).

Allgemeine Bemerkungen.

1. Die Fördermenge Q. Während bei den gewöhnlichen Kolbenpumpen, wie früher gezeigt wurde, die Fördermenge bei gegebenen Abmessungen der Pumpe lediglich proportional ist der Umdrehzahl bezw. Hubzahl der Pumpe, ist das bei den Centrifugalpumpen nicht der Fall. Da nämlich, wie in den vorhergehenden Betrachtungen gezeigt wurde, Q von c_e und c_a abhängt, c_e und c_a wiederum von v_a und dieses schließlich von der Umdrehungszahl der Pumpe n, so ändert sich zwar Q auch mit der Umdrehungszahl, jedoch nicht in der einfachen Weise wie bei den Kolbenpumpen. Ferner aber ändert sich auch Q noch mit der Zu- oder Abnahme von H, da Q ja von v_a abhängt, v_a aber, wie aus Gleichung (6) ersichtlich, von H. Nimmt

H zu, d. h. wird die Förderhöhe größer, so müßte, um dieselbe Wassermenge zu fördern, auch v_a zunehmen. Bei gleichbleibendem v_a, d. h. bei gleichbleibendem n, wird also mit zunehmendem H die Fördermenge Q abnehmen und umgekehrt.

Was die Größe von Q anlangt, so darf sie nicht zu klein gewählt werden, weil sonst das Schaufelrad zu geringe Abmessungen erhält, so daß die Ausführung schwierig wird und Verstopfungen leicht vorkommen. Als unterer Grenzwert für die Anwendung der Centrifugalpumpen kann etwa genommen werden:

0,180 cbm in der Minute bei 2 m Förderhöhe,
0,250 „ „ „ „ „ 4 „ „
0,400 „ „ „ „ „ 10 „ „

2. Die Förderhöhe H. Wie aus Gleichung (6) ersichtlich ist, wächst v_a mit der Zunahme von H. Um v_a möglichst herabzumindern, müssen die Winkel so gewählt werden, daß der Ausdruck $\frac{\sin(\alpha_a + \beta)}{\sin(\alpha_a - \beta)}$ im Nenner möglichst groß wird. Dies ist der Fall bei vorwärts gekrümmten Schaufeln (s. Fig. 226, *b*). Bei kleinem H wird auch v_a klein, man nimmt dann lieber rückwärts gekrümmte Schaufeln (Fig. 226, *c*), weil dadurch die Widerstände in der Pumpe kleiner werden. (Vergl. S. 341 unter 7.)

Die größte Saughöhe H_s soll bei Centrifugalpumpen 8 m nicht übersteigen, wird aber zweckmäßig nicht über 5 bis 6 m genommen. Die größte Druckhöhe (H_d) soll etwa 40 m nicht übersteigen. In den meisten Fällen beträgt die Förderhöhe (H) nicht mehr als etwa 12 m.

3. Der Arbeitsbedarf der Centrifugalpumpen ergiebt sich aus der Beziehung:

$$L = \frac{Q \cdot H \cdot \gamma}{\eta},$$

wobei γ das specifische Gewicht der zu hebenden Flüssigkeit und η den Gesamtwirkungsgrad bedeutet. η ist meistens sehr gering und dürfte, selbst bei guten Ausführungen, 0,8 kaum übersteigen. Gewöhnlich ist $\eta = 0,5$ bis 0,7.

4. Ventilatoren. Der Centrifugalventilator besteht aus einer Anzahl vollkommen gleicher Kanäle, die einen rechteckigen Querschnitt haben, an beiden Enden offen und gleichmäßig in radialer Richtung um eine Achse vertheilt sind. Die Kanäle können sich um diese gemeinschaftliche Achse drehen und bilden das Flügelrad. Bei einer Umdrehung des Rades wird die in den Kanälen befindliche Luft ebenfalls in Umdrehung versetzt und dadurch zum Ausfluß an dem äußeren Radumfange gebracht, während durch die anderen Kanalöffnungen an der Achse neue Luft in die Kanäle tritt, und auf diese Weise ein ununterbrochener Luftstrom in Richtung der Achse dieser Kanäle erzeugt wird. Ein Ventilator hat entweder die Bestimmung, aus einem gegebenen Raume die Luft fortzuschaffen, herauszusaugen, oder in einen gewissen Raum Luft hineinzudrücken. Hiernach unterscheidet man saugende und blasende Ventilatoren. Bei jedem Ventilator ist zu bemerken:

a. Der Raum, aus welchem die Luft in die Kanäle strömt, der Saugraum.

b. Der Raum zwischen dem Saugraume und der inneren Öffnung der Kanäle, der Einlauf.

c. Der Flügelraum, d. i. der ringförmige Raum, welchen die Kanäle während der umlaufenden Bewegung einnehmen.

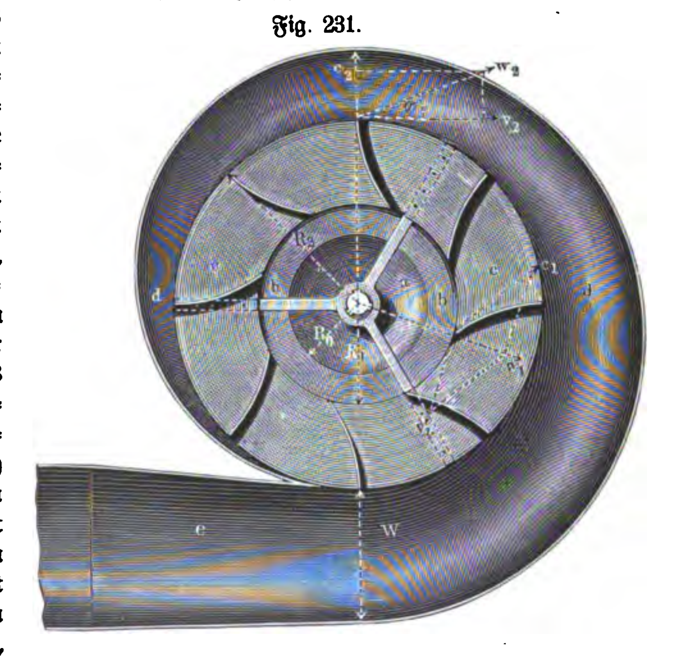
d. Der Raum, den die aus den Kanälen austretende Luft zuerst erfüllt, der Auslauf.

e. Der Raum, welcher den Auslauf mit dem Orte verbindet, wo die gepreßte Luft wirksam sein soll, der Blaseraum.

Beim saugenden Ventilator fehlt der Blaseraum, da die Luft von dem Auslaufe oder oft sogar unmittelbar von den Kanälen gleich in die Außenluft tritt.

Außerdem bringt man wohl noch einen Saug- und Blasehals in Form eines kurzen Röhrenstückes an, wodurch die unmittelbare Verbindung zwischen Saugraum und Einlauf und zwischen Auslauf und Blaseraum hergestellt wird. Was den sonstigen Bau des Ventilators anbetrifft, so ist besonders für eine gehörige Überführung der Luft in die verschiedenen Räume zu sorgen, jede plötzliche Abweichung ist zu vermeiden. Der Einlauf muß als sphäroidischer Kegel geformt werden, damit sich hier die Luft schon ringförmig verteilt und allmählich in die Kanäle geführt wird. Bei einem offenen Ventilator, wo die Luft an dem ganzen Umfange des Auslaufes in die Außenluft tritt, muß der Auslauf eine ringförmige Gestalt erhalten, damit sich der Querschnitt der aus den Kanälen tretenden Luft allmählich vergrößert und ihre Geschwindigkeit sich dadurch verringert. Zu dem Ende kann man die Seitenwände des Ventilators rings herum gleichmäßig erweitern. Beim geschlossenen Ventilator (Fig. 231) dagegen wird man die Luft, sobald sie aus den Kanälen ausströmt, in einen spiralförmig sich erweiternden Raum treten lassen, in welchem sie ihre Geschwindigkeit beibehält. Von hier aus gelangt

Fig. 231.



die Luft in den sich allmählich erweiternden Blasehals, wobei sich ihre Geschwindigkeit allmählich vermindert, bis sie die für den Blaseraum festgesetzte Geschwindigkeit angenommen hat. Wegen der leichteren Ausführbarkeit soll die Breite des Ventilators, d. i. der senkrechte Abstand der beiden Seitenwände, überall dieselbe sein.

Berechnung der Ventilatoren.

Zur Berechnung der Ventilatoren muß die Spannung und die Geschwindigkeit der Luft im Saug- und Blaseraum als bekannt vorausgesetzt werden.

Es seien der Druck in Kilogrammen pro Quadratmeter, die absolute Temperatur, die Geschwindigkeit und der betreffende Halbmesser in Metern:

Für den Saugraum $p_0, T, w_0, R_0,$
" " Einlauf $p_1, T, w_1, R_1,$
" " Austritt $p_2, T, w_2, R_2,$
" " Blaseraum $p, T, w.$

Ist das Gewicht der in jeder Sekunde durch den Ventilator getriebenen Luftmenge G Kilogramm, so dienen als Ausgangspunkt das Mariotte-Gay-Lussacsche Gesetz $pv = RT$ (§ 11) und die Bedingung, daß während des Beharrungszustandes jederzeit dasselbe Luftgewicht G durch die einzelnen Querschnitte der Leitung geschafft werden muß, d. h. $G = Fv\frac{p}{RT}$, unter F einen beliebigen Querschnitt, unter v die in diesem Querschnitte bestehende Geschwindigkeit verstanden. Es sei F_1 die Summe aller Querschnitte an der Eintrittsstelle der Luft, F_2 die Summe dieser Querschnitte an der Austrittsstelle, dann ist, wenn wir mit a_1 und a_2 die senkrechten Entfernungen zweier Schaufeln, mit e_1 und e_2 die Radhöhen an der Eintritts- und Austrittsstelle bezeichnen und z Schaufeln annehmen:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= a_1 e_1 z \\ F_2 &= a_2 e_2 z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

$$G = \pi R_0^2 w_0 \frac{p_0}{RT} = Fw\frac{p}{RT} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

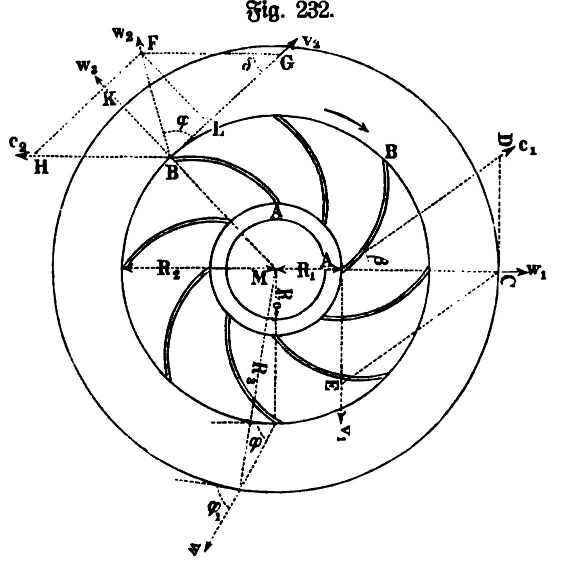
unter F den Querschnitt der Windleitung am Ende des spiralförmigen Auslaufes verstanden.

Es stelle AB, Fig. 232, die Längenbegrenzung eines Kanals vor, in welchen die in Richtung von MA strömende Luft eintritt, wenn der Ventilator sich nach Richtung des Pfeiles bewegt. Durch die Umdrehung des Ventilators besitzt der Punkt A eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit v, welche von der Anzahl n der Umdrehungen in der Minute und von dem Halbmesser R_1 abhängig ist. Nehmen wir an, daß die Luft vermöge des oben erwähnten sphäroidischen Kegels allmählich in die Kanäle übergeführt wird, daß also die radiale Geschwindigkeit w_1 der Luft weder der Größe noch der Richtung nach geändert werden soll, so muß w_1 die Resultante aus v_1 und der

auf dem ersten Kurventeilchen stattfindenden Geschwindigkeit c_1 sein. Wir haben dann, wenn wir mit β den Winkel zwischen v_1 und c_1 bezeichnen:

$$w_1 = c_1 \sin\beta = -v_1 \tang\beta \text{ und } c_1^2 = w_1^2 + v_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Fig. 232.



Während der Bewegung der Luft durch die Kanäle wirken die Flügel beständig auf die einzelnen Luftteilchen und erteilen ihnen eine beschleunigte Bewegung. Für den Austrittspunkt B der Luft aus dem Kanale AB sei w_2 die Geschwindigkeit der austretenden Luft, v_2 die entsprechende Umfangsgeschwindigkeit und c_2 die Geschwindigkeit der Luft auf dem letzten Schaufelteilchen, welches mit v_2 den spitzen Winkel δ bildet:

$$w_2^2 = c^2 + v_2^2 - 2\, c_2 v_2 \cos\delta.$$

Zerlegen wir noch c_2 nach Richtung des Radius und senkrecht dazu, so entstehen die beiden Komponenten $c_2 \sin\delta = w_3$ und $c_2 \cos\delta$; dann ist:

$$w_2^2 = w_3^2 + (v_2 - w_3 \cotg\delta)^2.$$

Ferner ist:

$$G = F_1\, c_1 \frac{p_1}{R\, T} = F_2\, c_2 \frac{p_2}{R\, T'},$$

daher

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{c_2}{c_1} \cdot \frac{p_2}{p_1} = \frac{w_3 : \sin\delta}{w_1 : \sin\beta} \cdot \frac{p_2}{p_1}.$$

Bei Voraussetzung derselben Radhöhe von der Eintritts- bis zur Austrittsstelle und desselben specifischen Gewichtes der Luft $\frac{p_1}{R\,T} = \frac{p_2}{R\,T}$ verhalten sich die Eintritts- und Austrittsquerschnitte F_1 und F_2 wie die Radien R_1 und R_2 des Flügelrades, so daß sich ergiebt:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{w_3 \sin\beta}{w_1 \sin\delta}$$

oder annähernd

$$w_3 = w_1 \frac{R_1}{R_2}.$$

Benutzen wir diesen Wert und setzen ihn in die letzte Gleichung von w_2^2 ein, so entsteht:

$$w_2^2 = \left(w_1 \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + \left(v_2 - w_1 \frac{R_1}{R_2} \cotg\delta\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Die Geschwindigkeit w_2 wächst mit der Zunahme von δ und erreicht ihren größten Wert für $\delta = 90^0$. Dieser Maximalwert von w_2 ist bei der Fortschaffung der Luft sehr wohl brauchbar und giebt für den Entwurf der Schaufel die Bedingung, daß das letzte Schaufelteilchen radial gerichtet sein muß. Es ist daher

$$w_2^2 = \left(w_1 \frac{R_1}{R_2}\right)^2 + v_2^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4\,a)$$

und

$$w_2 \sin \varphi = c_2 = w_3 = w_1 \frac{R_1}{R_2},$$

unter φ den Winkel zwischen w_2 und v_2 verstanden.

Die Eintrittsgeschwindigkeit w_1 in das Schaufelrad ist bei Annahme gleichbleibender Temperatur durch die Gleichung bestimmt:

$$\frac{1}{2\,g}(w_1^2 - w_0^2) = R\,T\,ln \frac{p_0}{p_1} \text{ (§ 34)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Es ändern sich hiernach Druck und Geschwindigkeit gleichzeitig, d. h. mit der Zunahme von w ist eine Abnahme von p verbunden. Für den vorliegenden Fall ist w_1 größer als w_0, daher die Spannung p_1 im Einlaufe stets kleiner als die Spannung p_0 im Saugraume.

Die Zunahme an lebendiger Kraft für jedes Kilogramm geförderter Luft von der Eintritts- bis zur Austrittsstelle ist $\frac{1}{2\,g}(c_2^2 - c_1^2)$. Diese Zunahme muß durch die Arbeit der Centrifugalkraft und die des Ausdehnungsbestrebens der Luft erzeugt werden. Es ist demnach:

$$\frac{1}{2\,g}(c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2\,g}(v_2^2 - v_1^2) + R\,T\,ln \frac{p_1}{p_2}$$

oder

$$\begin{aligned} 2\,g\,R\,T\,ln \frac{p_1}{p_2} &= c_2^2 - c_1^2 - (v_2^2 - v_1^2) \\ &= \left(w_1 \frac{R_1}{R_2}\right)^2 - \left(\frac{w_1}{\sin \beta}\right)^2 - v_2^2 \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right]. \end{aligned}$$

Die rechte Seite der Gleichung ist jederzeit negativ, d. h. das Ausdehnungsbestreben der Luft bei dem Austritte aus dem Rade ist größer als die Spannung p_1 beim Eintritt in das Rad, oder die Spannung der Luft wächst bei dem Durchlaufen des Rades zugleich mit der Geschwindigkeit. Wir haben daher:

$$2\,g\,R\,T\,ln \frac{p_2}{p_1} = v_2^2 \left[1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right] + w_1^2 \left[\left(\frac{1}{\sin \beta}\right)^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2\right] \quad . \quad 6)$$

Nachdem die Luft die Kanäle verlassen, gelangt sie in den Auslauf, beginnt hier ihre Bewegung mit der Geschwindigkeit w_2 und der Pressung p_2 und vollendet sie mit der Geschwindigkeit w und der Spannung p. Bei einem offenen Ventilator, wo der Auslauf nur durch die Erweiterung der Seitenwände gebildet wird, hat die Luft auch weiter keine Arbeit zu verrichten, als die Geschwindigkeit entsprechend umzuändern. Wir haben daher:

$$2\,g\,R\,T\,ln\,\frac{p_2}{p} = w^2 - w_2^2 = w^2 - v_2^2 - \left(w_1\,\frac{R_1}{R_2}\right)^2.$$

Die Spannung p ist geringer als die Spannung p_2, weshalb sich ergiebt:

$$2\,g\,R\,T\,ln\,\frac{p}{p_2} = v_2^2 + \left(w_1\,\frac{R_1}{R_2}\right)^2 - w^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Die Addition der Gleichungen (6) und (7) liefert, nachdem Gleichung (5) subtrahirt worden:

$$2\,g\,R\,T\,ln\,\frac{p}{p_0} = 2\,v_2^2 - w^2 + w_0^2,$$

$$v_2 = \sqrt{g\,R\,T\,ln\,\frac{p}{p_0} + \frac{w^2 - w_0^2}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

und

$$n = 9{,}55\,\frac{v_2}{R_2}.$$

Wird bei einem geschlossenen Ventilator dem Auslaufe die oben angegebene spiralförmige Gestalt gegeben, so hat auch hier die Luft weiter keine Arbeit zu verrichten und es ist daher ebenfalls Formel (7) und (8) auf die Blaseventilatoren in Anwendung zu bringen.

Die von der Luft beim Durchströmen des Ventilators vom Saug- bis zum Ende des Blaseraumes verrichtete Arbeit L_n ist, wenn man mit q die Spannung der äußeren Luft bezeichnet:

$$L_n = G\left(\frac{1}{2\,g}\,w^2 + R\,T\,ln\,\frac{p}{q} - \frac{1}{2\,g}\,w_0^2 - R\,T\,ln\,\frac{p_0}{q}\right) \quad . \quad . \quad (9)$$

$$= \frac{G}{g}\left(g\,R\,T\,ln\,\frac{p}{p_0} + \frac{w^2 - w_0^2}{2}\right) = \frac{G}{g}\,v_2^2.$$

Die an den Ventilator zu übertragende Arbeit L_a ist daher, wenn η den Wirkungsgrad der Maschine bezeichnet:

$$L_a = \frac{1}{\eta}\,L_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Erfahrungswerte. Die aus Versuchen entnommenen Größen, welche bei Berechnung der Ventilatoren zur Vervollständigung der hier vorgetragenen Theorie benutzt werden müssen, sind folgende:

Die Anzahl z der Radschaufeln bestimmt man nach der empirischen Formel:

$$z = 8\,\frac{R_2 + R_1}{R_2 - R_1},$$

das Verhältnis $\frac{R_1}{R_2}$ nimmt man $= 1/2$ bis $1/3$ und der Wirkungsgrad η liegt in den Grenzen 0,25 bis 0,50.

In Bezug auf weitere Angaben müssen wir die beiden verschiedenen Anwendungen eines Ventilators in Betracht ziehen.

a) Saugender Ventilator.

Diese Ventilatoren (auch Exhaustoren, Wetterräder genannt) sind hauptsächlich in Bergwerken in Anwendung und werden hier benutzt, eine Grubenstrecke mit frischer Luft zu versorgen, indem sie durch das Fortsaugen der schlechten Luft an dem einen Ende der Strecke ein Nachrücken der äußeren atmosphärischen Luft an dem anderen Ende bewirken. Es ist hier also der Saugraum geschlossen und der Druckraum ist die Außenluft. Die Spannung p_0 ist deshalb geringer als die der äußeren Luft und wird durch eine Quecksilber- oder Wassersäule bestimmt, welche den vorhandenen Unterdruck angiebt. Dieser Unterdruck beträgt 0,03 bis 0,06 m Wassersäule, während die dem äußeren Luftdruck entsprechende Wassersäule 10,334 m beträgt. Bezeichnet man diese Werte allgemein mit h und b, so ist

$$l n \frac{p}{p_0} = l n \frac{b}{b - h}$$

oder angenähert

$$= \frac{2 h}{2 b - h}.$$

Die Geschwindigkeit w_0 im Saugraume ist immer gleich der Geschwindigkeit w_1 im Einlaufe zu nehmen und zwar ist zweckmäßig $w_0 = w_1 = 8$ m, welche Geschwindigkeit eine gehörige Erneuerung der Luft gestattet und anderseits ein Verlöschen der Grubenlichter nicht befürchten läßt. Die Geschwindigkeit w der austretenden Luft muß möglichst klein gehalten werden, um einen zu großen Arbeitsverlust zu vermeiden. Wir setzen $w = 3{,}5$ m und können dann nach Formel (8) die äußere Umfangsgeschwindigkeit v_2 berechnen. Das Verhältnis der Halbmesser $R_1 : R_2$ wählt man gewöhnlich gleich 1 : 2, wonach im Verein mit v_2 die Anzahl n der Umdrehungen bestimmt ist. Nachdem die beiden Kreise mit R_1 und R_2 verzeichnet sind, werden v_1 und die Anzahl z der Schaufeln berechnet.

Nach Aufzeichnung der Schaufeln lassen sich die senkrechten Entfernungen a_1 und a_2 messen, und nach Annahme der Radhöhe $e_1 = e_2 = e = R_1$ findet sich nach (1) und (2) die Summe der Eintritts- und Austrittsöffnungen F_1 und F_2, sowie das in jeder Sekunde fortgeschaffte Luftgewicht G. Mit diesem Luftgewicht läßt sich dann die Arbeit L_n sowie die Arbeit L_a nach Formel (9) und (10) berechnen und ebenso der Querschnitt F des Saugrohres.

Den Halbmesser R_3 des konzentrischen Auslaufes kann man etwa gleich 2,25 R_2 annehmen oder auch wie folgt berechnen. Es war φ der Winkel zwischen w_2 und v_2, ebenso sei φ_1 der Winkel zwischen w und dem äußeren Umfange des Auslaufes, dann ist unter der Voraussetzung, daß das Luftvolumen sich innerhalb des Auslaufes nicht ändert:

$$2 \pi R_2 e \sin \varphi w_2 = 2 \pi R_3 e \sin \varphi_1 w$$

und

$$R_3 = R_2 \frac{w_2}{w} \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_1}.$$

Es ist aber weiter

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{\sin(90 - \varphi_1)}{\sin(90 + \varphi)} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi},$$

daher

$$\cos\varphi_1 = \frac{R_2}{R_3}\cos\varphi$$

und

$$\sin^2\varphi_1 = 1 - \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^2\cos^2\varphi.$$

Da der Winkel φ nach Formel (4a) bekannt ist, so läßt sich $\sin\varphi_1$ und dann nach der obigen Formel R_3 berechnen, womit nun sämtliche Teile für den Entwurf des Exhaustors bestimmt sind.

b) Blasender Ventilator.

Die blasenden Ventilatoren saugen die Luft unmittelbar aus der Außenluft, welche wir als ruhend voraussetzen dürfen; wir haben demnach $w_0 = 0$ und p_0 gleich dem Druck der äußeren Luft, gemessen durch eine Wassersäule von der Höhe $b = 10{,}334$ m. Der Druckraum ist dagegen geschlossen und hier findet ein Überdruck über die Außenluft statt, welche wieder durch eine Wassersäule von der Höhe h m gemessen wird. Bei Winderzeugung für Schmelzprozesse ist $h = 0{,}15$ bis $0{,}5$ m und dann

$$ln\frac{p}{p_0} = ln\frac{b+h}{b}$$

oder angenähert

$$= \frac{2h}{2b+h};$$

v_2 liegt in den Grenzen 50 bis 80 m und w_1 nimmt man zu etwa 8 m. Bei Annahme von $\frac{R_1}{R_2} = \sim\frac{1}{3}$ ist nun auch v_1 und $tg\,\beta$ bestimmt, und nimmt man noch $R_2 = 0{,}5$ bis $0{,}63$ m, so kann man das Rad verzeichnen, und die Schaufeln lassen sich in gleicher Weise wie beim Exhaustor entwerfen. Die Radhöhen werden wieder gleich groß, und zwar gleich $e = R_1$ genommen. Nachdem nun a_1 und a_2 gemessen, F_1, F_2 und G berechnet, sind L_n und L_a bestimmt. Aus Formel (8) ergiebt sich die Geschwindigkeit w und dadurch läßt sich der Querschnitt F des Druckrohres berechnen, an welches sich der spiralförmig geformte Auslauf gehörig anzuschließen hat. Die bei dem Exhaustor abgeleiteten Formeln für R_3 und $\sin\varphi_1$ können für jeden Punkt der Begrenzung des spiralförmigen Auslaufes in Anwendung gebracht werden, und damit ist die Form des Auslaufes bestimmt.

5. **Arbeitsfähigkeit des Windes.** Die geringere oder größere Geschwindigkeit der bewegten Luft bestimmt die Stärke des Windes, der damit auch verschiedene Bezeichnungen erhält. In der folgenden Tabelle sind die Namen des Windes mit den zugehörigen Geschwindigkeiten und Drucken für

den qm nach der von **Beaufort** aufgestellten **Internationalen Skala der Windstärken** zusammengestellt:

Bezeichnung	Geschwindigkeit des Windes m in der Sek.	Druck des Windes kg für den qm
0. Windstille oder sehr leiser Zug	0,0—1,3	0—0,2
1. Leiser Zug	3,6	1,5
2. Leichter Wind	5,8	4,1
3. Schwacher Wind	8,0	7,7
4. Mäßiger Wind	10,3	12,6
5. Frischer Wind	12,5	18,9
6. Starker Wind	15,2	27,9
7. Harter Wind	17,9	38,7
8. Sturmwind	21,5	55,6
9. Sturm	25,0	75,6
10. Starker Sturm	29,1	102,5
11. Harter Sturm	33,5	135,7
12. Orkan	40,2	195,5

Zur Berechnung des Arbeitsvermögens L_a des Windes sei c die Geschwindigkeit des Windes in Metern, γ das specifische Gewicht der Luft in kg pro cbm und Q die in einer Sekunde zuströmende Luftmenge in cbm. Die in einem Körper enthaltene Arbeit ist gleich seiner lebendigen Kraft, d. h.

Fig. 233.

$$L_a = {}^1/_2 \frac{Q\gamma}{2g} c^2 \text{ secmkg.}$$

Kennt man den Querschnitt des Windstromes gleich F qm, so ist $Q = Fc$ und deshalb:

$$L_a = \frac{\gamma}{2g} F c^3 = 0{,}0659\, F c^3 \text{secmkg}, \quad (1)$$

wenn man $\gamma = 1{,}29318$ kg annimmt.

Es sei, Fig. 233, AB die Fläche, gegen welche der Wind mit der Geschwindigkeit c stößt, v dagegen die Geschwindigkeit der in Bewegung befindlichen Fläche und es bilde AB mit c den Winkel α, während c und v aufeinander rechtwinkelig stehen. Wir zerlegen c und v nach Richtung der Fläche AB und senkrecht dazu, dann ist ersichtlich, daß die Geschwindigkeit $c \sin \alpha$ auf die Geschwindigkeit $v \cos \alpha$ gebracht werden muß und daß, wenn Q cbm Luft in jeder Sekunde zuströmen, die an die Fläche übertragene Arbeit gleich

$$^1/_2 \frac{Q\gamma}{g} (c^2 \sin^2 \alpha - v^2 \cos^2 a)$$

ist. Durch die plötzliche Geschwindigkeitsänderung findet aber ein Verlust an lebendiger Kraft statt, welcher mit Rücksicht auf § 55 gleich $\frac{1}{2}\frac{Q\gamma}{g}(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2$ ist. Durch Subtraktion der beiden letztgenannten Werte erhält man daher nach einer kleinen, rein algebraischen Umformung die an die Fläche übertragene sekundliche Arbeit

$$L = \frac{Q\gamma}{g} v\cos\alpha\ (c\sin\alpha - v\cos\alpha).$$

Bezeichnen wir den Inhalt der Fläche AB mit f, so wäre Q im ruhenden Zustande der Fläche gleich $f c\sin\alpha$, da die Fläche jedoch mit der Geschwindigkeit $v\cos\alpha$ ausweicht, so ist die in der Sekunde zufließende Windmenge $Q = f\ (c\sin\alpha - v\cos\alpha)$ und daher:

$$L = \frac{f\gamma}{g}(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\ v\cos\alpha,$$

welchen Wert wir jedoch, den angestellten Versuchen gemäß, $\frac{3}{2}$ mal so groß zu nehmen haben.

Es ist daher für

$$\gamma = 1{,}29318\,\text{kg}$$

$$L = 0{,}1977\, f\, (c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\ v\cos\alpha. \quad \ldots \quad (2)$$

Hieraus findet sich der Normaldruck N gegen die Fläche f

$$N = 0{,}1977\, f\, (c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2, \quad \ldots \quad (3)$$

der Druck P_1 in Richtung des Windes

$$P_1 = 0{,}1977\, f\, (c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\ \sin\alpha, \quad \ldots \quad (4)$$

der Druck P_2 in Richtung der Bewegung:

$$P_2 = 0{,}1977\, f\, (c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\ \cos\alpha. \quad \ldots \quad (5)$$

6. Windmühlen. Werden die eben entwickelten Formeln auf die Flügel einer Windmühle in Anwendung gebracht, so bedeutet f ein Flügelteilchen, welches sich in der Entfernung r von der Wellenachse befinden mag, so daß $v = r\,.\,\omega$ gesetzt werden muß, unter ω die Winkelgeschwindigkeit der Flügel verstanden. In dem Ausdruck für die Arbeit L ist demnach bei dieser Anwendung v und α veränderlich, L wird zu Null, wenn:

1) $\cos\alpha = 0$, d. h. $\alpha = 90^0$.

2) $c\sin\alpha - v\cos\alpha = 0$, d. h. $tg\,\alpha = \frac{v}{c}$.

Es muß demnach zwischen den hierdurch erhaltenen Grenzen von α einen Wert geben, für den L zu einem relativen Maximum wird.

Erster Fall, α gleichbleibend. Nimmt man α als gleichbleibend an, so findet sich das Maximum der Arbeit L in dem Maximalwerte von $(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2 v$. Durch eine Untersuchung, wie sie früher öfters besprochen

wurde, ergiebt sich, daß $(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 v$ ein Maximum wird für

$$v = \frac{c}{3}\, tg\, \alpha \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Trägt man diesen Wert in den erhaltenen Ausdruck für die Arbeit L ein, so erhält man

$$L_1 = \frac{4}{27} \cdot 0{,}1977\, f\, c^3 \sin^3 \alpha. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Mit der Zunahme von α wächst L_1 und zwar wird L_1 am größten für $\alpha = 90^0$, wozu aber eine Geschwindigkeit $v = \infty$ gehören würde. Es ist demnach dieses Maximum unbrauchbar, es läßt sich aus dieser Untersuchung nur ersehen, daß die Arbeit mit v, d. i. mit der Anzahl n der Umdrehungen in der Minute wächst. Da aber mit dieser Umdrehungszahl zugleich der Arbeitsverlust und die Zapfenreibung entsprechend zunehmen, so muß man für einige Umdrehungszahlen den Wert von L berechnen, um dadurch den Maximalwert zu finden.

Zweiter Fall, v gleichbleibend. Nehmen wir andererseits v als gleichbleibend an und suchen den Maximalwert von L in Bezug auf α, so handelt es sich um das Maximum von $(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 \cos \alpha$.

Durch eine etwas umständliche Untersuchung **) ergiebt sich, daß dieser

---

*) Es ist nämlich:

$$(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 v = (c \sin \alpha - v_1 \cos^2 \alpha)\, v_1,$$
$$c^2 v \sin^2 \alpha - 2 c v^2 \sin \alpha \cos \alpha + v^3 \cos^2 \alpha =$$
$$= c^2 v_1 \sin^2 \alpha - 2 c v_1^2 \sin \alpha \cos \alpha + v_1^3 \cos^2 \alpha,$$
$$c^2 \sin^2 \alpha\, (v - v_1) - 2 c \sin \alpha \cos \alpha\, (v^2 - v_1^2) + \cos^2 \alpha\, (v^3 - v_1^3) = 0.$$

Wir dividieren durch $v - v_1$ und gehen dann zur Grenze über, indem wir $v = v_1$ setzen, so entsteht:

$$c^2 \sin^2 \alpha - 4 c \sin \alpha \cos \alpha \,.\, v + 3 \cos^2 \alpha\, v^2 = 0$$
$$(c \sin \alpha - 2 v \cos \alpha)^2 - v^2 \cos^2 \alpha = 0$$

oder

$$c \sin \alpha = 3 v \cos \alpha,$$

d. h.

$$v = \frac{c}{3}\, tang\ \alpha.$$

**) Es ist:

$$(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 \cos \alpha = (c \sin \alpha_1 - v \cos \alpha_1)^2 \cos \alpha_1,$$
$$c^2 \sin^2 \alpha \cos \alpha - 2 c v \sin \alpha \cos^2 \alpha + v^2 \cos^3 \alpha = c^2 \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_1$$
$$- 2 c v \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1 + v^2 \cos^3 \alpha_1,$$
$$c^2 (\sin^2 \alpha \cos \alpha - \sin^2 \alpha_1 \cos \alpha_1) - 2 c v (\sin \alpha \cos^2 \alpha - \sin \alpha_1 \cos^2 \alpha_1)$$
$$+ v^2 (\cos^3 \alpha - \cos^3 \alpha_1) = 0$$
$$c^2 (\cos \alpha - \cos^3 \alpha - \cos \alpha_1 + \cos^3 \alpha_1) - 2 c v (\sin \alpha - \sin^3 \alpha - \sin \alpha_1 + \sin^3 \alpha_1)$$
$$+ v^2 (\cos^3 \alpha - \cos^3 \alpha_1) = 0$$
$$c^2 (\cos \alpha - \cos \alpha_1) + (v^2 - c^2)(\cos^3 \alpha - \cos^3 \alpha_1) - 2 c v (\sin \alpha - \sin \alpha_1)$$
$$+ 2 c v (\sin^3 \alpha - \sin^3 \alpha_1) = 0$$
$$2 \sin \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} \{c^2 + (v^2 - c^2)(\cos^2 \alpha + \cos \alpha \cos \alpha_1 + \cos^2 \alpha_1)\}$$
$$- 2 \cos \frac{\alpha + \alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha - \alpha_1}{2} \{2 c v - 2 c v (\sin^2 \alpha + \sin \alpha \sin \alpha_1 + \sin^2 \alpha_1)\} = 0.$$

Wir dividieren durch $\alpha - \alpha_1$, indem wir berücksichtigen, daß $\lim \frac{\sin \alpha}{arc\, \alpha} = 1$

Ausdruck ein Maximum wird für

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Da die Geschwindigkeit v eines Flügelteilchens mit seiner Entfernung r von der Drehachse zunimmt, so folgt aus der letzten Gleichung, daß die Winkel α mit dieser Entfernung wachsen, daß also zur Erhaltung einer möglichst großen Leistung die Flügel nicht eben, sondern windschief herzustellen sind, und zwar in der Weise, daß die äußeren Flügelteile weniger als die inneren von der Umdrehungsebene abweichen.

Formen wir, mit Benutzung des aus der letzten Formel bestimmten Wertes von α, den für die Arbeit L (S. 353) entwickelten Ausdruck um, so erhalten wir als relatives Maximum

$$L_2 = 0{,}1977\, f\, c^3 \left(\sin\alpha - \frac{tg^2\alpha - 2}{3\,tg\,\alpha}\cos\alpha\right)^2 \frac{tg^2\alpha - 2}{3\,tg\,\alpha}\cos\alpha.$$

$$L_2 = \frac{4}{27}\, 0{,}1977\, f\, c^3\, \frac{3\sin^2\alpha - 2}{\sin^3\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Berechnung der Windmühlenarbeit. Bei der Berechnung der durch den Wind auf einen Windmühlenflügel übertragenen Arbeit teilt man die Flügellänge l in sieben gleiche Teile und läßt den ersten an der Welle gelegenen Teil frei, benutzt also nur $^6/_7$ der Flügellänge zum eigentlichen Flügelbau. Die zweckmäßige Anzahl n der Umdrehungen in der Minute wird angenommen und daraus die Winkelgeschwindigkeit $\omega = 0{,}1047\, n$ bestimmt. Die in den einzelnen Teilpunkten des Flügels stattfindenden Umfangsgeschwindigkeiten, welche ebenso wie die zugehörigen Winkel α für ein zwischen zwei Teilpunkten liegendes Flügelfeld gleich groß angenommen werden, sind nun durch die Gleichungen $v_1 = \omega\,\frac{l}{7}$, $v_2 = \omega\,\frac{2\,l}{7}$ bis $v_7 = \omega\, l$ gegeben. Mit Hülfe dieser Werte lassen sich die entsprechenden Winkel α_1 bis α_7 nach Formel (3)

---

ist, gehen zur Grenze über und setzen $\alpha = \alpha_1$, so entsteht

$$-\sin\alpha\,\{c^2 + (v^2 - c^2)\, 3\cos^2\alpha\} - \cos\alpha\,\{2\,c\,v - 2\,c\,v\; 3\sin^2\alpha\} = 0.$$

Bevor wir aus dieser Gleichung α entwickeln, werde dieselbe in folgender Weise umgeformt. Aus:

$$-3\,v^2\cos^2\alpha\sin\alpha - c^2\sin\alpha + 3\,c^2\cos^2\alpha\sin\alpha - 2\,c\,v\cos\alpha + 6\,c\,v\sin^2\alpha\cos\alpha = 0$$ folgt:

$$-2v^2\cos^2\alpha\sin\alpha + 2\,c^2\sin\alpha\cos^2\alpha + 2\,v\,c\sin^2\alpha\cos\alpha - 2\,v\,c\cos^3\alpha = v^2\cos^2\alpha\sin\alpha + c^2\sin^3\alpha - 2\,v\,c\sin^2\alpha\cos\alpha$$

$$2\cos\alpha\,(c\sin\alpha - v\cos\alpha)\,(c\cos\alpha + v\sin\alpha) = \sin\alpha\,(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2$$

$$2\cos\alpha\,(c\cos\alpha + v\sin\alpha) = \sin\alpha\,(c\sin\alpha - v\cos\alpha)$$

$$2\,(c + v\,tg\,\alpha) = tg\,\alpha\,(c\,tg\,\alpha - v)$$

$$tg^2\alpha - 3\,\frac{v}{c}\,tg\,\alpha = 2$$

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2}.$$

und dann die Arbeit für die einzelnen Flügelfelder nach Formel (4) berechnen. Die Summe dieser Arbeiten ergiebt die Arbeit für einen Flügel.

Bezeichnet man die bespannte Flügelfläche mit F, so kann man nach Versuchen von Coulomb als Mittelwert die von einem Flügel übertragene Arbeit $= 0{,}03\ F\ c^3$ nehmen, woraus sich dann die Gesamtleistung der Windmühle mit z Flügeln zu

$$L = 0{,}03\, z\, F c^3 \text{ secmkg} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

ergiebt, wobei im Mittel $\frac{c}{n} = 0{,}52088$ zu nehmen ist.

Von der berechneten Arbeit ist die der Reibung am Halszapfen in Abzug zu bringen. Ist G das Gewicht der Flügelwelle mit Zubehör, r der Halbmesser des Zapfens, μ_1 der Reibungskoeffizient, so ist das Moment der Zapfenreibung gleich $\mu_1\, G r$ und die von der Reibung verbrauchte Arbeit gleich $\mu_1\, G r\, \frac{\pi n}{30}$, daher die von der Flügelwelle übertragene sekundliche Arbeit

$$L_n = 0{,}03\, z\, F c^3 - 0{,}1047\ \mu_1\ G r n. \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

7. Segelschiffe. In Fig. 234 stellen AB und $A'B'$ aufeinander folgende Lagen eines Schiffssegels von F qm Inhalt vor. Ist die Geschwindigkeit des Windes c, die des Schiffes v und bilden die Geschwindigkeitsrichtungen mit AB die Winkel β und α, so sind die Normalkomponenten dieser Geschwindigkeiten $c \sin \beta$ und $c \sin \alpha$. Fließen in jeder Sekunde Q cbm Luft gegen das Segel, so ist die von der Luft an das Segel übertragene Arbeit in gleicher Weise wie S. 353 oben:

$$L = \frac{Q\gamma}{2g}(c^2 \sin^2 \beta - v^2 \sin^2 \alpha) - \frac{Q\gamma}{2g}(c \sin \beta - v \sin \alpha)^2.$$

Nach einer kleinen Umformung erhält man, wenn $Q = F(c \sin \beta - v \sin \alpha)$ gesetzt wird:

$$L = \frac{F\gamma}{g}(c \sin \beta - v \sin \alpha)^2\ v \sin \alpha,$$

wofür wir wieder den anderthalbfachen Wert in Rechnung bringen, danach ist:

$$L = 0{,}1977\ F(c \sin \beta - v \sin \alpha)^2\ v \sin \alpha. \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

In dem vorstehenden Ausdruck sind v, α und β veränderlich; es handelt sich nun darum, diese drei Größen so zu wählen, daß L ein Maximum wird:

a) Es sei α und β gleichbleibend, so ist L ein Maximum für $v = \frac{c}{3}\,\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$.

b) Es sei α und v gleichbleibend, so ist L ein Maximum für $\beta = 90^0$.

c) Es sei β und v gleichbleibend, so ist L ein Maximum für $\sin \alpha = \frac{c}{3v} \sin \beta$.

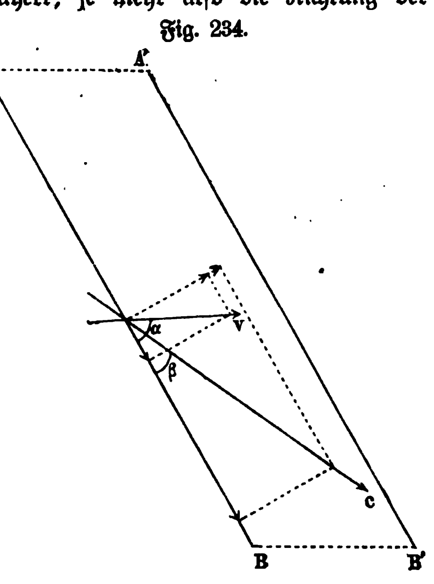
Die letzte Bedingung stimmt mit der ersten überein, so daß für das absolute Maximum $\beta = 90^0$ und $v = {}^1/_3\ \frac{c}{\sin a}$ gesetzt werden muß:

$$Max\ L = \frac{4}{27}\ 0{,}1977\ F c^3. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Unbestimmt geblieben ist dabei der Wert für den Winkel α, dessen Größe hauptsächlich auf die Schiffsgeschwindigkeit Einfluß hat.

Aus $v = \frac{1}{3} \frac{c}{\sin\alpha}$ folgt, daß das Schiff um so langsamer segelt, je mehr sich α einem rechten Winkel nähert, je mehr also die Richtung der Schiffsgeschwindigkeit v mit der Richtung der Windgeschwindigkeit c zusammenfällt. Der Widerstand, welchen das Wasser der Fortbewegung des Schiffes entgegenstellt, ist von der Form des Schiffes abhängig. Je leichter das Wasser von dem vorderen Teile des Schiffes zur Seite geschoben wird, um so geringer ist die wirbelnde Bewegung des Wassers am hinteren Teile des Schiffes. Die dieser wirbelnden Bewegung entsprechende lebendige Kraft ist für die Fortbewegung des Schiffes jedenfalls verloren. Ein weiterer Widerstand entspringt aus der Reibung des Wassers an den Schiffswandungen, und dieser Widerstand ist bei der jetzigen Bauart der Schiffe jedenfalls der größere. Bezeichnet man mit O den eingetauchten Teil der Schiffsoberfläche in Quadratmetern, so ist der Gesamtwiderstand W dem Ausdruck $1000 \cdot O \cdot \frac{v^2}{2g}$ proportional zu setzen. Hiernach haben wir, unter ζ einen Erfahrungskoeffizienten verstanden, $W = \zeta\, 1000 \cdot O \cdot \frac{v^2}{2g}$ und die von diesem Widerstande verbrauchte Arbeit

Fig. 234.



$$Wv = \zeta \cdot 1000 \cdot O \cdot \frac{v^3}{2g} \cdot$$

Bezeichnet man mit b, l und t Breite, Länge und Eintauchungstiefe des Schiffes, so ist annähernd

$$O = \frac{2}{3}\, b\, l + 2\, l\, t = b\, t \left(\frac{2}{3} \frac{l}{t} + 2 \frac{l}{b}\right)$$

und

$$Wv = \zeta \cdot 1000 \cdot \frac{v^3}{2g}\, b\, t \left(\frac{2}{3} \frac{l}{t} + 2 \frac{l}{b}\right) \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Für den Gleichgewichtszustand ist die von dem Winde übertragene Arbeit gleich der von dem Widerstande W verbrauchten. Benutzen wir für die von dem Winde übertragene Arbeit den Maximalwert unter (2), setzen den ideellen Eintauchungsquerschnitt $b\,t = f$ und nehmen an, daß Wind- und Bewegungsrichtung zur Segelebene rechtwinkelig stehen, so ist $v = \frac{c}{3}$ und

$$\frac{4}{27}\cdot 0{,}1977\cdot F c^3 = \zeta\cdot 1000\cdot\frac{c^3}{27\,.\,2g} f\left({}^2/_3\,\frac{l}{t} + 2\,\frac{l}{b}\right),$$

daher

$$\frac{F}{f} = \zeta\,\frac{1000}{0{,}1977\,.\,2g\,.\,4}\left({}^2/_3\,\frac{l}{t} + 2\,\frac{l}{b}\right).$$

Nehmen wir $\frac{l}{b} = 6$, $\frac{l}{t} = 16$ und $\frac{1000\,\zeta}{2g} = 0{,}24$ als Mittelwert für große ältere Segelschiffe, so ergiebt sich:

$$F = \sim 7f,$$

d. h. die Segelfläche F ist etwa 7 mal so groß als der ideelle Eintauchungsquerschnitt f.

Übungen.

1. Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers in einem Kanale, dessen Querschnitt 3,424 qm ist und bei dem die in einer Sekunde abgeführte Wassermenge 4,573 cbm beträgt?

$$V = Fv$$
$$v = 1{,}33 \text{ m}.$$

2. Das Wasser bewegt sich in einem Graben mit 0,8 m Geschwindigkeit, und dabei werden in jeder Sekunde 2,4 cbm Wasser abgeführt. Welchen Querschnitt hat der Graben?

$$F = 3 \text{ qm}.$$

3. Wie groß ist die in einer Sekunde in einem Kanal abfließende Wassermenge, dessen Querschnitt 4,9 qm beträgt, wenn die mittlere Geschwindigkeit des Wassers 1,3 m ist?

$$V = 6{,}37 \text{ cbm}.$$

4. Ein Bach hat auf eine Länge von 126 m ein Gefälle von 0,5 m. Der mittlere benetzte Umfang sei 4,4 m, der obere Querschnitt F_1 habe 3 qm, der untere F_2 2 qm Inhalt.

Wie groß ist die in einer Sekunde abgeführte Wassermenge?

Wie groß ist der Abhang der Sohle, wenn die mittlere gleichbleibende Breite des Baches zu 1,3 m angenommen wird?

Wie groß sind die Geschwindigkeiten v_1, v_0, v_2 für den oberen mittleren und unteren Querschnitt?

Dem Gefälle von 0,5 m entspricht eine mittlere Geschwindigkeit c, die sich aus der Formel $c^2 = 2gh$ bestimmt. Wir erhalten hieraus:

$$c = \sqrt{2g \,.\, 0{,}5} = 3{,}13 \text{ m},$$

weshalb der Widerstandskoeffizient ζ nach § 48 gleich 0,00755 gesetzt werden muß. Die abgeführte Wassermenge V, nach Formel 75, S. 276 ist:

$$V = \frac{\sqrt{2g \,.\, 0{,}5}}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 0{,}00755 \, \frac{126 \,.\, 4{,}4}{\left(\frac{5}{2}\right)^3}}} = 4{,}9 \text{ cbm}.$$

Weiter ist nach Formel 72, S. 274:

$$\sin\delta = \frac{h}{l} = \frac{0,5}{126}$$

$$\delta = 0^0\ 13'\ 40''$$

$$V = F_1 v_1 = F_0 v_0 = F_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{4,9}{3} = 1,63\,\mathrm{m}$$

$$v_0 = \frac{4,9 \,.\, 2}{5} = 1,96\,\mathrm{m}$$

$$v_2 = \frac{4,9}{2} = 2,45\,\mathrm{m}.$$

In gleicher Weise ist:

$$V = a_1 b v_1 = a_2 b v_2$$

$$a_1 = \frac{4,9}{1,3 \,.\, 1,63} = 2,31\,\mathrm{m}$$

$$a_2 = \frac{4,9}{1,3 \,.\, 2,45} = 1,54\,\mathrm{m}.$$

Der Tiefenunterschied ist hiernach:

$$a_1 - a_2 = 0,77\,\mathrm{m}.$$

5. Ein Bach, der eine mittlere gleichbleibende Breite von 3,14 m hat, und dessen Tiefe sich bei 94 m Länge ändert, führt in der Sekunde 15 cbm Wasser ab. Wie groß ist das Gefälle des Baches auf dieser Länge, wenn der obere Querschnitt 6 qm, der untere 4,5 qm Inhalt hat, und der mittlere benetzte Umfang 9,4 m beträgt?

Welche Tiefe hat der Kanal am oberen und unteren Querschnitt?

$$h = 0,712\,\mathrm{m},$$

$$a_1 = 1,92\,\mathrm{m},$$

$$a_2 = 1,44\,\mathrm{m}.$$

6. Welche Wassermenge liefert ein Bach, dessen mittlere Breite 1,9 m, dessen mittlere Tiefe 1,6 m und dessen benetzter Umfang 3 m beträgt, wenn der Bach auf 47 m Länge ein Gefälle von 0,1 m hat?

$$V = \frac{\sqrt{2g \,.\, 0,1}}{\sqrt{0,008\ \dfrac{47 \,.\, 3}{(1,9 \,.\, 1,6)^3}}} = 6,99\ \mathrm{cbm}.$$

7. Ein Kanal, dessen Querschnitt ein Paralleltrapez ist, habe eine mittlere Tiefe von 1,4 m, die untere parallele Seite des Querschnittes sei 0,9 m, die obere 3 m lang. Welches Gefälle ist dem Kanale auf 314 m Länge zu geben, damit er in einer Sekunde 7,5 cbm Wasser fortführe?

$$h = 0,008\ \frac{7,5^2}{2g} \cdot \frac{314 \,.\, 4,4}{2,73^3} = 1,56\,\mathrm{m}.$$

8. Es ist ein Kanal von 94 m Länge anzulegen, welcher bei einem Gefälle von 0,157 m in jeder Sekunde 3,9 cbm Wasser fortführt. Wie sind die

Abmessungen des zweckmäßigsten Querschnittes zu nehmen, der die Form eines Paralleltrapezes erhalten soll, wenn das Erdreich aus fester Erde besteht?

Es ist nach § 45:

$$h = \zeta \frac{V^2}{2g} \frac{lu}{F^3}$$

$$0{,}157 = 0{,}008 \frac{3{,}9^2}{2g} \frac{94 . u}{F^3}$$

und hieraus

$$\frac{F^3}{u} = 3{,}713.$$

Für den zweckmäßigsten Querschnitt ist

$$u = x + 2y \text{ (siehe § 46)}$$

$$u = \frac{2}{sin\,\vartheta} \sqrt{F\,(2 - cos\,\vartheta) . sin\,\vartheta},$$

worin ϑ nach der Tabelle in § 48 mit Bezug auf die Aufgabe gleich 33° 40′ zu setzen ist,

$$u = 2{,}9 \sqrt{F}$$

und

$$\frac{F^3}{u} = \frac{\sqrt{F^6}}{2{,}9 \sqrt{F}} = 3{,}713$$

$$\sqrt{F^5} = 2{,}9 . 3{,}713$$

$$F = 2{,}59 \text{ qm.}$$

Die untere Breite des Querschnittes ist:

$$x = 2 \frac{1 - cos\,\vartheta}{sin\,\vartheta\,(2 - cos\,\vartheta)} \cdot \sqrt{F\,sin\,\vartheta\,(2 - cos\,\vartheta)}$$

$$x = 0{,}671 \text{ m.}$$

Die Länge der Böschung:

$$y = \sqrt{\frac{F}{sin\,\vartheta\,(2 - cos\,\vartheta)}}$$

$$y = 2 \text{ m.}$$

Die Tiefe des Flußbettes:

$$z = \sqrt{\frac{F\,sin\,\vartheta}{2 - cos\,\vartheta}}$$

$$z = 1{,}11 \text{ m.}$$

Die Geschwindigkeit v des fließenden Wassers ist:

$$v = \frac{3{,}9}{2{,}59} = 1{,}5 \text{ m.}$$

9. Wenn das Wasser in dem der vorigen Aufgabe entsprechenden Flußbette um 0,065 m steigt, wie groß ist dann die Geschwindigkeit des Wassers und die in einer Sekunde abgeführte Wassermasse?

Die gesuchten Geschwindigkeiten und Wassermengen bezeichnen wir mit v_1 und V_1. Es ist nach § 47:

$$\frac{v_1}{v} = \sqrt{\frac{F_1}{F}} \cdot \sqrt{\frac{u}{u_1}},$$

worin

$$F_1 = F + b\,(a_1 - a)$$

und

$$u_1 = u + \frac{2\,(a_1 - a)}{\sin\vartheta}$$

gesetzt wird. Es ist:

$$b = x + 2y\cos\vartheta = 4\,\mathrm{m}$$
$$F_1 = 2{,}59 + 4 . 0{,}065 = 2{,}85\,\mathrm{qm}$$
$$u = x + 2y = 4{,}671\,\mathrm{m}$$
$$u_1 = 4{,}671 + \frac{2 . 0{,}065}{\sin\vartheta}$$
$$= 4{,}904$$
$$v_1 = 1{,}5\sqrt{\frac{2{,}85 . 4{,}671}{2{,}59 . 4{,}904}} = 1{,}54\,\mathrm{m}$$
$$V_1 = V\,\frac{F_1}{F}\sqrt{\frac{F_1}{F}}\sqrt{\frac{u}{u_1}}$$
$$V_1 = 3{,}9\,\frac{2{,}85}{2{,}59}\sqrt{\frac{2{,}85 . 4{,}671}{2{,}59 . 4{,}904}} = 4{,}39\,\mathrm{qm}.$$

10. Ein Kanal mit trapezförmigem Querschnitt hat eine untere Breite von 1,5 m, eine obere Breite von 3 m, eine mittlere Tiefe von 1,3 m und führt in der Sekunde 3 cbm ab. Wie groß ist das Gefälle für 628 m Länge? Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit?

Wie groß ist aber die Tiefe des Kanals, wenn plötzlich eine Vermehrung der Wassermasse von 0,9 cbm in der Sekunde entsteht?

Wie groß ist in diesem Falle die mittlere Geschwindigkeit?

Es ist $F = 2{,}925\,\mathrm{qm}$, $u = 4{,}5\,\mathrm{m}$

$$h = \zeta\,\frac{V^2}{2g} \cdot \frac{lu}{F^3}$$
$$h = 0{,}008\,\frac{3^2}{2g}\,\frac{628 . 4{,}5}{2{,}925^3} = 0{,}414\,\mathrm{m}$$
$$= \frac{3}{2{,}925} = 1{,}03\,\mathrm{m}$$
$$\frac{V^1}{V} = \frac{a_1}{a}\sqrt{\frac{a_1}{a}}$$
$$a_1 = 1{,}55\,\mathrm{m}$$
$$v_1 = v\sqrt{\frac{a_1}{a}}$$
$$= 1{,}124\,\mathrm{m}.$$

11. Ein Fluß von 6,3 m Breite und 1,3 m Tiefe soll 1,1 m hoch aufgestaut werden. Welche Höhe erhält das Wehr, wenn in jeder Sekunde 9 cbm Wasser abgeführt werden?

Wir haben nach Formel 86, S. 284 die Wassermasse V mit dem Ausdruck:

$$0{,}533\, b\, h_1 \sqrt{2\, g\, h_1}$$

zu vergleichen, wodurch sich bestimmen läßt, ob das anzulegende Wehr als ein vollkommenes oder als ein Grundwehr angelegt werden muß. Es ist

$$0{,}533 \,.\, 6{,}3 \,.\, 1{,}1 \sqrt{2\, g \,.\, 1{,}1} = 17{,}14 \text{ cbm.}$$

Da $V = 9$ kleiner als 17,14 cbm ist, so muß das Wehr ein vollkommenes Überfallwehr werden. Die Wehrhöhe H ist:

$$H = h_1 + a - \left(\frac{V}{0{,}533\, b \sqrt{2\, g}}\right)^{2/3}$$
$$H = 2{,}4 - 0{,}715$$
$$H = 1{,}685 \text{ m.}$$

12. Welche Höhe erhält das Wehr, wenn in dem vorigen Beispiele die Stauhöhe 0,47 m betragen soll?

Es ist $0{,}533 \,.\, 6{,}3 \,.\, 0{,}47 \sqrt{2\, g \,.\, 0{,}47} = 4{,}78$ kleiner als die abzuführende Wassermasse V, das Wehr muß deshalb ein Grundwehr sein. Die Wehrhöhe ist:

$$H = a + {}^2/_3 \, \frac{(h_1 + h_2)^{3/2} - h_2^{3/2}}{(h_1 + h_2)^{1/2}} - \frac{V}{\mu\, b \sqrt{2\, g\, (h_1 + h_2)}} \,.$$

In diesem Ausdruck ist noch die Geschwindigkeitshöhe h_2 unbekannt, die sich aus dem Querschnitt des Flußbettes $b\,(a + h_1)$ der abzuführenden Wassermasse V und der mittleren Geschwindigkeit v_0 bestimmen läßt.

Es ist

$$b\,(a + h_1)\, v_0 = V$$

und

$$2\, g\, h_2 = v_0^2,$$

daher:

$$h_2 = \frac{1}{2g} \left(\frac{V}{b\,(a + h_1)}\right)^2$$
$$h_2 = 0{,}033 \text{ m.}$$

Nach Einsetzung dieses Wertes erhalten wir, wenn wieder $\mu = 0{,}80$ genommen wird:

$$H = 1{,}3 + {}^2/_3 \, \frac{\sqrt{0{,}503^3} - \sqrt{0{,}033^3}}{\sqrt{0{,}503}} - \frac{9}{0{,}80 \,.\, 6{,}3 \sqrt{2\, g \,.\, 0{,}503}} = 1{,}06 \text{ m,}$$

d. h. der Fachbaum liegt um 0,24 m tiefer als der ursprüngliche Wasserspiegel.

13. Welche Wassermasse fließt in einer Sekunde über ein vollkommenes Überfallwehr, vor welchem das Wasser 1,73 m aufgestaut ist? Die Wassertiefe sei 2,04 m, die Breite des Flusses 9,4 m, die Wehrhöhe 2,5 m und die Geschwindigkeit des Wassers unmittelbar vor dem Wehre 0,204 m.

Es ist die der Geschwindigkeit 0,204 m entsprechende Höhe:

$$h_2 = \frac{0{,}204^2}{2g} = 0{,}0021 \text{ m},$$

und die in einer Sekunde abfließende Wassermasse:

$$V = {}^2/_3\, \mu\, b\, \sqrt{2g}\left(\sqrt{(a + h_1 + h_2 - H)^3} - \sqrt{h_2^3}\right)$$

$$V = {}^2/_3\; 0{,}80 \,.\, 9{,}4\, \sqrt{2g} \cdot \left(\sqrt{1{,}272^3} - \sqrt{0{,}0021^3}\right) = 31{,}85 \text{ cbm}.$$

14. Welche Wassermasse fließt in jeder Sekunde durch eine Schützöffnung von 1,9 m Breite und 0,95 m Höhe, wenn die Entfernung der unteren Kante der Öffnung von dem Wasserspiegel 1,2 m ist und der Ausfluß in freier Luft stattfindet?

$$V = \mu\, a\, b \sqrt{2g\left(h - \frac{a}{2}\right)}$$

$$= 0{,}617 \,.\, 0{,}95 \,.\, 1{,}9\, \sqrt{2g \,.\, 0{,}725}$$

$$= 4{,}2 \text{ cbm}.$$

15. Wie groß ist die Ausflußmenge im vorigen Beispiel, wenn der Ausfluß unter Wasser stattfindet und die Entfernung der Wasserspiegel vor und hinter der Schützöffnung 0,013 m beträgt?

$$V = \mu\, a\, b\, \sqrt{2gh}$$

$$= 0{,}617 \,.\, 0{,}95 \,.\, 1{,}9\, \sqrt{2g \,.\, 0{,}013}$$

$$= 0{,}562 \text{ cbm}.$$

16. Wie groß ist die Wassermasse, wenn das Unterwasser in dem Beispiel Nr. 14 bis auf $^3/_4$ der Höhe die Schützöffnung erfüllt?

$$V = \mu\, a_1\, b \sqrt{2g\left(h_1 - \frac{a_1}{2}\right)} + \mu\, a_2\, b\, \sqrt{2g\, h_2}$$

$$V = \mu\, b\, \sqrt{2g}\left(a_1 \sqrt{h_1 - \frac{a_1}{2}} + a_2\, \sqrt{h_2}\right)$$

$$= 0{,}617 \,.\, 1{,}9\, \sqrt{2g}\, \left(0{,}2375 \,.\, \sqrt{0{,}369} + 0{,}713\, \sqrt{0{,}488}\right)$$

$$= 3^1/_3 \text{ cbm}.$$

17. Wie hoch ist eine 3,2 m breite Schleuse aufzuziehen, damit in jeder Sekunde 8 cbm Wasser f r e i abfließen, wenn der Wasserstand über der unteren Kante 2 m beträgt?

$$8 = 0{,}617 \,.\, a \,.\, 3{,}2\, \sqrt{2g} \sqrt{2 - \frac{a}{2}}$$

$$a^3 - 4\, a^2 = -1{,}674$$

$$a = 0{,}719 \text{ m}.$$

18. Wie hoch ist die Schütze im vorigen Beispiel aufzuziehen, wenn der Abfluß unter Wasser stattfindet und die Entfernung der Wasserspiegel 0,94 m beträgt?

$$8 = 0{,}617 \,.\, a \,.\, 3{,}2\, \sqrt{2g \,.\, 0{,}94}$$

$$a = 0{,}944 \text{ m}.$$

19. In einem 13 m breiten und 1,9 m tiefen Flusse, welcher in jeder Sekunde 25 cbm Wasser abführt, soll ein Wehr eingebaut werden, um das Wasser 0,94 m hoch aufzustauen. Welche Höhe erhält das Wehr?

Wie groß ist die Stauweite?

Wie groß ist die aufgestaute Wassermasse?

Wenn der Besitzer des Wasserwerkes das Wehr unbefugter Weise 0,16 m höher baut, wie ändern sich dann Stauhöhe, Stauweite, aufgestaute Wassermasse?

Ein vollkommenes Überfallwehr ist durch Formel 86, S. 284

$$V < 0{,}533\, b\, h_1 \sqrt{2 g h_1}$$

bedingt. Es ist aber für die obigen Annahmen:

$$0{,}553\, b \,.\, h_1 \sqrt{2 g h_1} = 0{,}533 \,.\, 13 \,.\, 0{,}94 \,.\, \sqrt{2 g \,.\, 0{,}94} = 27{,}97 \text{ cbm}.$$

Da der Ausdruck größer als die vom Flusse abzuführende Wassermasse, 25 cbm, ist, so muß ein vollkommenes Überfallwehr angelegt werden. Die Wehrhöhe H ist, von der Geschwindigkeit vor dem Wehre abgesehen,

$$H = h_1 + a - \left(\frac{V}{0{,}533\, b \sqrt{2 g}}\right)^{2/3}$$

$$H = 2{,}84 - \left(\frac{25}{0{,}533 \,.\, 13 \sqrt{2 g}}\right)^{2/3}$$

$$H = 1{,}97 \text{ m}.$$

Zur Bestimmung der Stauweite λ brauchen wir den Querschnitt F und den benetzten Umfang u des Flusses unmittelbar vor dem Wehre. Nehmen wir den Böschungswinkel $\vartheta = 45^0$, so ist die Breite des Flußbettes auf dem Boden 13 — 3,8 = 9,2 m, die auf dem Wasserspiegel 9,2 + 5,68 = 14,88 m, daher:

$$F = \frac{9{,}2 + 15}{2} \cdot 2{,}84 = 34{,}4 \text{ qm}$$

$$u = 9{,}2 + 5{,}68 \sqrt{2} = 17{,}2 \text{ m},$$

und die Stauweite nach Formel 95, S. 289:

$$\lambda = h_1 \sqrt{\left(\frac{2 g F^3}{\zeta V^2 u}\right)^2 - 1}, \text{ worin wir } \zeta = 0{,}007 \text{ setzen,}$$

$$\lambda = 0{,}94 \sqrt{\left(\frac{2 g \,.\, 34{,}4^3}{0{,}007 \,.\, 25^2 \,.\, 17{,}2}\right)^2 - 1}$$

$$\lambda = 9876 \text{ m}.$$

Nach Formel 97, S. 290 erhalten wir die Stauweite, wenn wir F_0 und u_0 gleich den eben benutzten Werten setzen, für u und F aber diejenigen nehmen, die dem Flußbette vor der Stauung entsprechen:

$$\lambda = \frac{1{,}9 \,.\, 2 g h_1}{\zeta V^2 \left(\frac{u}{F^3} - \frac{u_0}{F_0^3}\right)}$$

$$u_0 = 17{,}2 \text{ m}; \; F_0 = 34{,}4 \text{ qm},$$

$$u = 9{,}2 + 3{,}8\sqrt{2} = 14{,}6\text{ m},$$

$$F = \frac{9{,}2 + 13}{2} \cdot 1{,}9 + 21{,}1\text{ qm},$$

$$\lambda = \frac{1{,}9 \,.\, 2g \,.\, 0{,}94}{0{,}007 \,.\, 25^2 \left(\frac{14{,}6}{21{,}1^3} - \frac{17{,}2}{34{,}4^3}\right)} = 7100\text{ m}.$$

Die aufgestaute Wassermasse W ist, wenn wir den ersten Wert der Stauweite benutzen,

$$W = \tfrac{1}{2}\lambda h_1 b, \text{ unter } b \text{ die mittlere Breite verstanden,}$$

$$= \tfrac{1}{2} \,.\, 9867 \,.\, 0{,}94 \,\frac{13 + 15}{2} = 65\,000\text{ cbm}.$$

Wird das Wehr um 0,16 m erhöht, so ist die Wehrhöhe:

$$H' = 2{,}13\text{ m},$$

die Stauhöhe:

$$h'_1 = \left(\frac{V}{0{,}533\, b\, \sqrt{2g}}\right)^{2/3} + H' - a$$

$$= 0{,}87 + 2{,}13 - 1{,}9 = 1{,}1\text{ m},$$

die Stauweite annähernd, indem wir die Veränderung von F_0 und u_0 unberücksichtigt lassen,

$$\lambda' = 8976 \cdot \frac{1{,}1}{0{,}94}$$

$$= 11\,557\text{ m},$$

die dabei aufgestaute Wassermasse:

$$W' = \tfrac{1}{2} \,.\, 11\,557 \,.\, 1{,}1 \,.\, 14$$

$$W' = 89\,000\text{ cbm},$$

die durch unbefugte Erhöhung des Wehres aufgestaute Wassermasse deshalb:

$$W' - W = 24\,000\text{ cbm}.$$

Sachregister.

A.

Abnehmende Druckhöhe 167.
Absolute Temperatur 20.
Absoluter Nullpunkt 63.
Adiabate (Aufzeichnung) 227.
Adiabatische Kurve 26, 64.
— Zustandsänderung 25.
Äußere Arbeit 25, 30.
— Beaufschlagung 317.
— Steuerung bei Wassersäulenmaschinen 191.
— Verdampfungswärme 30.
Aktionsturbine 317.
Angriffspunkt des Auftriebes 137.
— — Erddruckes 43.
— — hydrostatischen Druckes 15.
Anschlagsäule bei Schleusen 118.
Aräometer 142.
Arbeitsbedarf der Gebläse 229, 271.
— — Kolbenpumpen 215, 269.
Arbeitsleistung bei adiabatischer Zustandsänderung 64.
— — isothermischer Zustandsänderung 60.
Arbeitswert der Wärmeeinheit 23.
Atmosphärendruck 13.
Atmosphärische Dampfmaschine 100.
Aufnehmer (Receiver) 105.
Aufstauung des Wassers 282.
Aufstellungsarten der Turbinen 322.
Auftrieb 131.
Ausblaselinie 227.
Ausdehnungskoeffizient für Luft 20.
Ausflußkoeffizient 164.
Ausfluß von Flüssigkeiten 160.
— — Gasen 169.
— — Wasser 162.
— — Wasserdampf 173.
Auslauf bei Ventilatoren 345.
Auspuffgase bei Gasmaschinen 85.
Auspuffmaschinen (Dampfmaschinen) 100.
Austragröhre 190.
Axialturbinen 317.

B.

Balanciermaschine 102.
Ballon 158.
Barometrische Höhenmessung 18, 125.
Barometrischer Koeffizient 126.
Beauforts Windskala 352.
Beaufschlagung bei Turbinen 317.
Benetzter Umfang 274.
Béniers Feuerluftmaschine 81.
Benzingaserzeuger 92.
Benzinmotoren 91.
Beschleunigung der Saugwassersäule 218, 269.
Bessemergebläse 221, 229.
Bett eines Flusses 274.
Bewegung des Wassers in Kanälen] 274.
Blasehals 345.
Blasende Ventilatoren 351.
Blaseraum bei Ventilatoren 345.
Bodendruck 10.
Bodenschaufel 308.
Böschungsfläche 40.
— -winkel 40, 281.
Bohlenwerk 40.
Bollwerk 40.
Brennstoffe 66.
Briketts 67.
Brustrad 301.

C.

Cagniard de la Tour 63.
Carnots Kreisprozeß 73.
Centrifugalpumpen 337.

Centrifugalventilator 344.
Coulisseneinlauf 301.
Cylindergebläse 221.
— =vorkopf 89.

D.

Dämpfe, Begriffsbestimmung 1, 26.
Dampfaufzug 35.
— =düse 236.
— =maschinen 95.
— =strahlpumpen 236.
— =temperatur 34.
— =turbine 109.
— =wärme 30.
De Lavals Dampfturbine 109.
Densimeterskala 144.
Destillationserzeugnisse des Rohpetroleums 92.
Deutzer Benzinmaschine 93.
— Gasmaschine 89.
Diagramme 77, 81, 82, 95, 105, 226.
Dichtigkeit des Wasserdampfes 29.
Dichtungsringe bei Kolben 202.
Dieselmotor 94.
Differentialkolben 51.
— =pumpen 209, 212, 267.
Doppeltwirkende Dampfmaschine 96.
— Kolbenpumpe 209, 212, 266.
Drillingsgebläse 222.
Drosselklappen 320.
Druckhöhe, abnehmende 167.
— bei Pumpen 219.
— einer Flüssigkeit 11.
Druckmittelpunkt 15.
— =turbine 317.
— =verteilung bei Futtermauern 46.
— =windkessel 212, 220.
Du Buat 290.
Dunst 1.

E.

Effektive Leistung 73.
Einfachwirkende Dampfmaschinen 96.
— Kolbenpumpen 209, 265.
Einfallröhre 189.
Eingetauchte Körper 131.
Einlauf bei Centrifugalpumpen 337, 345.
Eintauchtiefe 134.
Elastische Flüssigkeiten 1.
Erdaufschüttung 41.
Erddruck 39.
Excenter bei Dampfmaschinen 103.
Exhaustoren 350.
Expansionskurven 87.
— =maschinen 97, 106.
— =verhältnis 97.
Explosion von Leuchtgasgemischen 85.
Exponent der polytropischen Kurve 87.

F.

Fachbaum 282.
Fangdüse 238.
Federbelastung bei Sicherheitsventilen 252.
Federwage 252.
Feuerluftmaschinen 76, 80.
Feuerraumtemperatur 69.
Feuerspritzen 220.
Flügelrad bei Ventilatoren 344.
Flügelraum bei Ventilatoren 345.
Flüssigkeit, Begriffsbestimmung 1.
Flüssigkeitsdruck gegen beliebig geneigte Ebenen 14.
— — krumme Gefäßwände 16.
Flüssigkeitswärme des Wasserdampfes 29.
Flußbett 274.
Förderhöhe bei Centrifugalpumpen 344.
Fördermenge bei Centrifugalpumpen 343.
Form der freien Oberfläche einer Flüssigkeit 37.
Fortpflanzung des Druckes 3.
Fourneyronturbine 324.
Francisturbine 324.
Freie Oberfläche elastischer Flüssigkeiten 19.
— — nicht elastischer Flüssigkeiten 11.
Freistrahlturbinen 317.
Futtermauer 40, 44.

G.

Gase, Begriffsbestimmung 1.
Gasgemische von Leuchtgas und Luft 85.
Gasmaschinen 76, 81.
Gay-Lussacs Gesetz 20.
Gebläse 221.
— =abmessungen 228, 270.
— =diagramm 226, 270.
— =ventile 222.
Gefälle 274, 276, 300.
Gefäßmanometer 57.
Gerinne 274.
Gesättigte Dämpfe 26, 28.
Gesamtwärme des Wasserdampfes 29.
Geschlossene Feuerung 76.
— Heißluftmaschinen 77.
— Wärmekraftmaschinen 76.
Geschwindigkeitsänderung bei Steigen des Wasserstandes 279.

Geschwindigkeitskoeffizient 163.
Gesteuerte Ventile 207.
Gewichtsaräometer 142.
Gewichtsverlust im Wasser 131, 140.
Girardturbine 317.
Gleichgewichtsbedingung beliebiger Flüssigkeiten 10.
— elastischer Flüssigkeiten 9.
— flüssiger Körper 3.
— unelastischer Flüssigkeiten 6.
Gleichgewichtslagen eines schwimmenden Körpers 135.
Glührohrzündung bei Gasmaschinen 91.
Grenzturbinen 318.
Griessäulen 282.
Grundbett 274.
Grundwehre 282, 284.

H.

Hähne 203.
Hagen, Wasserwerk der Stadt 213.
Halbflüssige Körper 39.
Handluftpumpe 52.
Hanfliderung 202.
Hauptgesetz d. Fortpflanzung d. Druckes 3.
Hebermanometer 56.
Heißluftmaschinen 76, 77.
Heizfläche von Kesseln 249.
Heizkraft 67.
Henschel-Jonvalturbine 325.
Hochdruckcylinder 98.
— -turbine 319.
Hochofengebläse 221.
Hocks Sparmotor 81.
Höhenmessung, barometrische 18, 125.
Hoffmanns Sicherheitsventil 251.
Horizontaldruck einer Flüssigkeit 17.
Hubpumpe 210.
— -ventile 203, 205.
— -wassersäulenmaschine 190.
Hülfswassersäulenmaschine 191.
Hydraulische Presse 48.
— Winde 51.
Hydraulischer Druck 163.
Hydrodynamischer Druck 164.
Hydrostatische Wage 140.
Hydrostatischer Druck 15.
Hygroskopisches Wasser 67.
Hyperbolisches Manometer 59.
Hypothese der parallelen Schichten 160.

J.

Indifferente Gleichgewichtslage 135.
Indikator 73.
Indizierte Arbeit 73.
— mittlere Spannung 107.
Injektoren 236, 239.
Innere Arbeit 25.
— Beaufschlagung 317.
— Steuerung bei Wassersäulenmaschinen 191.
— Verdampfungswärme 30.
Isothermen der Dämpfe 62.
Isothermische Kurve 19.
— Zustandsänderung 19, 60.
Jonvalturbine 325.

K.

Kalorie 21.
Kammzapfen 319.
Kanäle 274.
Kanalquerschnitte, zweckmäßige 277.
Kegelventile 205.
Kesselheizfläche 247.
Kippen einer Mauer 45.
Klappenventile 203, 204, 208.
Körtings Injektoren 239.
— Petroleummaschine 93.
Kohlensäureverflüssigung 62.
Kolben 201.
— -dichtungsringe 202.
— -fläche 107, 200, 214.
— -geschwindigkeit 215.
— -liderung bei Gebläsen 222.
— — — Pumpen 201.
— -pumpen 200.
— -reibung 49.
— -steuerung bei Wassersäulenmaschinen 190.
— -totpunkte 105.
Kombinationsturbine 326.
Kommunizierende Röhren 10.
Kompoundmaschine 101.
Kompressoren für Luft 221.
Kondensationsmaschinen 100.
Kondensator, geschlossener 101.
— offener 100.
Konstanten des Mariotte-Gay-Lussacschen Gesetzes 21.
Kontraktionskoeffizient 162.
Kreisprozeß 70.
— der Heißluftmaschine 77.
Kritische Temperatur 62.
Kritischer Druck 63.
— Zustand 63.
Kropf bei Wasserrädern 301.
Kropfräder 301.

Kropfröhren 183.
Kugelventile 205.
Kulisseneinlauf 301.

L.

Labile Gleichgewichtslage 135.
Ladungsvorgang bei Gasmaschinen 85.
Latente Wärme 35.
Laufrad bei Turbinen 319.
Laval, de, Dampfturbine 109.
Lederdichtung 202.
Lederklappenventil 205.
— =manschettendichtung 203.
— =stulpdichtung 51.
Lehmanns Heißluftmaschine 79.
— Kombinationsturbine 326.
Leistung, effektive, indizierte 73.
Leitapparat bei Turbinen 319.
Leitrad 319.
Lenoirs Gasmaschine 82.
Leuchtgas 68, 85.
Liderung 201.
Lieferungsgrad der Gebläse 224.
— — Pumpen 214.
Lockere Massen 40.
Lüftungsöffnungen 327.
Luftballon 158.
— =gewicht 8.
— =kammern bei Wassersäulenmaschinen 193.
— =kompressoren 221, 229.
— =manometer 58.
— =maschinen 76, 79.
— =menge für die Verbrennung 69.
— =pumpe 52.
— — bei Dampfmaschinen 101.
— =thermometer 64.

M.

Magnus 29.
Manometer 55.
Mariotte=Gay=Lussacs Gesetz 19.
Mariottes Gesetz 7, 63.
Mechanischer Wirkungsgrad 73.
Mechanisches Wärmeäquivalent 23.
Meggenhofens Federwage 252.
Mehrfache Ventile 205.
Mehrsitzige Ventile 205.
Mehrstufige Expansion 97.
Metacentrum 137.
Metalldichtungen 201, 204.
— =manometer 59.
Mischdüse 238.
Mischungsverhältnis von Leuchtgas und Luft 85.
Mischventil bei Gasmaschinen 90.
Mitteldruckcylinder 99.
— =punkt des Druckes 15.
— =schlächtige Wasserräder 301.
— =zapfen 320.
Mittlere indizierte Spannung 107.
Mönchskolben 201.
Mundstück 163.
Muschelschieber 103.

N.

Natürliche Brennstoffe 66.
Natürlicher Böschungswinkel 40.
Nebel 1.
Neue atm. 14.
Newcomens Dampfmaschine 100.
Nicholsons Senkwage 143.
Niederdruckcylinder 98.
— =turbine 319.
Niveaufläche 10.
Nullpunkt, absoluter 63.
Nutzbares Gefälle 300.

O.

Oberfläche elastischer Flüssigkeiten 19.
— nicht elastischer Flüssigkeiten 11, 37.
Oberschlächtige Wasserräder 300.
Oberwasserzapfen 319.
Offene Feuerung 76.
— Heißluftmaschine 77.
— Wärmekraftmaschine 76.
Oscillierende Dampfmaschine 102.
Ottos Gasmotor 82.

P.

Pankow, Wasserwerk 211.
Partialturbinen 317.
Permanente Gase 19, 21.
Petroleummaschine 91, 93.
Plattenfedermanometer 60.
Plungerkolben 201.
Poissons Gesetz 25.
Polytropische Kurve 77, 86.
Ponceletrad 302, 313.
Presse, hydraulische 48.
Preßcylinder 48.
Preßkolben 48.
Prisma größten Druckes 41.
Pumpen 200.
— =abmessungen 214.
— =cylinder 201.

Pumpeneinteilung 208.
— -stiefel 52, 201.

Q.

Quecksilbermanometer, offene 56.
— geschlossene 58.
Querriegel bei Schleusen 118.
Querschnittsänderungen bei Rohrleitungen 181.

R.

Radgewicht (Wasserrad) 310.
Radialturbinen 317.
Rahmstück bei Schleusen 118.
Reaktionsturbinen 318.
Receiver (Aufnehmer) 105.
— -maschinen 101.
Recipient 52.
Reduktion verschiedener Barometerstände 125.
Regeneratoren der Heißluftmaschinen 79.
Regnault 21, 23, 29.
Regulator bei Dampfmaschinen 105.
— — Gebläsen 222.
Regulierung von Gasmaschinen 91.
— — Turbinen 320.
— — Wassersäulenmaschinen 193.
Reibungswinkel lockerer Massen 40.
Relativgeschwindigkeit bei Turbinen 296.
Restarting-Injektoren 237.
Retourdampf-Injektoren 236.
Richtungsänderung bei Rohrleitungen 182.
Riegelschaufel 308.
Ringventile 207.
Röhrenfedermanometer 60.
Rohrleitungen 176.
Rohrturbinen 323.
Rückschaufelung 318, 327.
Rückschlächtige Wasserräder 301.

S.

Sagebienrad 302.
Sattelbaum 282.
Saugende Ventilatoren 350.
Saughals 345.
Saughöhe 216, 268.
Saugprozeß 208, 216.
Saugrohr bei Turbinen 323.
Saugstrahlpumpen 186, 230, 272.
Saugwindkessel 211, 219.
Schädlicher Raum 53, 225.
Schäffer und Budenbergs Injektor 238.
Schaufelkranz 319.
— -räder 299.
— -rad bei Centrifugalpumpen 337.
— -teilung bei Turbinen 336.
Scheibenkolben 201.
Scheinbares Gewicht 132.
Schichten, Hypothese der parallelen 160.
Schichtenweise Lagerung des Gasgemisches 86.
Schiebersteuerung 103.
Schieberventile 203, 207.
Schiffsmühlen 293, 311.
Schinz' Luftthermometer 64.
Schlabberrohr 238.
Schleusen 116, 258.
— -thore 118.
— -wehre 281, 285.
Schließbewegung bei Ventilen 203.
Schmids Wassersäulenmaschine 193.
Schornsteine 243.
Schornsteinhöhe 247.
— -querschnitt 247.
Schützen 302.
Schwamkrugturbine 325.
Schweben in einer Flüssigkeit 133.
Schwimmachse 134.
— -ebene 134.
Schwimmen 133.
Schwimmlage 134.
Schwingungsarbeit 25, 64, 72.
Schwungrad 105.
Segelfläche 358.
Segelschiffe 356.
Segnersches Wasserrad 294.
Seitenwand, Ausfluß aus einer 165.
Selbstthätige Ventile 203.
Senkwagen 142.
Setzschaufel 308.
Sicherheitsventile 5, 250.
Skala der Windstärken 352.
Skalenaräometer 143.
Sohle des Flusses 274.
Spannung 7.
Specifische Gewichte 138.
— Wärme 21, 23.
Specifisches Gewicht des Wasserdampfes 29.
— Volumen 7.
Springbrunnen 264.
Springende Strahlen 183.
Stabile Gleichgewichtslage 135.
Stahlwerksgebläse 221.
Stauhöhe 282.

Staukurve 288, 291.
Stauweite 288, 291.
Steighöhe 133.
Steuerung der Dampfmaschinen 103.
— — Gasmaschinen 90.
— — Ventile 207.
— — Wassersäulenmaschinen 191.
Steuerwelle der Gasmaschinen 89.
Stiefel der Luftpumpe 52.
Stoß des fließenden Wassers 292, 296.
Stoßfreier Wassereintritt bei Turbinen 328.
Stoßverlust 296.
Stromstrich 275.
Sulzersteuerung 104.

T.

Tabelle für gesättigte Wasserdämpfe 31, 34.
Tandemmaschinen 102.
Tangentialrad 325.
Taucherglocke 55.
Tauchkolben 201.
Tellerventile 205, 208.
Temperatur, absolute 20.
— eines Feuerraumes 69.
Theoretische Heizkraft 67.
Thermischer Wirkungsgrad 72.
Thermometer für hohe Temperaturen 64.
Thomsons Saugstrahlpumpe 230.
Tragstange bei Turbinen 319.
Transmissionskoeffizient 248, 250.
Tropfbare und gasförmige Flüssigkeiten 1.
Tropfen 1.
Turbinen 299, 317.
— =aufstellung 322.
— =berechnung 327, 336.
— =kammer 320.

U.

Überdruckturbinen 318.
— =fallwehre 281, 282.
— =hitzte Dämpfe 26, 62.
— =laufstutzen 238.
— =schlächtige Wasserräder 300.
Umfang, benetzter 274.
Umkehrbarer Kreisprozeß 70.
Umlaufende Wassersäulenmaschinen 192.
Ungesättigte Dämpfe 26.
Universalinjektor 239.
Unterschlächtige Wasserräder 301, 311.
Unvollkommene Wehre 282.

V.

Ventilabmessungen 207.
— =anordnung der Gasmaschine 90.
Ventilatoren 344.
Ventile 203, 222.
Ventilfänger 205.
— =körper 203.
— =kolben 202.
— =sitz 203.
— =steuerung bei Dampfmaschinen 104.
— =widerstand 217.
Verbrennung 69.
Verbundmaschinen 101.
Verdampfer bei Petroleummaschinen 93.
Verdampfungswärme des Wasserdampfes 29.
Verdichtungspumpe 54.
Verdränger bei Heißluftmaschinen 80.
Verflüssigung von Gasen 63.
Viertaktmaschinen 84.
— =wirkung 84.
Volldruckmaschinen 96, 106.
Vollkommene Wehre 282.
Vollturbinen 317.
Volumen, specifisches 7.
Volumeterskala 144.
Vorausströmung 106.
Voreilwinkel 103.
Voreinströmung 106.

W.

Wärmeäquivalent 23.
Wärmekraftmaschinen 75.
Wärmetransmissionskoeffizient 248, 250.
Wärmewert der Arbeitseinheit 25.
Wahres Gewicht 132.
Wandstärke von Hohlkugeln 121.
— — Röhren 122.
Wasserdampf, Eigenschaften 26.
— =förderung durch Kolbenpumpen 208.
— =haltender Bogen 315.
— =radgewicht 310.
— =räder 299.
— —, Anwendung der 315.
— =säulenmaschinen 189.
— =schaufel 308.
— =stoß 292, 296.
— =trommelgebläse 233, 273.
— =werk Hagen 213.
— — Pankow 211.
— =zuleitung 319.
Wehrbaum 282.

Wehre 281.
Wehrhöhe 282.
Weißbachs Koeffizienten 180, 182, 183, 281, 287.
Wendesäule bei Schleusenthoren 118.
Westinghouse-Maschine 96.
Wetterräder 350.
Widerstände in Rohrleitungen 176.
Widerstandshöhen 215.
Widerstandskoeffizienten b. Rohrleitungen für Wasser 176, 179 ff.
— für Luft 185.
— bei Kanälen und Flüssen 281.
Wind, Arbeitsfähigkeit 351.
— bei Gebläsen 221.
— -kessel 211, 219.
— -leitung 222.
— -mühlen 353.
— -skala 352.
Winters Wassersäulenmaschine 193.
Wirkungsgrad 72.
Wirkungsgrad der Centrifugalpumpen 344.
— — Kolbenpumpen 215.
— — Wasserräder 316.
—, mechanischer 73.
—, thermischer 72.
Woolfsche Maschinen 101.

Z.

Zellenräder 299.
Zerquetschung von Rohren 124.
Zerstäuberventil bei Petroleummaschinen 93.
Zeuner 29, 31.
Zündung bei Gasmaschinen 86, 91.
Zug des Schornsteins 243.
Zuppingerrad 302.
Zuppingers Tangentialrad 325.
Zustandsänderung 20.
Zwillingsgebläse 222, 270.
— -maschinen 101.
Zwischengetriebe der Dampfmaschine 103.

Berichtigungen.

Seite 34, Zeile 11 v. u. lies 18 statt 21.
„ 62 „ 1 „ „ „ verflüssigt statt verflüchtigt.
„ 86 „ 15 v. o. „ Gasteilchen statt Glasteilchen.
„ 185 „ 2 v. u. „ $\zeta_3 = \ldots$ statt $\zeta_3 + \ldots$
„ 190 „ 5 v. o. „ für die doppeltwirkenden statt für doppeltwirkenden.
„ 190 „ 8 und Zeile 11 v. o. lies umlaufende statt rotierende.
„ 192 { „ 17 v. o. / „ 16 und Zeile 4 v. u. } lies umlaufenden statt rotierenden.

Verlag vo

